



МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИКА

Арифметика
Геометрия

5





МАТЕМАТИКА

Арифметика Геометрия

5 класс

Учебник

Допущено
Министерством просвещения
Российской Федерации

12-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2022

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721
М34

Серия «Сферы» основана в 2003 году

Линия учебно-методических комплексов «Сферы» по математике

Авторы: канд. пед. наук **Е. А. Бунимович**,
д-р физ.-мат. наук **Г. В. Дорофеев**, канд. пед. наук **С. Б. Суворова**,
канд. пед. наук **Л. В. Кузнецова**, канд. пед. наук **С. С. Минаева**,
канд. пед. наук **Л. О. Рослова**

На учебник получены **положительные** заключения **научной** (заключение РАО № 425 от 14.11.2016 г.), **педагогической** (заключение РАО № 112 от 05.10.2016 г.) и **общественной** (заключение РКС № 102-ОЭ от 19.12.2016 г.) экспертиз.

Издание выходит в pdf-формате.

Математика. Арифметика. Геометрия : 5-й класс : учебник : издание в pdf-формате / Е. А. Бунимович, Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова [и др.]. — 12-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2022. — 223, [1] с. : ил. — (Сферы).

ISBN 978-5-09-101210-1 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-090915-0 (печ. изд.).

Данный учебник открывает линию учебно-методических комплексов «Сферы» по математике.

Издание подготовлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования и освещает вопросы курса математики 5 класса. Содержательно материал учебника направлен на продолжение формирования центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования школьников. При его создании использованы концептуальные идеи учебника «Математика, 5» под редакцией Г. В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина.

Главными особенностями данного учебника являются фиксированный в тематических разворотах формат, лаконичность и жёсткая структурированность текста, разнообразный иллюстративный ряд.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-09-101210-1 (электр. изд.)
ISBN 978-5-09-090915-0 (печ. изд.)

© АО «Издательство «Просвещение», 2010, 2017
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2010, 2019
Все права защищены

СОДЕРЖАНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1	ЛИНИИ	7
	1. Разнообразный мир линий	8
	2. Прямая. Части прямой. Ломаная	12
	3. Длина линии	16
	4. Окружность	20
	Подведём итоги	24
Глава 2	НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА	25
	5. Как записывают и читают числа	26
	6. Натуральный ряд. Сравнение натуральных чисел	30
	7. Округление натуральных чисел	34
	8. Комбинаторные задачи	38
	Подведём итоги.....	42
Глава 3	ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ	43
	9. Сложение и вычитание	44
	10. Умножение и деление	48
	11. Порядок действий в вычислениях	52
	12. Степень числа	56
	13. Задачи на движение	60
	Подведём итоги	64
Глава 4	ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЯХ	65
	14. Свойства сложения и умножения	66
	15. Распределительное свойство	70
	16. Решение задач	74
	Подведём итоги	78
Глава 5	УГЛЫ И МНОГОУГОЛЬНИКИ	79
	17. Как обозначают и сравнивают углы	80
	18. Измерение углов	84
	19. Многоугольники	88
	Подведём итоги	92
Глава 6	ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ	93
	20. Делители и кратные	94
	21. Простые числа	98
	22. Делимость суммы и произведения	102
	23. Признаки делимости	106
	24. Деление с остатком	110
	Подведём итоги	114

Глава 7	ТРЕУГОЛЬНИКИ И ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ	115
	25. Треугольники и их виды	116
	26. Прямоугольники	120
	27. Равенство фигур	124
	28. Площадь прямоугольника	128
	Подведём итоги	132
Глава 8	ДРОБИ	133
	29. Доли и дроби	134
	30. Основное свойство дроби	140
	31. Сравнение дробей	144
	32. Натуральные числа и дроби	150
	Подведём итоги	154
Глава 9	ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ	155
	33. Сложение и вычитание дробей	156
	34. Сложение и вычитание смешанных дробей	160
	35. Умножение дробей	166
	36. Деление дробей	170
	37. Нахождение части целого и целого по его части	176
	38. Задачи на совместную работу	180
	Подведём итоги	184
Глава 10	МНОГОГРАННИКИ	185
	39. Геометрические тела и их изображение	186
	40. Параллелепипед и пирамида	190
	41. Объём параллелепипеда	194
	42. Развёртки	198
	Подведём итоги	202
Глава 11	ТАБЛИЦЫ И ДИАГРАММЫ	203
	43. Чтение и составление таблиц	204
	44. Диаграммы	208
	45. Опрос общественного мнения	212
	Подведём итоги	216
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	217
	ОТВЕТЫ	218

ВВЕДЕНИЕ

С 1 класса в вашем расписании появился этот удивительный предмет – математика.

Математика не только одна из самых древних наук, математика – это язык, на котором говорят все другие науки. Не случайно её название происходит от греческого слова *mathema*, что и означает «наука», «познание».

Со времён возникновения математики прошли тысячелетия, с тех пор и до сегодняшнего дня развитие математики напрямую связано с развитием всех других наук, с техническим и экономическим прогрессом. Все крупнейшие достижения науки и техники, все самые необыкновенные свершения человечества – от космических полётов до компьютеров – были бы просто невозможны без математики.

Наша российская математическая школа – одна из самых известных в мире. Имена великих русских учёных-математиков Николая Лобачевского, Софьи Ковалевской, Андрея Колмогорова продолжили ряд самых знаменитых математиков мира, первыми в котором стоят греческие учёные Фалес, Евклид, Архимед и Пифагор.

Чем бы вы ни решили заниматься в жизни, какую бы профессию ни выбрали, без математики вам не обойтись.

Но значение и важность математики не только в её практических применениях. Математические законы строги и логичны, решения задач красивы и гармоничны. Многие роднит математику с искусством. Как и искусством – музыкой, поэзией, архитектурой, театром, математикой занимаются и внимают ей те, кто стремится к творчеству, к познанию, к гармонии. Великий русский поэт Александр Сергеевич Пушкин говорил, что вдохновение нужно в геометрии, как и в поэзии.

Так пусть на уроках математики и при выполнении домашних заданий вас почаще посещает математическое вдохновение!

А помогут вам в этом, кроме учебника, ещё и тетрадь-тренажёр, задачник, тетрадь-экзаменатор и электронное приложение.

РАБОТАЕМ С УЧЕБНИКОМ

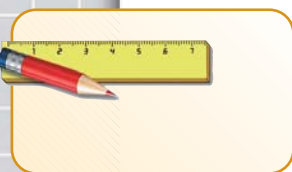
На страницах учебника вы увидите специальные знаки, которые помогут вам в работе с текстом.



«ВНИМАНИЕ!». Так выделяется утверждение, которое нужно запомнить.



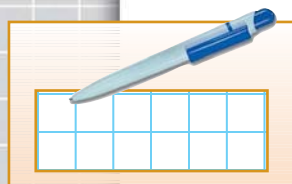
«В ФОКУСЕ». Важная деталь, на которую следует обратить внимание.



«ЧИТАЕМ И ДЕЛАЕМ». Читайте этот фрагмент текста «с карандашом в руке», т. е. делайте по шагам то, что описано в учебнике.



«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОКНОТ». Небольшой фрагмент на полях, который содержит дополнительную информацию.



«ЗАПИСЫВАЕМ РЕШЕНИЕ». Образцы записи решений, которым можно следовать.



«КНОПКА». Содержит полезный справочный материал.

23

Так обозначены номера упражнений полегче.

24

Так обозначены номера упражнений потруднее.

Глава 1

ЛИНИИ

- РАЗНООБРАЗНЫЙ МИР ЛИНИЙ
- ПРЯМАЯ. ЧАСТИ ПРЯМОЙ. ЛОМАНАЯ
- ДЛИНА ЛИНИИ
- ОКРУЖНОСТЬ

ИНТЕРЕСНО

Человека всегда окружали линии: линия горизонта, береговая линия, линия изгиба реки. Постепенно он сам научился создавать новые линии. Взяв в руку ветку и натянув между её концами тетиву, человек получил лук. Стрела, посланная из него, прежде чем достичь цели, прочертила в воздухе линию.

Чуть позже человек стал украшать продукты своего труда орнаментами, которые могли складываться из отрезков прямых или быть кривыми линиями. Элементы древних орнаментов можно встретить и в произведениях современных мастеров.

Современного человека тоже окружает множество линий: на земле, на воде, в небе.

1

ВЫ УЗНАЕТЕ

- О том, что линии бывают замкнутые и незамкнутые, самопересекающиеся и без самопересечений
- Что такое внутренняя и внешняя области

РАЗНООБРАЗНЫЙ МИР ЛИНИЙ

Впервые человек взял в руки кусок угля и провёл им по стене пещеры ещё в глубокой древности. Он изображал контуры предметов, животных, объектов природы, стремясь запечатлеть сцены из окружающей его действительности.

ВИДЫ ЛИНИЙ Всякий раз, когда кончиком карандаша мы прикасаемся к поверхности бумаги, мы отмечаем **точку**. Если мы ведём им по поверхности, то рисуем **линию**.

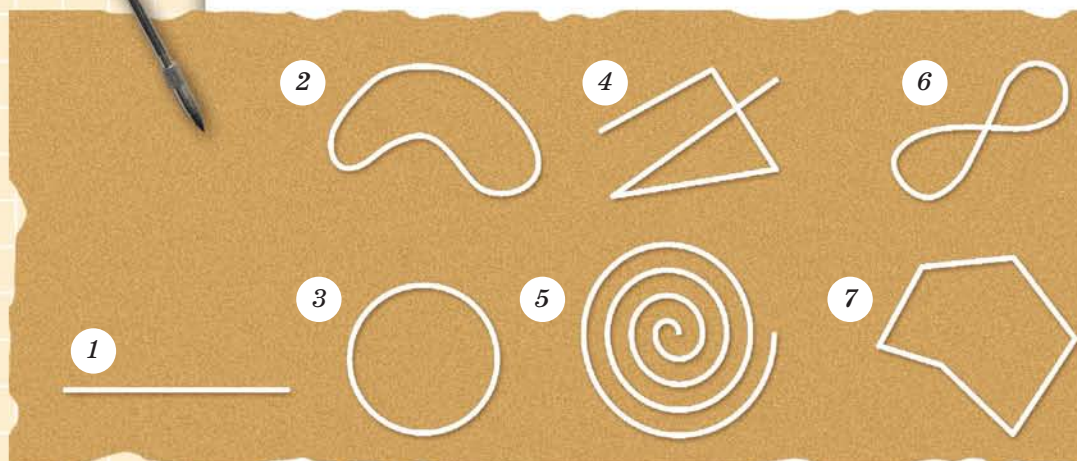
Линии можно проводить от руки, а можно с помощью различных инструментов: линейки, циркуля, лекала (рис. 1.1).



1.1

Все точки одинаковы, и одна точка от другой ничем не отличается. А мир линий очень разнообразен. Некоторые линии изображены на рисунке 1.2.

Математики различают много видов линий. Легко отличить *замкнутую* линию от *незамкнутой*. Так, например, линии 3 и 8 (см. рис. 1.2) замкнутые, а линии 5 и 9 незамкнутые. Так же легко отличить *самопересекающуюся* линию от линии без самопересе-



1.2

чений. Уже сами названия позволяют нам без труда определить, к какому виду принадлежит та или иная линия.



- 1) Проведите кончиком карандаша по линиям 4 и 11 (рис. 1.2). Какая из них самопересекающаяся?
- 2) Убедитесь, что линии 6, 10, 12, 13 (рис. 1.2) замкнутые самопересекающиеся. Сколько точек самопересечения имеет каждая из них?

Слово «линия» происходит от латинского слова *linea*, означающего «лён, льняная нить, шнур, верёвка».

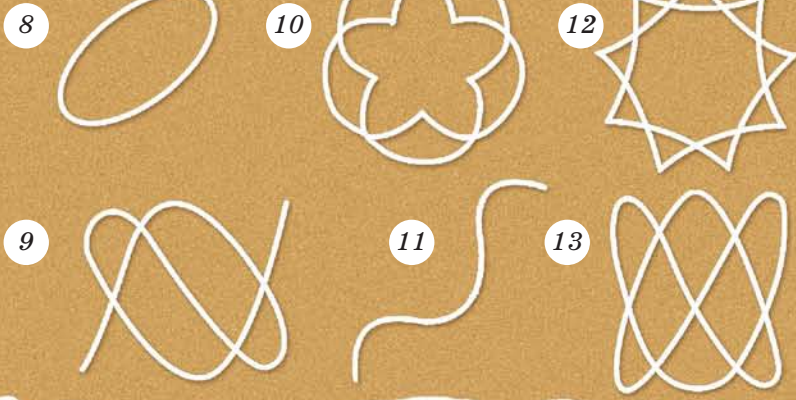
ВНУТРЕННЯЯ И ВНЕШНЯЯ ОБЛАСТИ На рисунке 1.3 изображена замкнутая линия без самопересечений. Она делит плоскость на две области — внутреннюю и внешнюю. Сама линия служит границей этих областей. Чтобы из одной области попасть в другую, надо пересечь её границу. Границы многих государств мира на карте представляют собой одну замкнутую линию: внутренняя область — это сама страна, а внешняя — заграница.

1.3



1.4

Политическая карта Африки



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как вы назовёте линию 6? На сколько областей она делит плоскость?
- Опишите линии 3 – 7, используя термины, с которыми вы познакомились.
- Убедитесь, что узор под номером 12 образован одной линией.

УПРАЖНЕНИЯ

РИСУЕМ ЛИНИИ

1

Найдите на рисунке 1.2:

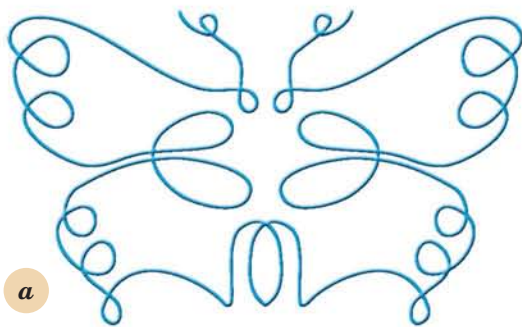
- а) замкнутые линии;
- б) незамкнутые линии;
- в) самопересекающиеся линии;
- г) замкнутые линии без самопересечений.

2

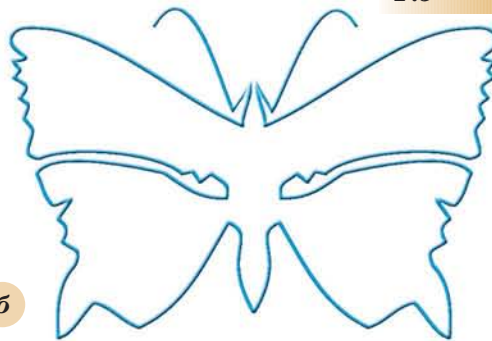
Нарисуйте в тетради какую-нибудь замкнутую и какую-нибудь незамкнутую линии.

3

Чем различаются две линии, изображённые на рисунке 1.5, а–б? Перерисуйте этих «бабочек» в тетрадь.



а



б

1.5

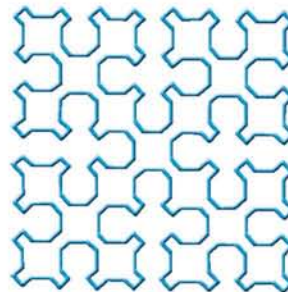
4

Главный судья мотогонок должен обязательно присутствовать и на старте, и на финише. Какими из известных вам свойств линий должна обладать трасса гонок? Нарисуйте линию, которая удовлетворяет этим свойствам, и линию, которая им не удовлетворяет.

5

Сколько линий составляют узор, изображённый на рисунке 1.6?

Подсказка. Проведите по узору кончиком карандаша.



6

Нарисуйте в тетради замкнутую линию без самопересечений и закрасьте внутреннюю область получившейся фигуры. Отметьте какую-нибудь точку во внутренней области, во внешней области и на границе областей.

1.6

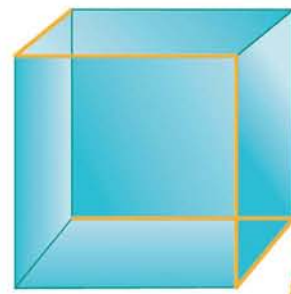
РАБОТАЕМ С ПРЕДМЕТАМИ

7

Возьмите мячик и на его поверхности отметьте мелом две точки. Соедините их линией. Можно ли через эти две точки провести другую линию? Проведите через эти точки какую-нибудь замкнутую линию.

8

Возьмите кубик и на его поверхности проведите линию так, как показано на рисунке 1.7. Попробуйте из куска проволоки согнуть такую же линию.

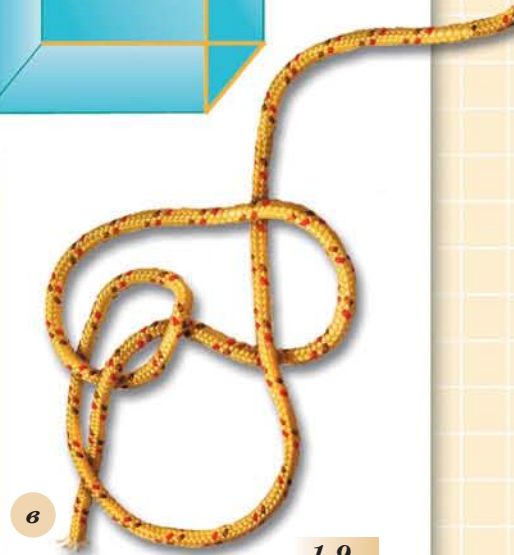
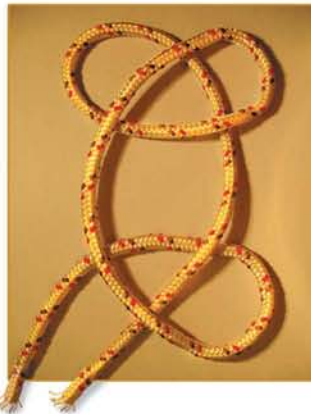
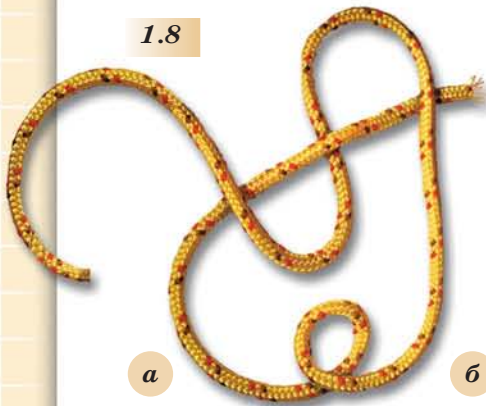


1.7

9

Кусок верёвки выложен так, как показано на рисунке 1.8, а–в. Как вы думаете, завяжется ли узел, если потянуть за концы верёвки? Проверьте себя, проведя эксперимент.

1.8

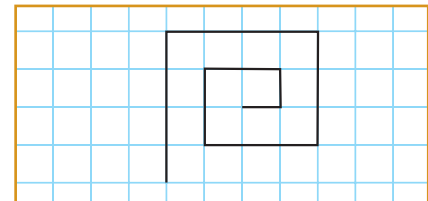


1.9

РИСУЕМ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

10

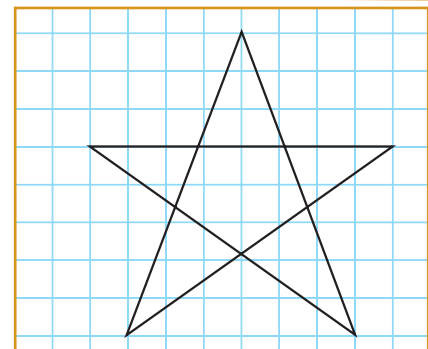
Перечертите в тетрадь спираль, изображённую на рисунке 1.9, и продолжите её «раскручивание». Начертите такую же спираль, но «раскручивающуюся» в противоположную сторону.



1.10

11

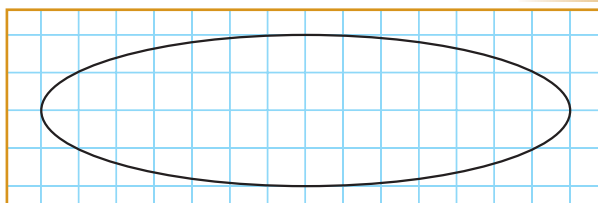
Перечертите в тетрадь звезду (рис. 1.10).



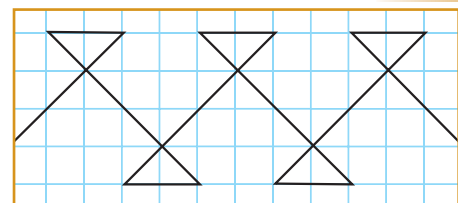
1.12

12

Скопируйте от руки в тетрадь овал, изображённый на рисунке 1.11.
Указание. Сначала в узлы сетки, через которые проходит овал, поставьте точки.



1.11



1.12

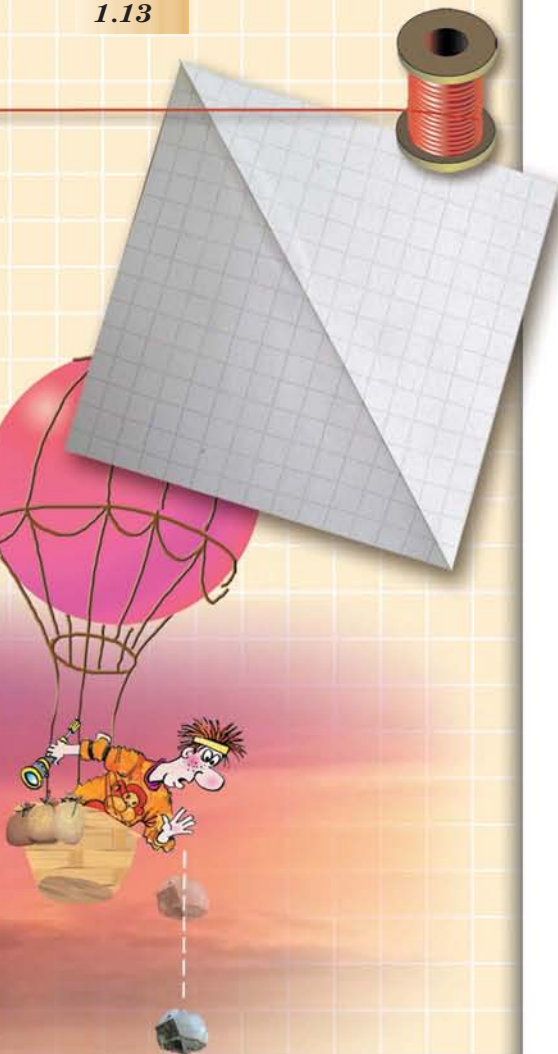
13

Перенесите рисунок 1.12 в тетрадь и продолжите построение линии.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что такое луч, отрезок, ломаная
- Как провести прямую

1.13



ПРЯМАЯ. ЧАСТИ ПРЯМОЙ. ЛОМАНАЯ

Среди всех линий важное место занимает **прямая**. Посмотрев вокруг, вы наверняка заметите, что нас окружает множество предметов, содержащих части прямых линий.

ПРЯМАЯ Представление о прямой можно получить с помощью натянутой нити. Камень, если его не бросить, а выпустить из рук, падает на землю по прямой. Если перегнуть лист бумаги, то линия сгиба — прямая линия (рис. 1.13).

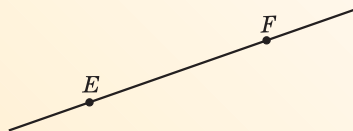
Прямая неограниченно продолжается в обе стороны. Поэтому начертить прямую полностью невозможно. Проводя прямую на листе бумаги, мы показываем лишь её часть.

На листе бумаги, на классной доске прямые проводят с помощью линейки. А если надо провести прямую на земле, например, чтобы разметить дорожку на участке? В этом случае можно воспользоваться верёвкой, натянув её между двумя метками-колышками, через которые должна пройти прямая. Точно так же поступали и древние строители при разметке фундаментов зданий, и землемеры, огораживая наделы земли.



1) Отметьте на листе бумаги две точки E и F и проведите через них прямую по линейке.

2) Попробуйте провести через эти две точки другую прямую. Вам это не удастся.



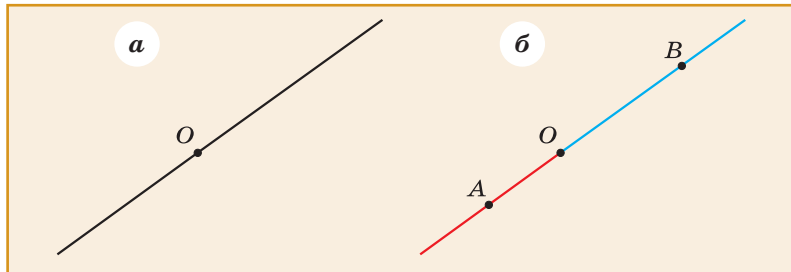
Через две точки можно провести только одну прямую.



1.14

Называют прямую по любым двум принадлежащим ей точкам. Так, проведённую через точки E и F прямую можно назвать «*прямая EF* » или «*прямая FE* ». Можно обозначать прямые и одной маленькой буквой латинского алфавита. На рисунке 1.14 изображены две прямые — прямая a и прямая b .

ЛУЧ. ОТРЕЗОК Проведём прямую и отметим на ней точку O (рис. 1.15, а). Она разбивает прямую на два луча, которые идут от точки O в разные стороны по двум направлениям. Если отметить на одном из лучей точку A , а на другом точку B (рис. 1.15, б), то лучи можно назвать OA и OB . Точка O для каждого луча является его *началом*.

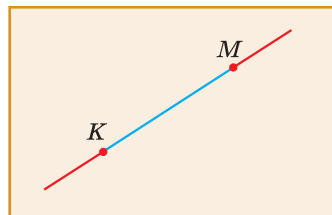


1.15

Представление о луче даёт нам луч света, например от фонарика или прожектора (рис. 1.16). Начало луча — это источник света.

Проведём прямую и отметим на ней две точки K и M (рис. 1.17). Они ограничивают отрезок KM и называются *концами* этого отрезка.

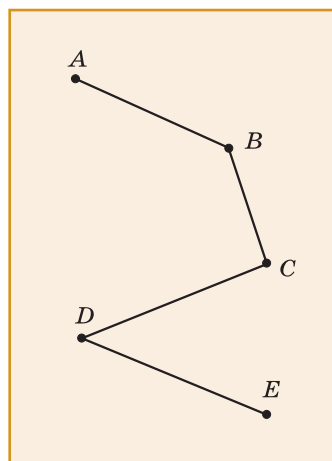
И луч, и отрезок являются частями прямой.



1.17

ЛОМАНАЯ Если начертить несколько отрезков так, чтобы каждый следующий начинался в той же точке, где заканчивается предыдущий (но не лежал на одной с ним прямой), то получится *ломаная* линия.

Рассмотрим ломаную, состоящую из отрезков AB , BC , CD , DE (рис. 1.18). Концы отрезков — точки A , B , C , D и E — называются *вершинами* ломаной, а сами отрезки — её *сторонами* или *звеньями*. Для того чтобы назвать ломаную, последовательно перечисляют её вершины — $ABCDE$.



1.18

1.16



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сколько прямых можно провести через две точки?
- Назовите прямую, изображённую на рисунке 1.15, б, тремя способами.
- Сколько лучей на рисунке 1.17?
- Сколько отрезков на рисунке 1.15, б? Назовите их.

УПРАЖНЕНИЯ

ПРЯМАЯ. ЧАСТИ ПРЯМОЙ

14

Отметьте в тетради точки A и C . Проведите через них прямую. Отметьте на прямой AC ещё три точки и обозначьте их. Отметьте четыре точки, не лежащие на прямой AC ; обозначьте их.

15

Начертите две пересекающиеся прямые a и b и обозначьте точку их пересечения буквой D . Проведите через точку D ещё одну прямую, отличную от a и b . Сколько получилось лучей с началом в точке D ? Сколько можно построить прямых, проходящих через точку D ?

16

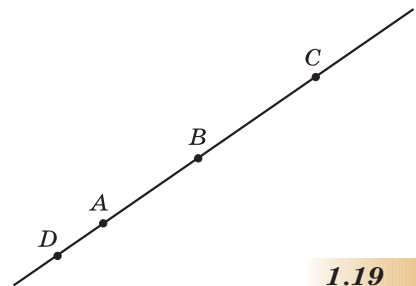
Проведите прямую a и отметьте на ней точки A, B, C, D, K так, чтобы:

- точка C принадлежала отрезку с концами в точках A и B ;
- точка D принадлежала лучу AB и не принадлежала отрезку AB ;
- точка K принадлежала лучу BA и не принадлежала отрезку AB .

17

Рассмотрите рисунок 1.19. Верно ли утверждение:

- точка A лежит на отрезке CB ;
- точка A лежит на луче CB ;
- точка A лежит на луче BD ;
- точка D лежит между точками A и C ;
- точка B лежит на луче AC и луче CA ;
- точки D и C лежат на одном и том же луче с началом в точке B ?



1.19

ОТРЕЗОК

18

В узле квадратной сетки тетради отметьте точку O . Постройте:

- точку A , расположенную на 5 клеток правее и на 4 клетки выше точки O ;
- точку B , расположенную на 3 клетки правее и на 2 клетки ниже точки O ;
- точку C , расположенную на 4 клетки левее и на 1 клетку ниже точки O ;
- Соедините каждую из точек A, B, C с точкой O . Назовите получившиеся отрезки.

19

Начертите отрезок AB . Отметьте точку K так, чтобы точки A, B и K не принадлежали одной прямой. Проведите через точку K :

- прямую b , пересекающую отрезок AB ;
- прямую d , не пересекающую отрезок AB .

20

Отметьте три точки, не лежащие на одной прямой. Обозначьте их. Проведите все отрезки, концами которых являются пары этих точек. Сколько получилось отрезков?

ЛОМАНАЯ

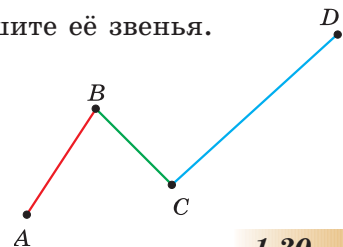
21

Перечертите в тетрадь ломаную (рис. 1.20). Запишите её звенья.

22

а) Постройте в тетради ломаную по следующему описанию:

- отметьте в одном из узлов квадратной сетки точку A ;
 - от точки A отсчитайте 7 клеток влево и 1 клетку вниз, отметьте точку B ;
 - от точки B отсчитайте 5 клеток вправо и 3 клетки вниз, отметьте точку C ;
 - от точки C отсчитайте 3 клетки вправо и 6 клеток вверх, отметьте точку O .
- Соедините точки по линейке в том порядке, в котором вы их строили. Назовите ломаную. Из скольких звеньев она состоит?



1.20

б) Начертите в тетради какую-нибудь ломаную с вершинами в узлах сетки и «продиктуйте» её соседу по парте.

23

Начертите в тетради:

- а) замкнутую ломаную, состоящую из трёх звеньев;
- б) незамкнутую ломаную, состоящую из четырёх звеньев.

24

Отметьте и обозначьте три точки, не лежащие на одной прямой. Сколько можно построить незамкнутых ломаных с вершинами в этих точках?

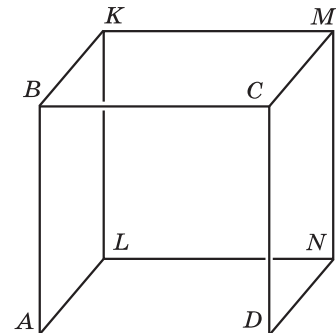
Указание. Для каждого случая сделайте рисунок.

25

На рисунке 1.21 изображён каркас куба. Назовите:

- а) отрезки, одним из концов которых является точка M ;
- б) какую-нибудь ломаную, состоящую из трёх звеньев;
- в) несколько ломаных, по которым можно пройти из точки A в точку K .

Какой путь короче: $ABKM$ или $ABCDNM$? Назовите ещё какой-нибудь путь такой же длины, что и $ABKM$, и путь такой же длины, что и $ABCDNM$.



1.21

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

26

1) Начертите две пересекающиеся прямые. Проведите третью прямую, пересекающую каждую из этих прямых и не проходящую через их точку пересечения. Сколько точек попарного пересечения прямых у вас получилось?

2) В некотором городе три попарно пересекающиеся улицы. На каждом перекрёстке установлен светофор. Сколько всего светофоров в городе? Было решено проложить новую улицу, пересекающую все старые и не проходящую через уже имеющиеся перекрёстки. Сколько придётся установить светофоров? А если прокладка улиц будет продолжена таким же образом, можно ли сказать, сколько будет светофоров в городе с десятью улицами?

ДЛИНА ЛИНИИ

ВЫ УЗНАЕТЕ

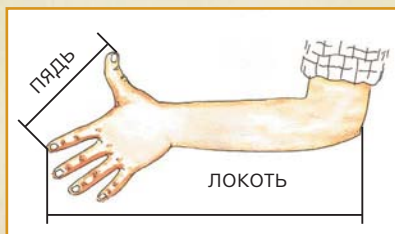
- Что такое метрическая система мер
- Что называют расстоянием между двумя точками



1.22

В России метрическая система единиц стала применяться только с 1918 г., до этого для измерения длин использовались такие единицы, как верста, локоть, аршин и т. д.

1 вершок примерно 4 см 45 мм;
 1 пядь = 4 вершкам;
 1 аршин = 16 вершкам;
 1 сажень = 3 аршинам;
 1 верста = 500 сажням.



Уже очень давно человек столкнулся с проблемой сравнения окружающих его предметов или объектов по размеру, удалённости от некоторой точки и др. Древние люди хорошо понимали, что один человек может быть выше ростом, чем другой, что до озера можно добраться быстрее, чем до вершины горы, у подножия которой это озеро расположено. Так постепенно от непосредственного сравнения того, что он может видеть или взять в руки, человек пришёл к измерению и сравнению величин. Проблему измерения приходится решать и современному человечеству, поскольку появляются новые объекты и новые задачи, такие, например, как измерение размеров молекул и атомов или размеров нашей Вселенной.

КАК СРАВНИТЬ ДВА ОТРЕЗКА Отрезки можно сравнивать друг с другом, т. е. устанавливать, равны они или нет, а если не равны, то сравнивать, какой из них длиннее, а какой короче. Иногда это легко сделать, наложив один отрезок на другой при помощи циркуля, как показано на рисунке 1.22.

Однако такой способ сравнения отрезков не всегда возможен. Существует и другой способ — измерение отрезков и сравнение их длин. А чтобы измерить отрезок, мы должны прежде всего иметь **единицу измерения** — отрезок, длина которого принята за единицу.

ЕДИНИЦЫ ДЛИНЫ В нашей стране и во многих других странах мира основной единицей измерения длины является метр. Есть и другие единицы измерения, связанные с метром: миллиметр, сантиметр, дециметр, километр. Они образуют так называемую метрическую систему единиц. Их связывают следующие соотношения:

$$\begin{aligned} 1 \text{ км} &= 1000 \text{ м} & 1 \text{ дм} &= 10 \text{ см} \\ 1 \text{ м} &= 10 \text{ дм} & 1 \text{ см} &= 10 \text{ мм} \end{aligned}$$

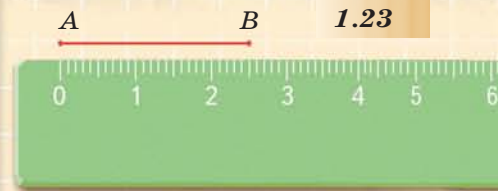
В некоторых странах до сих пор используют свою систему единиц измерения. Например, в Великобритании используют милю, ярд, фут, дюйм.

В 1 дюйме примерно 2 см 5 мм; 1 фут = 12 дюймам; 1 ярд = 3 футам; 1 сухопутная миля составляет примерно 1609 м.

ДЛИНА ОТРЕЗКА Для измерения длины отрезков пользуются линейкой. На рисунке 1.23 изображён отрезок AB . С помощью линейки установили, что его длина равна 2 см 5 мм. Это записывают так: $AB = 2 \text{ см } 5 \text{ мм}$.

Длину отрезка AB называют также **расстоянием между точками A и B** . В данном случае расстояние между точками A и B равно 2 см 5 мм.

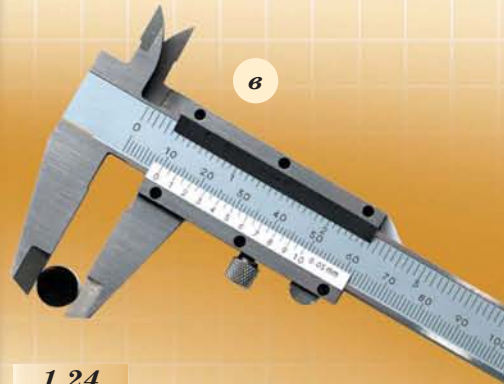
Существуют и другие инструменты, которые служат для измерения расстояний и длин: рулетка, одометр, штангенциркуль (рис. 1.24).



б



в



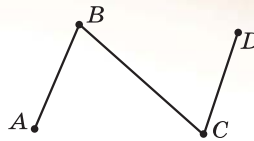
1.24

Инструменты для измерения расстояний и длин:

- а) рулетка;*
- б) одометр;*
- в) штангенциркуль*

ДЛИНА ЛОМАННОЙ Длина ломаной равна сумме длин отрезков, из которых она состоит.

Длина ломаной $ABCD$ равна $AB + BC + CD$ (рис. 1.25).

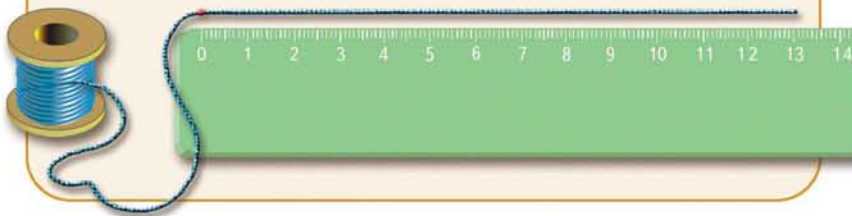


1.25

КАК ИЗМЕРИТЬ ДЛИНУ КРИВОЙ Задача измерения длин кривых значительно сложнее: линейкой кривую не измеришь. Мы поступим иначе.



- 1) Нарисуйте кривую на листе бумаги.
- 2) Выложите вдоль этой кривой нитку.
- 3) Распрямите нитку и измерьте её длину. Это и будет длина кривой.



Люди придумали много способов измерения кривой. В автомобиле длину пройденного пути показывает одометр — прибор для измерения количества оборотов колеса и преобразования в длину пройденного пути.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

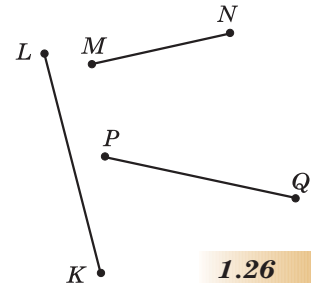
- По рисунку 1.22 объясните, как сравнить отрезки с помощью циркуля.
- Какие из единиц метрической системы больше метра, а какие — меньше?
- Назовите длину отрезка AB (рис. 1.23) в миллиметрах.
- Что называют расстоянием между двумя точками?
- Начертите какую-нибудь кривую и измерьте её длину.

УПРАЖНЕНИЯ

ДЛИНА ОТРЕЗКА

27

Определите на глаз среди трёх отрезков, изображённых на рисунке 1.26, наибольший и наименьший. Проверьте себя, воспользовавшись циркулем. Назовите отрезки в порядке убывания их длин.



1.26

28

Начертите на нелинованном листе бумаги четыре отрезка, измерьте их и запишите результаты измерений.

29

- Постройте по клеточкам в тетради отрезки длиной 5 см, 6 см 5 мм.
- Постройте на классной доске отрезки длиной 1 м, 1 м 15 см.
- Измерьте длину и ширину вашей комнаты, выбрав подходящий измерительный инструмент.

30

- Сделайте рисунок по следующему условию: точка C принадлежит отрезку AB ; $AC = 5$ см 4 мм, $CB = 3$ см 7 мм. Чему равна длина отрезка AB ?
- Сделайте рисунок по следующему условию: точка C принадлежит отрезку AB ; $AB = 10$ см, $AC = 4$ см 5 мм. Чему равна длина отрезка CB ?

31

Начертите прямую и отметьте на ней точки A и B , такие, что $AB = 3$ см. Отметьте на прямой точку C так, чтобы выполнялось условие:

- $AC = 2$ см, $BC = 1$ см;
- $AC = 2$ см, $BC = 5$ см;
- $AC = 8$ см, $BC = 5$ см.

32

Постройте отрезок AB . Отметьте на глаз точку C — середину отрезка AB , а затем точки D и E — середины отрезков AC и CB соответственно. У вас получится схематический рисунок. Пусть $AD = 3$ см. Вычислите длины отрезков DE и AB .

33

Точки A , B и C лежат на одной прямой. Расстояние между точками A и B равно 20 см, а между точками B и C — 5 см. Найдите расстояние между точками A и C .

Подсказка. Рассмотрите различные случаи расположения точек на прямой.

ЕДИНИЦЫ ДЛИНЫ

34

В каких единицах вы будете измерять:

- расстояние от дома до школы;
- длину отреза ткани при покупке;
- длину и ширину книги;
- расстояние до ближайшего населённого пункта?



1 км = 1000 м
1 м = 10 дм
1 дм = 10 см
1 см = 10 мм

35

Значение какой величины могут выражать 138 см?

- 1) расстояние между городами
- 2) ширина тетради
- 3) рост школьника
- 4) длина карандаша

36

Выразите:

- а) в сантиметрах: 12 дм, 9 дм 6 см, 1 м 88 см, 130 мм;
- б) в дециметрах: 8 м, 24 м, 1 м 6 дм, 70 см, 320 см;
- в) в миллиметрах: 5 см, 19 см, 3 см 6 мм, 11 дм;
- г) в метрах: 7000 мм, 100 см, 80 дм, 3 км, 6 км 350 м;
- д) в километрах: 2000 м, 14 000 м.

Неверно!

Исправьте ошибки:

$$1020 \text{ м} = 1 \text{ км } 200 \text{ м}$$

$$530 \text{ см} = 5 \text{ м } 3 \text{ см}$$

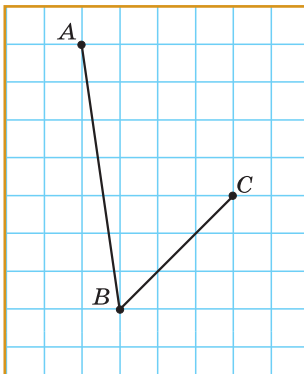
$$10 \text{ км } 800 \text{ м} = 1800 \text{ м}$$

ДЛИНА ЛОМАННОЙ

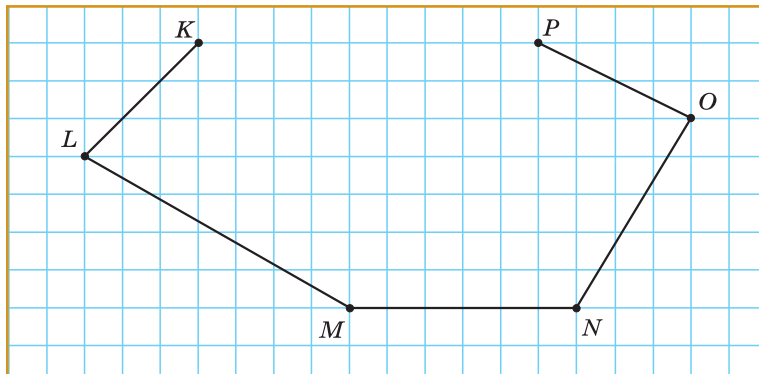
37

Перечертите в тетрадь ломаные, изображённые на рисунках 1.27 и 1.28, измерьте их звенья и найдите длину каждой ломаной.

1.27



1.28



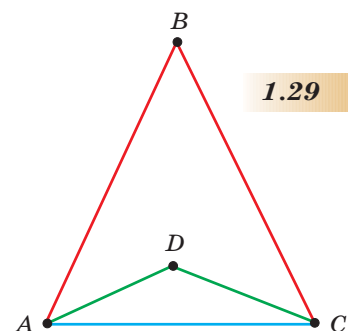
38

Начертите ломаную ABC , такую, что $AB = 3$ см, $BC = 5$ см. Чему равна длина этой ломаной?

39

Из точки A в точку C (рис. 1.29) можно «пройти» по отрезку AC , по ломаной ADC или по ломаной ABC . Какой путь самый короткий? самый длинный?

1.29



40

Постройте ломаную, длина которой равна 20 см, состоящую из четырёх звеньев различной длины.

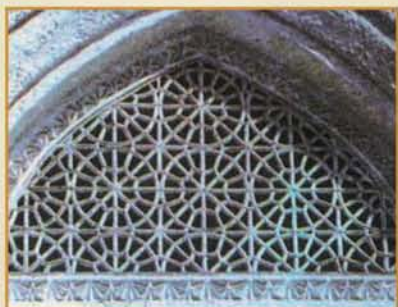
4

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Каким свойством обладает окружность
- Термины, связанные с окружностью



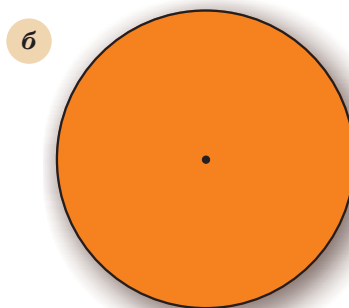
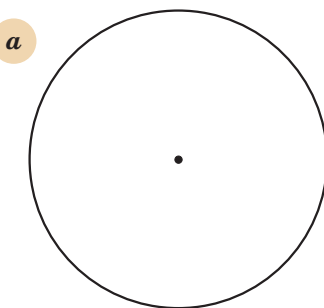
Узоры из окружностей можно увидеть на фасадах зданий, решётках мостов, предметах быта.



ОКРУЖНОСТЬ

Окружность всегда привлекала к себе внимание художников и архитекторов. Используя окружности, можно получать очень красивые узоры. А круг у многих народов — символ солнца.

ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ Среди кривых линий важную роль играет **окружность** (рис. 1.30, а). В отличие от прямой окружность является замкнутой линией. Она разбивает плоскость на две области — внутреннюю и внешнюю. Фигура, ограниченная окружностью, — это хорошо известный вам **круг** (рис. 1.30, б).



1.30

Окружность удивительно гармоничная фигура, древние греки считали её самой совершенной. Она обладает замечательным свойством:

Все точки окружности находятся на одинаковом расстоянии от одной точки — её **центра**.



Это свойство окружности объясняет некоторые хорошо известные факты: почему для вычерчивания окружности используют циркуль; почему колёса делают круглыми; почему окружность — кривая, которая может «скользить сама по себе».



Колесо используется не только в средствах передвижения: автомобилях, телегах, поездах, велосипедах, роликовых коньках и т. п., работает оно и в различных станках. Вы могли видеть, как работают точильный круг и гончарный круг. А ещё колесо используют для развлечений: в парке аттракционов можно покататься на «чёртовом колесе» и на карусели.



Слово «радиус» соответствует латинскому слову *radius*, которое на русский язык можно перевести как «спица в колесе».

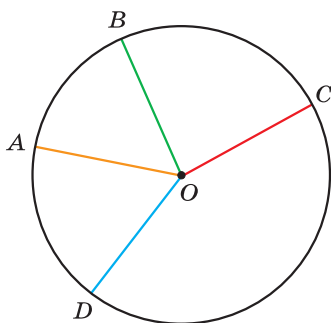
Слово «диаметр» происходит от латинского слова *diametros* – поперечник.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Приведите примеры предметов, на которых можно увидеть окружность или круг.
- Каким свойством обладают точки окружности?
- Назовите диаметр окружности (рис. 1.32).
- Как вы назовёте части круга, на которые он делится своим диаметром?
- Начертите с помощью циркуля окружность. Начертите ещё одну окружность, большего радиуса. Что для этого надо сделать?

РАДИУС И ДИАМЕТР ОКРУЖНОСТИ Отрезок, который соединяет центр окружности с какой-либо её точкой, называют **радиусом** окружности.

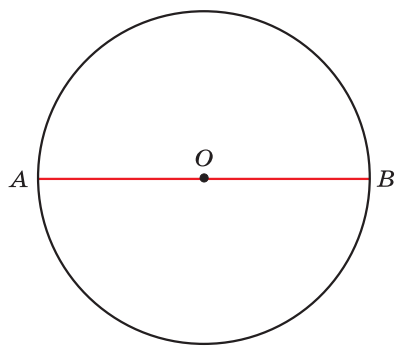
На рисунке 1.31 изображена окружность с центром в точке O и проведены радиусы OA , OB , OC , OD . Так как все точки окружности находятся на одном расстоянии от её центра, то все радиусы окружности равны между собой. Понятно, что $OA = OB = OC = OD$.



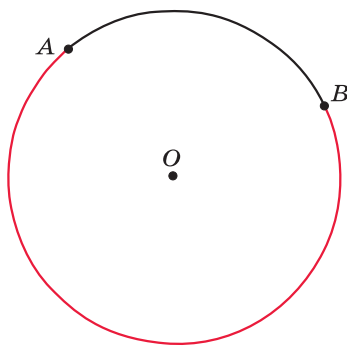
1.31

Отрезок, который соединяет две точки окружности и проходит через её центр, называют **диаметром** окружности.

Диаметр окружности состоит из двух радиусов (рис. 1.32). Диаметр делит окружность и круг на две равные части.



1.32



1.33

Отметим на окружности две точки: A и B (рис. 1.33). Они разделили окружность на две части, которые имеют своё название — **дуги**.

УПРАЖНЕНИЯ

РАДИУС И ДИАМЕТР ОКРУЖНОСТИ

41

Отметьте точку O и начертите пять отрезков, равных 3 см, с общим концом в точке O . Другие концы этих отрезков лежат на окружности. Проведите её. Чему равен радиус этой окружности?

42

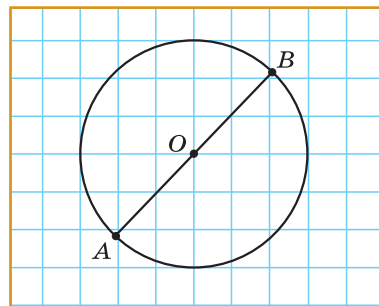
Начертите окружности с радиусами, равными 2 см, 4 см 5 мм. Чему равен диаметр каждой окружности?

43

а) Найдите диаметр окружности, если её радиус равен: 12 см, 3 см 5 мм, 10 дм.
б) Найдите радиус окружности, если её диаметр равен: 6 см, 9 см, 12 м.

44

Начертите окружность и проведите три прямые, её пересекающие. Как нужно провести прямую, чтобы расстояние между точками пересечения этой прямой с окружностью было наибольшим?

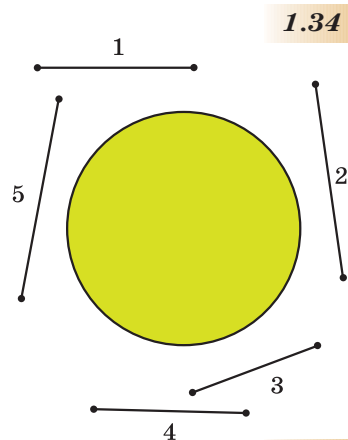


45

Перечертите рисунок 1.34 в тетрадь. Проведите и обозначьте ещё два отрезка с концами на окружности, равные отрезку AB . Как называются все эти отрезки?

46

На рисунке 1.35 изображено несколько отрезков и круг. Установите на глаз, какие из отрезков можно закрыть этим кругом. Проверьте себя с помощью циркуля.



47

Отметьте в тетради точки A и B . Измерьте расстояние между ними. Начертите окружность с центром в точке A , проходящую через точку B . Начертите окружность с центром в точке B , проходящую через точку A . Чему равен радиус каждой из окружностей? Каково расстояние от каждой точки пересечения окружностей до их центров?

1.35

48

1) Начертите в тетради отрезок AB длиной 3 см. Проведите окружность с центром в точке A радиусом 2 см. Проведите окружность с центром в точке B радиусом 2 см 5 мм. Одну из точек пересечения окружностей обозначьте буквой C . Чему равно расстояние:

- а) от точки C до точки A ;
б) от точки C до точки B ?

2) Начертите отрезок AB , равный 6 см. Найдите точки, которые находятся от точки A на расстоянии, равном 4 см, и от точки B на расстоянии, равном 5 см.

49

- 1) Начертите окружность радиусом 3 см и измерьте её длину с помощью нити.
- 2) Длину окружности приближённо можно найти, умножив её радиус на 6. Начертите окружность радиусом 2 см и найдите длину окружности двумя способами: измерением и вычислением. Сравните результаты.
- 3) Как можно приближённо вычислить длину окружности, если известен её диаметр?

РИСУНКИ ИЗ ОКРУЖНОСТЕЙ

50

Отметьте в тетради точку O . Постройте две окружности с центром в этой точке: одну радиусом 2 см, другую радиусом 3 см. Закрасьте цветным карандашом область, расположенную между этими окружностями. Как бы вы назвали получившуюся фигуру?

51

Скопируйте в тетрадь рисунки, составленные из окружностей (рис. 1.36, а–в).

52

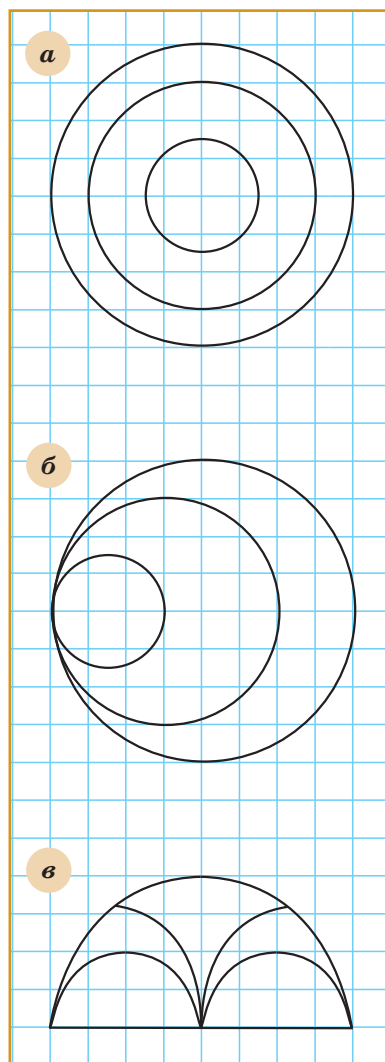
Проведите в тетради горизонтальную прямую по линии клетчатой бумаги. Через каждые три клеточки отметьте на ней точки. Проведите окружности радиусом 4 клеточки с центрами в этих точках. Раскрасьте получившийся узор таким образом, как будто бы вы накладывали каждый следующий круг на предыдущий.

53

Начертите окружность и отметьте на ней три точки. Обведите получившиеся дуги карандашами. Используйте для разных дуг карандаши разных цветов. Сколько всего дуг получилось?

54

Эмблема Олимпийских игр — пять сплетённых колец, символизирующих Европу, Азию, Африку, Австралию и Америку (рис. 1.37). Начертите олимпийскую эмблему на нелинованной бумаге. *Указание.* Если не удастся, сделайте это на клетчатой бумаге.



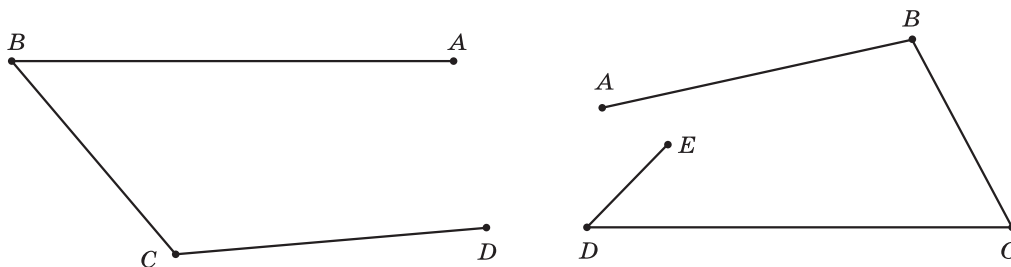
1.36

1.37



ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 Отметьте точки A и B . Проведите прямую AB . Отложите на этой прямой отрезок NM , равный отрезку AB . Измерьте длину отрезка AN .
- 2 Отметьте точку A и проведите через неё две различные прямые. Обозначьте и запишите получившиеся лучи.
- 3 Найдите длины ломаных.



- 4 Каким свойством обладают точки окружности? Что называют радиусом окружности? диаметром окружности?
- 5 Отметьте точку O . Проведите окружность с центром в точке O и радиусом 4 см. Чему равен диаметр этой окружности?
- 6 Отметьте точки A и B . Проведите окружность с центром в точке A , проходящую через точку B . Проведите радиус окружности и найдите его длину.
- 7 Начертите окружность с центром в точке O и радиусом 3 см. Проведите прямую, пересекающую окружность. Обозначьте точки пересечения прямой и окружности буквами A и B . Измерьте длину отрезка AB .
- 8 Заполните пропуски:

$$3 \text{ см } 2 \text{ мм} = \dots\dots\dots \text{ мм};$$

$$325 \text{ см} = \dots \text{ м } \dots \text{ см};$$

$$5 \text{ м } 20 \text{ см} = \dots\dots\dots \text{ см};$$

$$672 \text{ мм} = \dots \text{ см } \dots \text{ мм}.$$

Глава 2

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

- КАК ЗАПИСЫВАЮТ И ЧИТАЮТ ЧИСЛА
- НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД. СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ
- ОКРУГЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ
- КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

ИНТЕРЕСНО

Цифры

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 имеют многовековую историю. Время меняло их внешний облик.

Так, в XII в. в мавританских государствах цифры имели такой вид:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

К концу XV в. в Англии они изображались уже так:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

В XVI в. в Италии они ещё больше похожи на современные:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Современный вид цифр обусловлен потребностями техники. На калькуляторах они изображаются с помощью отрезков:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Почему наша система записи чисел называется позиционной
- Особенности записи чисел в римской нумерации



Медный всадник — поэтическое название памятника Петру I в Санкт-Петербурге (скульптор Э.М. Фальконе). На постаменте дата открытия памятника: MDCCLXXXII.

M — тысяча

DCC — семьсот

LXXX — восемьдесят

II — два,

т. е. это 1782 г.

Десятичная нумерация зародилась примерно 1500 лет тому назад в Индии. Потом она пришла в арабские страны, а оттуда — в Западную Европу. Её описал на арабском языке среднеазиатский математик Аль-Хорезми. Поэтому и цифры в Европе стали называться арабскими.

КАК ЗАПИСЫВАЮТ И ЧИТАЮТ ЧИСЛА

Записывать числа люди научились гораздо позже, чем считать. Раньше всего они стали изображать единицу палочкой, потом двумя палочками число 2, тремя — число 3. А затем люди догадались вместо группы единиц писать один знак.

РИМСКАЯ НУМЕРАЦИЯ Римская нумерация, которая сохранилась и до наших дней, начинается так: I, II, III. Для записи следующих чисел используются новые цифры, обозначающие сразу большое число единиц:

V <i>пять</i>	X <i>десять</i>	L <i>пятьдесят</i>
C <i>сто</i>	D <i>тысяча</i>	M <i>тысяча</i>

С помощью этих цифр с применением сложения и вычитания в римской нумерации записывают и другие числа. При этом пользуются такими правилами:

● Если меньшая цифра стоит после большей, то она прибавляется к большей:

VI — шесть, XV — пятнадцать, LX — шестьдесят.

● Если меньшая цифра стоит перед большей (в этом случае она не может повторяться), то она вычитается из большей:

IV — четыре, IX — девять, XL — сорок.

● Любую цифру запрещается писать более трёх раз подряд.

Эти правила не являются исчерпывающими, но и без специальных правил все знают, что, например, XIX — это 19, а XIV — это 14.

ДЕСЯТИЧНАЯ НУМЕРАЦИЯ Если бы мы захотели в римской нумерации записать очень большое число, то нам потребовалось бы придумать ещё много новых цифр — для десятков тысяч, сотен тысяч и т. д. Даже запомнить их все было бы очень трудно. Поэтому великим достижением математиков было изобретение **десятичной позиционной системы** записи чисел, хорошо вам известной. В ней используются только 10 цифр, которые обычно называют арабскими:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Используя эти десять цифр, можно записать любое, сколь угодно большое число. Например:

567857034932767611056860007.

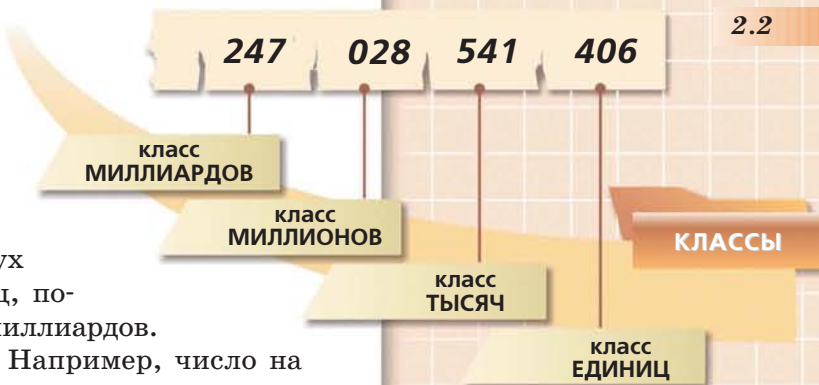
В десятичной системе значение цифры зависит от того, какое место в записи числа она занимает, а точнее, в каком **разряде** она находится. Например, в числе 3748152 цифра 2 означает две единицы, цифра 5 — пять десятков, цифра 1 — одну сотню и т. д. (рис. 2.1). Именно поэтому система и называется позиционной.



Изобретение десятичной системы заняло много веков. А самая главная трудность состояла... в отсутствии знака для «пустого» разряда. Такая цифра — прообраз нашего нуля — была изобретена в Индии только в VII в.; её изображали точкой или кружочком.

А десятичную нашу нумерацию называют потому, что в ней важную роль играет число 10: единица каждого следующего разряда составляет 10 единиц предыдущего разряда.

КАК ЧИТАЮТ ЧИСЛА Чтобы прочесть число, записанное в десятичной системе, его разбивают справа налево на **классы**, по три цифры в каждом (самая левая группа цифр может состоять как из трёх, так и из одной или двух цифр). Сначала идёт класс единиц, потом — класс тысяч, миллионов, миллиардов.



Читают число слева направо. Например, число на рисунке 2.2 читают так:

247 миллиардов 28 миллионов 541 тысяча 406.

Есть названия и для некоторых следующих классов. Так, за классом миллиардов идёт класс триллионов. Названия других классов практически не употребляются. В дальнейшем вы узнаете, что для больших чисел есть другой способ записи, который облегчает работу с ними.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сколько знаков используется для записи чисел в десятичной системе? Как они называются?
- Почему наша система записи чисел называется десятичной? позиционной?
- Запишите какое-нибудь число в десятичной нумерации, назовите классы и разряды в его записи.
- Является ли римская нумерация позиционной?



Каждое число можно представить в виде **суммы разрядных слагаемых**.

Например, число 2803 содержит 2 тысячи, 8 сотен, 0 десятков и 3 единицы. Поэтому $2803 = 2 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 3 \cdot 1$.

УПРАЖНЕНИЯ**ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ НУМЕРАЦИИ****55**

Какое число записано римскими цифрами:

- а) XXIII; в) XIX; д) CLIX; ж) CCCLXV;
 б) XVI; г) XIV; е) XL; з) DXXIV?

56

Запишите все числа, которые можно составить, используя только две римские цифры — одну из них или обе: а) I и V; б) X и L.

57

Запишите римскими цифрами год издания этого учебника.

ЧТЕНИЕ И ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В ДЕСЯТИЧНОЙ НУМЕРАЦИИ**58**

Прочитайте число:

- | | млрд | млн | тыс. | ед. | | млрд | млн | тыс. | ед. |
|----|------|-----|------|------|----|------|-----|------|------|
| а) | 3 | 284 | 376 | 159; | г) | 12 | 036 | 000 | 900; |
| б) | 285 | 999 | 500 | 273; | д) | 7 | 000 | 015 | 270; |
| в) | 37 | 102 | 000 | 000; | е) | 1 | 000 | 600 | 020. |

59

Разбейте число 85953500073 на классы и назовите каждый класс. Прочитайте это число.

60

Прочитайте число:

- а) 157398246; в) 70000012; д) 114521800000;
 б) 14084000; г) 79312333415; е) 18800011603.

61

Напишите число, в котором:

- а) 4 тысячи 3 сотни 2 десятка 1 единица;
 б) 5 миллионов 6 тысяч 7 сотен 8 десятков.

62

Запишите число:

- а) триста девятнадцать тысяч двести двадцать пять;
 б) сорок тысяч сто двенадцать;
 в) шесть тысяч двадцать семь;
 г) пятьсот тысяч десять.

63

Дано число: а) 156998; б) 3409999. Запишите три следующих числа и прочитайте их.

64

В газетах и журналах вы могли видеть, что при записи больших чисел используют сокращения: тыс., млн, млрд. Например, число 2047000 записывают так: 2 млн 47 тыс.

Используя указанные сокращения, запишите число:

- а) 39526000;
 б) 25003200000.

65

Запишите цифрами числа:

- а) 237 тыс.; в) 407 млн; д) 23004 тыс.;
 б) 1324 тыс.; г) 12 млн; е) 60005 млн.

66

Прочитайте данное число. Запишите другое число, используя те же цифры, но в обратном порядке, и прочитайте его:

- а) 1235; б) 40007; в) 1000213.

67

- а) Сколько различных цифр использовано в записи числа 30350500000?
 б) Сколько чисел можно записать, используя только цифры 3 и 7? Приведите примеры таких чисел.

68

Используя все цифры от 0 до 9 по одному разу, запишите сначала наибольшее число, а потом наименьшее число.

ЗАПИСЬ ЧИСЛА В ВИДЕ СУММЫ РАЗРЯДНЫХ СЛАГАЕМЫХ

69

Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:

- а) 753; б) 3428; в) 2350; г) 4038; д) 25070.

Образец. $5037 = 5 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$.

70

Прочитайте число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:

- а) $6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1$; в) $8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1$;
 б) $2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 1$; г) $7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1$.

ВЕЛИЧИНЫ

71

Выразите величину в указанных единицах:

а) в метрах: 7 км, 30 км, 245 км, 40 км 500 м, 40 км 5 м;

б) в сантиметрах: 23 м, 550 м, 42 м 30 см, 42 м 6 см.

Образец. $6 \text{ км} = 6000 \text{ м}$; $12 \text{ м } 25 \text{ см} = 1200 \text{ см} + 25 \text{ см} = 1225 \text{ см}$.

1 км = 1000 м
 1 м = 100 см
 1 м = 10 дм
 1 дм = 10 см



1 т = 1000 кг
 1 кг = 1000 г
 1 т = 10 ц
 1 ц = 100 кг

72

Выразите величину в указанных единицах:

а) в килограммах: 6 т, 5 ц, 30 ц, 8 т 3 ц, 8 т 30 ц, 20 ц 7 кг, 6 т 9 ц 15 кг;

б) в граммах: 8 кг, 10 кг, 350 кг, 6 кг 240 г, 6 кг 24 г.

Неверно!

Петя выразил величины в других единицах и записал:

 $30 \text{ м } 7 \text{ см} = 307 \text{ см}$, $25 \text{ км } 40 \text{ м} = 2540 \text{ м}$.

Исправьте его ошибки.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- О натуральном ряде и его свойствах
- Об изображении натуральных чисел точками на прямой

Натуральные числа появились в глубокой древности, когда людям понадобилось вести счёт окружающих их предметов: плодов, животных и т. п. Само слово «натуральный» означает в русском языке то же самое, что и слово «естественный», так что название «натуральные» соответствует происхождению чисел из человеческой практики.

Прилагательное «чётное» произошло от русского слова «чета», означающего «пара» (а в первоначальном смысле «ровня», «союз»). Прилагательное «нечётное» — слово противоположного значения, означающее «непарный».

НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД. СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Когда мы считаем, то называем числа: один, два, три, четыре и т. д. Эти числа, как вы знаете, называются натуральными. Натуральные числа обладают многими интересными свойствами, которые с давних времён привлекают внимание математиков, и изучаются в разделе математики, называемом «Теория чисел». В 5 классе вы вспомните уже известные вам свойства натуральных чисел и узнаете некоторые новые.

НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД Натуральные числа, записанные по порядку одно за другим, образуют **натуральный ряд**:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

Обратите внимание: число 0 не входит в натуральный ряд, т. е. не считается натуральным числом. И это естественно, потому что предметы никогда не начинают считать с нуля.

В натуральном ряду есть наименьшее число — это 1 — и нет наибольшего. Натуральный ряд бесконечен, и именно это мы показываем, ставя многоточие.

Каждое натуральное число, кроме 1, получается из предыдущего прибавлением единицы:

$$6 = 5 + 1; 54 = 53 + 1; 1\,000\,000 = 999\,999 + 1.$$

Число 1 — исключение, оно не имеет предыдущего.

В то же время у каждого натурального числа имеется следующее, и это верно для всех чисел без исключения.

Заметим, что в натуральном ряду чередуются чётные и нечётные числа, т. е. числа, делящиеся и не делящиеся на 2:

1 2 3 4 5 6 ... 99 100 ...

Из двух различных натуральных чисел всегда одно больше, а другое меньше.

Меньшим считается то число, которое в натуральном ряду появляется раньше, а большим — то, которое появляется позже. Договорились также считать, что число 0 меньше любого натурального числа.

Результат сравнения двух чисел записывают с помощью знаков < (меньше) и > (больше). Например:

$$17 < 23; 25 > 19; 0 < 5; 38 > 0.$$

Такие записи называют **неравенствами**.

Возьмём числа 15, 22 и 36. Число 15 меньше, чем число 22, а 22 меньше, чем 36. Этот факт записывают в виде **двойного неравенства**:

$$15 < 22 < 36.$$

Двойное неравенство принято читать «с середины»: 22 больше, чем 15, и меньше, чем 36.

КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ В математике принято изображать числа точками на прямой. Вот как это делается (рис. 2.3).



1) Начертите горизонтальную прямую. Отметьте на ней точку O , а справа от неё ещё одну точку — E .

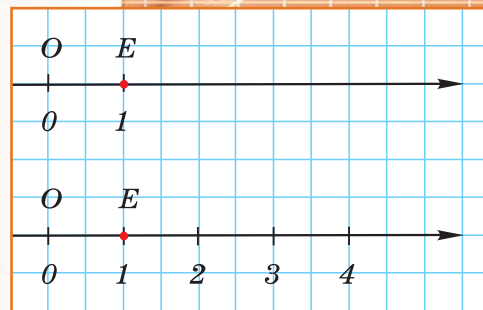
Будем считать, что точка O изображает число 0, а точка E — число 1. Отрезок OE назовём **единичным отрезком**.

2) Отложите вправо от точки E отрезок, равный единичному; вы получите точку, которая изображает число 2.

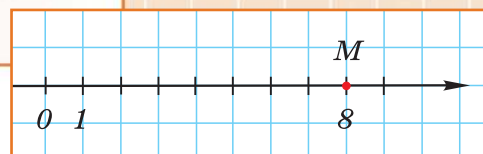
3) Отложите вправо от этой точки ещё один единичный отрезок; вы получите точку, изображающую число 3.

Так, шаг за шагом, можно будет построить точки, которым соответствуют числа 4, 5, 6,

Направление, в котором мы перемещаемся по прямой, переходя от меньшего числа к большему, показывают стрелкой.



2.3



Прямую с отмеченными точками, которые изображают числа 0, 1, 2, 3, 4, ..., называют **координатной прямой**; сами числа называют **координатами** отмеченных точек. Если, например, точка M имеет координату, равную 8, то это записывают так: $M(8)$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Найдите в учебнике свойства натурального ряда и перечислите их.
- В натуральном ряду число a появляется позже, чем число b . Какое из этих чисел меньше?
- Расскажите, как изображают координатную прямую. Сделайте рисунок.
- Сравните числа m и n , если известно, что на координатной прямой числу m соответствует точка, расположенная левее.



На координатной прямой большему числу соответствует точка, расположенная правее, а меньшему — точка, расположенная левее.

Изображение чисел точками координатной прямой для математиков настолько привычно, что в речи часто число и изображающую его точку не различают. Так, вместо «отметим точку с координатой, равной 5» говорят «отметим число 5».

УПРАЖНЕНИЯ

СРАВНЕНИЕ И УПОРЯДОЧЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

73

Сравните числа и запишите ответ с помощью знака $>$ или $<$:

- а) 245 и 1002; д) 7280 и 7028;
 б) 25000 и 9876; е) 111111 и 222222;
 в) 74196 и 74215; ж) 15278 и 15287;
 г) 1197000 и 1190426; з) 6130248 или 10471000.

74

Запишите в виде неравенства:

- а) число a больше 15; в) число 28 меньше числа c ;
 б) число b меньше 100; г) число a больше числа c .

В каждом случае приведите примеры таких чисел.

75

Назовите числа сначала в порядке возрастания, а потом в порядке убывания; в каждом случае запишите цепочку неравенств:

- а) 89, 61, 88, 49; б) 576, 675, 568, 615.

Образец. $3 < 7 < 12 < 20$; $20 > 12 > 7 > 3$.

76

Сравните, если возможно, числа, в которых некоторые цифры неизвестны:

- а) 9^{**} и 2^{**} ; в) $3^{***}4$ и $3^{***}7$; д) $9*4*4$ и $8*4*4$;
 б) 18^{***} и 20^{***} ; г) 6^{****} и $6*5^{**}$; е) $**111$ и $*1111$.

77

а) Запишите какое-нибудь пятизначное число, которое меньше 10101 и оканчивается цифрой 7. Сколько всего таких чисел?

б) Запишите какое-нибудь шестизначное число, которое больше 999888 и оканчивается цифрой 6. Сколько всего таких чисел?

СРАВНЕНИЕ ВЕЛИЧИН

78

Сравните величины и запишите ответ с помощью знака $>$, $<$ или $=$:

- а) 980 см и 10 м; д) 2 кг и 1950 г;
 б) 100 см и 1000 мм; е) 25 т и 19 570 кг;
 в) 15 м 7 см и 169 см; ж) 7 ц и 712 кг;
 г) 8 км и 7 км 900 м; з) 3 т 2 ц и 3200 кг.

79

Сравните величины:

- а) 7 ч и 700 мин;
 б) 300 мин и 5 ч;
 в) 270 с и 4 мин 7 с;
 г) 3 ч 15 мин и 195 мин.



1 мин = 60 с
 1 ч = 60 мин
 1 ч = 3600 с

80

Найдите среди данных величин равные:

- а) 7 км, 700 м, 7000 м, 70000 см;
 б) 4 т, 40 кг, 400 кг, 4000 кг, 40000 г;
 в) 2 ч, 200 мин, 120 мин, 12000 с, 7200 с.

ЧТЕНИЕ И ЗАПИСЬ ДВОЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

81

Запишите в виде двойного неравенства:

- а) число 7 больше 6 и меньше 10;
- б) число 83 больше 80 и меньше 90;
- в) число d больше 20 и меньше 30;
- г) число 14 больше числа a и меньше числа b ;
- д) число x больше числа y и меньше числа z .

82

Назовите два ближайших числа, между которыми находится данное число: а) 28; б) 84; в) 145; г) 219.

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

Неверно!

$$246 > 247 > 248$$

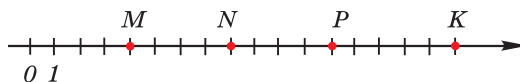
Объясните, в чём состоит ошибка, и покажите, какой должна быть правильная запись.

КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

2.4

83

Запишите координаты точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 2.4).



84

- а) Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок одну клеточку. Отметьте на ней точки $B(7)$, $C(10)$, $D(14)$, $E(19)$.
- б) Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок две клеточки. Отметьте на этой прямой числа 3, 5, 7, 9.

85

- а) Начертите координатную прямую и отметьте на ней точку O . Отступив от точки O вправо на четыре клетки, поставьте метку и подпишите под ней число 2. Отметьте на этой координатной прямой числа 1, 4, 8.
- б) Начертите прямую и отметьте на ней точку O . Отступив от точки O вправо на три клетки, поставьте метку и подпишите под ней число 6. Отметьте на этой координатной прямой числа 12, 2, 8.

86

- а) Найдите координаты точек на координатной прямой, которые удалены от точки $A(13)$ на 4 единицы.
- б) Найдите координаты каких-нибудь двух точек на координатной прямой, равноудалённых от точки $A(9)$.

В каждом случае сделайте рисунок.

87

На координатной прямой (рис. 2.5) отмечены натуральные числа a , b , c и d . Сравните указанные числа и запишите соответствующее неравенство:

- а) a и c ;
- б) a и d ;
- в) a и b ;
- г) b и d ;
- д) b и c ;
- е) d и c .

2.5



ВЫ УЗНАЕТЕ

● Что значит «округлить натуральное число»

ОКРУГЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Известно, что расстояние от Земли до Луны составляет 384000 км. Если вдуматься, то возникают вопросы, например: неужели это расстояние так точно подсчитано и составляет такое «круглое» число километров? Почему же мы всё-таки верим астрономам, которые называют такое расстояние?

КАК ОКРУГЛЯЮТ ЧИСЛА Когда полная точность не нужна или невозможна, числа **округляют**, т. е. заменяют их близкими числами с нулями на конце. Например, директор стадиона точно знает, что на футбольный матч продано 46238 билетов. Но комментатор матча скажет, что на стадионе 40–50 тыс. зрителей, и этой информации для слушателей вполне достаточно.



Натуральные числа округляют до десятков, сотен, тысяч и т. д.

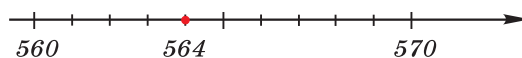
При округлении числа до десятков его заменяют ближайшим «круглым» числом, состоящим из целых десятков; у такого числа в разряде единиц стоит цифра 0.

При округлении до сотен данное число заменяют «круглым» числом, состоящим из целых сотен; у такого числа цифра 0 должна стоять и в разряде единиц, и в разряде десятков. И т. д.

При округлении числа до некоторого разряда могут встретиться разные случаи.

Пример 1. Округлим до десятков число 564.

Число 564 заключено между соседними «круглыми» числами 560 и 570, содержащими целое число десятков; при этом ближе оно к числу 560.



Поэтому, округляя число 564 до десятков, мы должны заменить его числом 560. Записывают результат округления так: $564 \approx 560$.

Знак \approx читается как «приближённо равно».

Числа 560 и 570, между которыми заключено число 564, называют его *приближёнными значениями с точностью до десятков*; число 560 — *приближённое значение с недостатком*, а число 570 — *приближённое значение с избытком*.

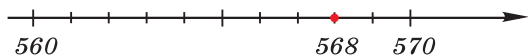
«Круглые» числа встречаются нам повсюду. Например, в справочниках сообщается, что в Москве проживает 12 млн человек, что стадион «Маракана» в Бразилии вмещает 200 тыс. зрителей.

Эти данные не являются точными, однако в жизни они играют очень важную роль: по ним мы можем сравнить города по численности населения, страны по территориям и др. И для этого не нужно, например, знать абсолютно точное число людей, живущих в Москве, тем более что это и невозможно, так как численность населения крупного города ежедневно меняется.

Округлив число 564 до десятков, мы заменили его приближённым значением с недостатком.

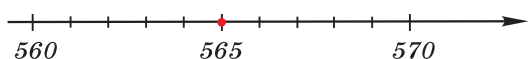
Пример 2. Округлим до десятков число 568.

Нам опять нужно выбирать из двух приближённых значений, равных 560 и 570. Очевидно, что в данном случае округляемое число ближе к приближённому значению с избытком, а значит, $568 \approx 570$.



Пример 3. Округлим до десятков число 565.

Это особый случай, так как число 565 одинаково удалено от соседних «круглых» чисел 560 и 570.



В таких случаях число округляют «в большую сторону», т. е. заменяют его приближённым значением с избытком. Таким образом, $565 \approx 570$.

ПРАВИЛО ОКРУГЛЕНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

При округлении натуральных чисел вы всегда можете получать ответ, рассуждая так же, как в разобранных выше примерах. Но есть и более короткий путь: действовать по правилу, которое в каждом случае «укажет» вам нужное приближение. Это правило таково:

- если справа от разряда, до которого округляют число, стоит цифра 5 или цифра, большая 5, то к цифре этого разряда прибавляют 1; в противном случае эту цифру оставляют без изменения;
- все цифры, расположенные правее разряда, до которого округляют число, заменяют нулями.

Пример 4. Округлим до миллионов число 23847250.

- 1) Подчеркнём цифру в разряде миллионов.
 - 2) Справа от подчёркнутого разряда стоит цифра, большая 5, — прибавим к цифре подчёркнутого разряда 1.
 - 3) Заменим нулями все цифры правее подчёркнутой.
- (Не ошибитесь! Их шесть.)

23847250

24*****

24000000

Запись решения может выглядеть так:

$$\underline{2}3847250 \approx 24000000 = 24 \text{ млн.}$$

При округлении чисел для самоконтроля полезно проверять, что в круглом числе цифр не меньше, чем в исходном.

Округлённые результаты часто записывают без нулей, добавляя сокращения «тыс.», «млн», «млрд». Например:

$$52489 \approx 52000 = 52 \text{ тыс.}$$



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Найдите в газетах или журналах примеры округлённых чисел.
- На примерах округления до десятков чисел 132, 136, 135 покажите, как округляют числа по правилу.

УПРАЖНЕНИЯ

ОКРУГЛЕНИЕ ПО СМЫСЛУ

88

а) В городе во время переписи населения было зарегистрировано 13882 жителя. Сообщая результаты переписи, одна газета указала, что в городе примерно 13 тыс. жителей, а другая — 14 тыс. жителей. Какое сообщение точнее? Запишите соответствующее приближённое равенство.

б) В вагоне метро находится 148 пассажиров. Какое приближение точнее: 150 пассажиров или 140 пассажиров? 100 пассажиров или 200 пассажиров? Запишите соответствующие приближённые равенства.

89

Укажите, какое из приближённых равенств точнее:

а) $28 \approx 30$ или $28 \approx 20$;

в) $746 \approx 750$ или $746 \approx 740$;

б) $54 \approx 60$ или $54 \approx 50$;

г) $1823 \approx 1900$ или $1823 \approx 1800$.

90

Задача-шутка

Экскурсанты, указывая на скелет, спросили сторожа музея: «Сколько лет этому динозавру?» — «Один миллион тридцать четыре года». — «Откуда Вы так точно знаете его возраст?» — изумились посетители. «Это просто! — ответил сторож. — Когда 34 года назад я пришёл сюда работать, мне сказали, что этому динозавру миллион лет». Правильно ли рассуждал сторож?

91

а) От Москвы до Петербурга по железной дороге 660 км. Укажите это расстояние округлённо в сотнях километров.

б) В англо-русском словаре 8532 слова. Укажите это количество слов округлённо в тысячах.

92

а) В школьной библиотеке 27923 книги. Сколько примерно тысяч книг в школьной библиотеке?

б) В городской библиотеке 2387600 книг. Сколько примерно тысяч книг в городской библиотеке? Сколько примерно миллионов книг?

93

Выразите приближённо:

а) 19 мм в сантиметрах;

г) 359 см в дециметрах;

б) 28 см в дециметрах;

д) 482 см в метрах;

в) 423 см в метрах;

е) 5621 м в километрах.

Образец. Выразим приближённо 6789 м в километрах. Так как $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, то число 6789 надо округлить до тысяч: $6789 \text{ м} \approx 7000 \text{ м} = 7 \text{ км}$.

94

а) Масса слона 5835 кг. Сколько примерно тонн весит слон?

б) Масса серого кита 19750 кг. Сколько примерно тонн весит серый кит?

95

Выразите приближённо:

а) 7169 г в килограммах;

г) 13875 г в килограммах;

б) 290 кг в центнерах;

д) 517 кг в центнерах;

в) 47300 кг в тоннах;

е) 980 кг в тоннах.

ОКРУГЛЕНИЕ ПО ПРАВИЛУ**96**

Округлите числа:

- а) 281, 69, 347, 23 до десятков;
- б) 4567, 14032, 777, 3159 до сотен;
- в) 3067, 8750, 26342, 24583 до тысяч;
- г) 5487900, 31672350 до миллионов.

97

В ящике 3720 гвоздей. Укажите примерное количество гвоздей, округлив данное число до сотен, до тысяч.

98

Рассмотрите приближённое равенство и скажите, до какого разряда округлили число 486573:

- 1) $486573 \approx 486600$;
- 2) $486573 \approx 487000$;
- 3) $486573 \approx 500000$.

99

Выполните округление указанного числа и запишите результат, используя сокращённые наименования:

- а) 340911 до тысяч;
- б) 109507 до тысяч;
- в) 2096514 до миллионов;
- г) 3547000115 до миллиардов.

100

Запишите ряд чисел, который получится, если последовательно округлять данное число до десятков, сотен и т. д., вплоть до старшего разряда:

- а) 62538;
- б) 28701568.

101

Тимур задумал число и, округлив его до десятков, записал: 280. Какое число мог задумать Тимур?

102

Некоторое число округлили до сотен и получили 53400.

- а) Назовите несколько чисел, при округлении которых до сотен получится это число.
- б) Назовите наименьшее число, при округлении которого до сотен получится это число.
- в) Назовите наибольшее число, при округлении которого до сотен получится это число.

103

В школе 20 классов, в каждом из которых от 30 до 40 учеников. Оцените число учащихся школы. Какое из двух полученных чисел точнее указывает примерное число учащихся в школе, если в школе 758 учеников? 626 учеников?

Неверно!

Учитель предложил округлить до миллионов число 26547049. Три ученика дали разные ответы:

$$26547049 \approx 26000000;$$

$$26547049 \approx 2700000;$$

$$26547049 \approx 26500000.$$

Объясните, какую ошибку допустил каждый, и дайте правильный ответ.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какие задачи называют комбинаторными
- Как решать комбинаторные задачи способом перебора

Слово «комбинаторика» произошло от латинского слова *combinare*, что означает «соединять», «сочетать».



11 12 13

21 22 23

31 32 33



РМФ МРФ ФМР

РФМ МФР ФРМ

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Познакомимся с задачами, относящимися к области математики, называемой комбинаторикой. При решении комбинаторных задач чаще всего приходится отвечать на вопрос: «Сколькими способами...?» Например, сколькими способами можно выбрать двух участников олимпиады по математике из пяти равных по силе учеников? Чтобы ответить на подобный вопрос, можно рассмотреть все возможные варианты выбора. А для этого нужно найти удобный способ перебора всех возможных вариантов.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ**Задача 1. Цифровые коды**

Чтобы запереть чемодан с кодовым замком, нужно ввести код, состоящий из двух каких-либо цифр. Хозяин чемодана решил использовать только цифры 1, 2 и 3. Сколькими способами он может выбрать код?

Решение. Подходящие коды — это двузначные числа, которые можно составить из цифр 1, 2 и 3. Будем выписывать все такие числа в порядке возрастания. Такой способ перебора позволит нам не пропустить никакой из кодов и в то же время не повторить ни один из них.

Сначала запишем в порядке возрастания все коды, начинающиеся с цифры 1: **11, 12, 13**. Затем запишем в порядке возрастания коды, начинающиеся с цифры 2: **21, 22, 23**. Наконец, запишем в порядке возрастания коды, начинающиеся с цифры 3: **31, 32, 33**.

Таким образом, имеется 9 способов выбора кода: 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33.

Задача 2. Расписание уроков

В четверг в 1 классе должно быть три урока: русский язык, математика и физкультура. Сколько различных вариантов расписания можно составить на этот день?

Решение. Чтобы удобнее было выписывать варианты расписания, обозначим: русский язык — **Р**, математика — **М**, физкультура — **Ф**. Если первым поставить русский язык, то на втором уроке может быть или математика, или физкультура. Если на втором дать математику, то на третьем может быть только физкультура; если же на втором уроке дать физкультуру, то на третьем окажется математика. Мы получили два варианта расписания: **РМФ, РФМ**. Поставив на первое место математику и рассуждая точно так же, получим ещё два варианта: **МРФ, МФР**. Поставив на первое место физкультуру, получим варианты: **ФМР, ФРМ**.

Таким образом, можно составить 6 различных вариантов расписания: РМФ, РФМ, МРФ, МФР, ФМР, ФРМ.

Задача 3. Отрезки на прямой

На прямой отметили четыре точки: A , B , C и D . Сколько получилось отрезков?



Любые две отмеченные точки являются концами некоторого отрезка.



1) Сначала перечислите все отрезки, левым концом которых является точка A . Это отрезки AB , AC и AD .

2) Теперь рассмотрите все отрезки с одним из концов в точке B . Это отрезки BA , BC и BD . Но отрезок BA уже был учтён: ведь AB и BA — это два разных «имени» одного и того же отрезка. Значит, новыми будут только отрезки BC и BD .

3) Из всех отрезков с концом в точке C новым будет только отрезок CD . Все отрезки с концом в точке D уже указаны.

Итак, мы получили 6 отрезков:

AB , AC , AD ,
 BC , BD ,
 CD .

ДЕРЕВО ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ

Часто процесс перебора удобно осуществлять путём построения специальной схемы — так называемого **дерева возможных вариантов**. Это название принято потому, что такая схема, как вы увидите, действительно напоминает дерево, правда, расположенное «вверх ногами» и без ствола.

Решим с помощью построения дерева разобранную выше задачу о цифровых кодах.

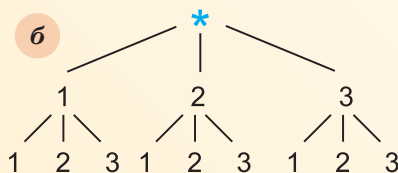
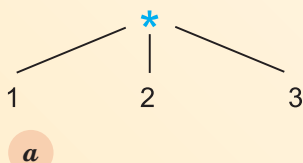


1) Изобразите корень дерева, для этого поставьте знак $*$.

2) Чтобы выбрать первую цифру кода, у нас есть три варианта: цифры 1, 2 или 3. Поэтому от корня дерева проведите три ветви (три отрезка) и на их концах поставьте цифры 1, 2 и 3 (рис. **а**).

3) Для выбора второй цифры кода есть те же три варианта: цифры 1, 2 и 3. Поэтому от каждой первой цифры кода проведём снова по три отрезка и на их концах опять запишем цифры 1, 2 и 3 (рис. **б**).

Двигаясь от корня дерева по ветвям, мы получим все возможные коды.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как называется способ решения комбинаторных задач, рассмотренных в этом пункте?
- Решите задачу о расписании уроков (задача 2) с помощью дерева возможных вариантов.

УПРАЖНЕНИЯ

ЗАДАЧИ, ПОХОЖИЕ НА ЗАДАЧУ О ЦИФРОВЫХ КОДАХ

104

Какие двузначные коды можно составить, используя только цифры 3 и 7?

105

Составьте все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 3, 5, 7, 9. Сколько двузначных чисел можно записать, если использовать при записи числа каждую из указанных цифр только один раз?

106

Запишите все двузначные числа, которые можно составить из цифр 0, 1, 2. Сколько получится чисел, если каждую цифру использовать только один раз?

107

Девять школьников, сдавая экзамены по математике, русскому и английскому языкам, получили отметки «4» и «5». Можно ли утверждать, что по крайней мере двое из них получили по каждому предмету одинаковые отметки?

ЗАДАЧИ, ПОХОЖИЕ НА ЗАДАЧУ О РАСПИСАНИИ

108

Шифр для сейфа составляется из трёх разных цифр. Запишите все шифры, которые можно составить, используя цифры 1, 2 и 3.

109

Сколько новых чисел можно получить из числа 546, переставляя цифры?

110

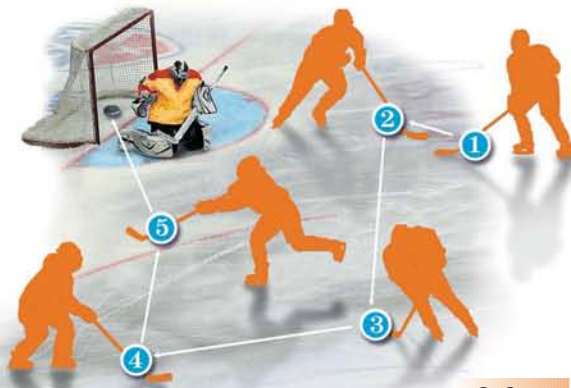
В магазине продаются полотенца трёх видов: в полоску, в клетку и в горошек. Мама хочет подарить каждой из трёх дочерей по полотенцу, причём так, чтобы одинаковых у них не было. Сколькими способами она может раздать три разных полотенца девочкам?

Указание. Введите обозначения: П — полоска, К — клетка, Г — горошек.

111

Хоккейная комбинация

На поле пять игроков (рис. 2.6). Начал комбинацию игрок № 1, продолжили игроки с другими номерами, а забил гол игрок № 5. Каждый хоккеист ударил по шайбе один раз. На рисунке с помощью стрелок изображён один из возможных вариантов комбинации. Сколько всего вариантов этой комбинации существует?



2.6

112

Дано число 3241. Запишите все числа, большие данного, которые можно получить с помощью перестановки цифр этого числа.

113

Сколько четырёхзначных чисел, заключённых в промежутке от 1000 до 2000, можно составить из цифр 1, 2, 3 и 4, используя каждую из них только один раз?

ЗАДАЧИ, ПОХОЖИЕ НА ЗАДАЧУ ОБ ОТРЕЗКАХ НА ПРЯМОЙ

114

Сколькими способами можно составить патруль из двух милиционеров, если на дежурство вышли трое: Быстров, Свистунов и Умнов?
Указание. Обозначьте милиционеров первыми буквами их фамилий.

115

Из четырёх игр: шашки, лото, конструктор и эрудит — надо выбрать две. Сколькими способами можно осуществить этот выбор?

116

Саша выбрал в библиотеке пять книг, но одновременно можно взять только две книги. Сколько вариантов выбора двух книг из пяти есть у Саши?

Указание. Присвойте книгам номера 1, 2, 3, 4 и 5.

117

В школьной лотерее должно быть всего десять различных выигрышей. Есть ручки, блокноты, записные книжки, альбомы для рисования. Можно ли из этих предметов составить десять различных выигрышей, по два разных предмета в каждом?

118

Сколькими способами можно выбрать два разных цветка, если есть васильки, маки, ромашки и тюльпаны? Сколько получится пар, если их можно составлять и из двух одинаковых цветков?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ДЕРЕВА ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ

119

В костюмерной имеются жёлтая и белая кофты, а также синяя, красная и чёрная юбки. Сколько из них можно составить различных костюмов?

120

Имеются ручки четырёх цветов: красные, синие, зелёные, чёрные — и два вида записных книжек. Сколько различных наборов из ручки и записной книжки можно составить из этих предметов?

121

Школьники из Волгограда решили на каникулах побывать в Нижнем Новгороде, а затем поехать в Москву. Сколькими различными способами могут ребята осуществить своё путешествие, если из Волгограда в Нижний Новгород можно отправиться на теплоходе или поезде, а из Нижнего Новгорода в Москву — на самолёте, теплоходе, поезде или автобусе?

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 На примере числа 2347059210 расскажите, как читают натуральные числа.
- 2 Запишите цифрами число:
 - а) двадцать девять тысяч семьсот пятнадцать;
 - б) восемьдесят тысяч двести;
 - в) 682 млн;
 - г) 5436 тыс.
- 3 Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых:
 - а) 49532;
 - б) 5017.
- 4 Сравните числа:
 - а) 888 и 1001;
 - б) 7500000 и 7050000.
- 5 Сравните величины:
 - а) 50 м 70 см и 5000 см;
 - б) 2 т 5 ц и 3000 кг;
 - в) 3 ч 20 мин и 200 мин.
- 6 Расскажите, как изображают числа точками на координатной прямой. Начертите координатную прямую и отметьте на ней числа 3, 7, 10.
- 7 На координатной прямой число a расположено левее числа 12, а число b — правее его. Сравните числа a и b .
- 8 Известно, что $a < c$, $b > c$, $d < a$. Перечислите числа a , b , c , d в порядке возрастания.
- 9 Выразите приближённо:
 - а) 16381 г в килограммах;
 - б) 5743 м в километрах.
- 10 Округлите число 89615:
 - а) до десятков;
 - б) до сотен;
 - в) до тысяч.
- 11 Запишите все возможные трёхзначные числа, которые можно составить из цифр 4, 5 и 6, используя каждую из них только один раз.
- 12 На прямой отметили пять точек: A , B , C , D и E . Сколько всего получилось отрезков?
- 13 Сколько существует двузначных чисел, у которых первая цифра больше второй?

Глава 3

ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

- СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ
- УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ
- ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ В ВЫЧИСЛЕНИЯХ
- СТЕПЕНЬ ЧИСЛА
- ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

ИНТЕРЕСНО

Первый русский учебник по математике – «Арифметика» Л.Ф. Магницкого был издан в 1703 г. по инициативе Петра I для курсантов Навигацкой школы. Его автор был преподавателем этой школы. Учебник быстро распространился и на долгие годы стал основным учебником арифметики в России. По нему учился М.В. Ломоносов, который называл эту книгу «вратами учёности».


9

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как связаны между собой сложение и вычитание чисел

Сложение многозначных чисел обычно выполняют поразрядно в столбик.

Найдём сумму чисел 10835 и 874:



$$\begin{array}{r} + 10835 \\ \quad 874 \\ \hline 11709 \end{array}$$

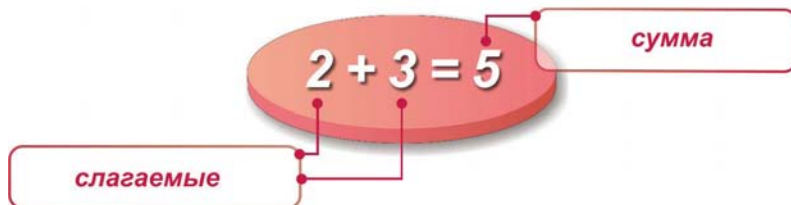
А теперь найдём сумму чисел 21035, 3440 и 880927:

$$\begin{array}{r} + 21035 \\ \quad 3440 \\ 880927 \\ \hline 905402 \end{array}$$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Вы уже умеете складывать и вычитать числа и, конечно, не считаете это слишком трудным. Поэтому, наверное, для вас будет удивительным, что приёмы письменного выполнения действий (как их называли «счёт пером») в Европе начали появляться только в XII в., а закрепились в современном виде лишь в XVII в. И таким умением владели далеко не все — это было привилегией учёных людей.

СЛОЖЕНИЕ Числа, которые складывают, называют слагаемыми; число, которое получается при сложении, называют суммой.



Если слагаемые обозначить буквами a и b , то их сумму можно записать так: $a + b$.

Напомним, что число 0 обладает в действии сложения особым свойством: при сложении любого числа с нулём получается это же самое число. Например: $1244 + 0 = 1244$; $0 + 425 = 425$.

В буквенном виде это свойство можно записать так:

Для любого числа a
 $a + 0 = a$; $0 + a = a$.

ВЫЧИТАНИЕ Вычитание — это действие, обратное сложению.

Вычесть из числа a число b — значит найти такое число c , которое в сумме с числом b даёт число a .

Например, $8 - 3 = 5$, так как $5 + 3 = 8$.

Результат вычитания называется **разностью**. Два других «участника» вычитания имеют в отличие от сложения разные названия: **уменьшаемое** и **вычитаемое** — «то, что уменьшают» и «то, что вычитают».

$$8 - 3 = 5$$

разность

уменьшаемое

вычитаемое

Если уменьшаемое и вычитаемое обозначить буквами a и b , то их разность можно записать так: $a - b$.



Заметим, что сложить можно любые два числа, а разность двух натуральных чисел можно найти только в том случае, когда уменьшаемое больше вычитаемого или равно ему.

Из свойства нуля при сложении вытекают его свойства при вычитании.

При вычитании нуля из любого числа получается то же число. Например:

$$25 - 0 = 25.$$

При вычитании из любого числа этого же числа получается ноль. Например:

$$37 - 37 = 0.$$

С помощью букв эти свойства можно записать так:

$$\text{Для любого числа } a \\ a - 0 = a, \quad a - a = 0.$$

ПРИКИДКА И ОЦЕНКА

В практической жизни часто требуется выполнить не точные вычисления, а приближённые, например, если нужно «прикинуть», во что обойдётся та или иная покупка.

В таких случаях числа заменяют близкими «круглыми» числами так, чтобы было удобно считать устно.

Пусть мы хотим купить плеер за 1490 р. и диск за 199 р. Как можно быстро прикинуть, сколько примерно нужно денег на эту покупку? Можно рассуждать так:

1490 р. — это примерно 1500 р.

199 р. — это примерно 200 р.

Значит, для покупки примерно потребуется

$$1500 + 200 = 1700 \text{ (р.)}$$

Таким образом, чтобы пойти в магазин и сделать эту покупку, можно взять с собой 1700 р.

Как и сложение, вычитание многозначных чисел обычно выполняют поразрядно. Найдём разность чисел 710395 и 52806:

	7	1	0	3	9	5
-		5	2	8	0	6
	6	5	7	5	8	9



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как называются числа при сложении? при вычитании?
- Что значит вычесть из числа a число b ?
- Закончите равенства:
 $a + 0 = \dots$; $a - 0 = \dots$; $a - a = \dots$.
 Приведите примеры, иллюстрирующие эти свойства.

УПРАЖНЕНИЯ**ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ И РАЗНОСТЕЙ****122**

Вычислите:

- а) $4705 + 74573$; г) $3485 + 27341$; ж) $9652 + 31428$;
б) $46756 + 13248$; д) $23953 + 7066$; з) $30052 - 2236$;
в) $60275 - 6017$; е) $70563 - 45381$; и) $24307 - 3769$.

123

Найдите сумму чисел:

- а) 112, 85, 2333; в) 162, 34, 273, 1199;
б) 1050, 99, 918; г) 2455, 361, 14, 28300.

124

Найдите:

- а) сумму наибольшего четырёхзначного числа и наибольшего пятизначного числа;
б) разность наименьшего шестизначного числа и наибольшего трёхзначного числа.

125

Чему равна разность между наибольшим и наименьшим пятизначными числами, записанными с помощью цифр 1, 2 и 3?

- 1) 21998 2) 22222 3) 22198 4) 20888

СВЯЗЬ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ**126**1) Используя равенство $678 + 1357 = 2035$, найдите:

- а) $2035 - 1357$; б) $2035 - 678$.
2) С помощью сложения проверьте, верно ли равенство:
а) $2158 - 599 = 1559$; б) $3052 - 2255 = 777$.

127

Найдите неизвестное число:

- а) $b + 1111 = 3000$; г) $1834 - y = 753$; ж) $k - 183 = 2095$;
б) $456 + c = 1362$; д) $b - 345 = 96$; з) $708 + c = 1834$;
в) $p + 207 = 1451$; е) $2045 - x = 115$; и) $a - 109 = 897$.

128

Представьте число 2125:

- а) в виде суммы двух четырёхзначных чисел;
б) в виде суммы трёх трёхзначных чисел.

129Известно, что сумма чисел a и b равна числу c . Запишите это утверждение в виде равенства. Запишите другие равенства, связывающие эти числа.**ПРИКИДКА И ОЦЕНКА****130**

Найдите приближённое значение суммы, округлив слагаемые до старшего разряда.

- Образец. а) $284 + 634 \approx 300 + 600 = 900$.

- а) $284 + 634$; в) $1945 + 726$; д) $705 + 516 + 101$;
 б) $5437 + 2614$; г) $795 + 226$; е) $1022 + 377 + 999$.

131

Пользуясь оценкой, сравните значение каждой суммы с данным числом:

- а) $289 + 655$ и 1000 ; в) $107 + 248$ и 300 ;
 б) $336 + 208$ и 500 ; г) $38 + 57 + 49$ и 150 .

Образец. Сравним сумму $375 + 197$ с числом 600 .

$$375 + 197 < 400 + 200 = 600, \text{ значит, } 375 + 197 < 600.$$

132

Пакет для продуктов рассчитан на 10 кг. Порвётся ли пакет, если в него положить:

- а) 3 кг 600 г огурцов, 3 кг 200 г моркови и 4 кг 100 г картофеля;
 б) 2 кг 900 г сахара, 1 кг 900 г риса, 1 кг 800 г макарон и 2 кг 600 г гречки?

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ**133**

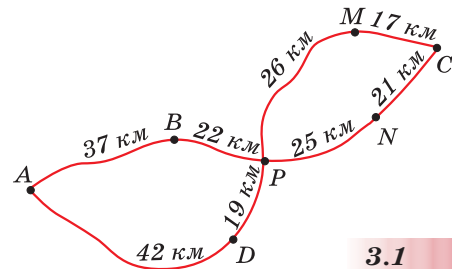
Из пункта A в пункт C ведут разные дороги (рис. 3.1). Сколькими маршрутами можно проехать из A в C ? Найдите самый короткий маршрут.

134

Саша прыгнул в длину на 3 м 18 см. Это на 15 см хуже результата Руслана и на 25 см лучше результата Пети. Какие результаты в прыжках в длину показали Руслан и Петя?

135

- а) Поезд отходит от станции в 7 ч 27 мин и идёт до конечной станции 1 ч 55 мин. Когда он прибывает на конечную станцию?
 б) По расписанию поезд прибывает на станцию в 9 ч 15 мин утра. Он находится в пути 7 ч 20 мин. В какое время он отходит от станции отправления?

**3.1****136**

В трамвае ехало 225 пассажиров. На первой остановке вышло 37 пассажиров и вошло 45 пассажиров, на второй вышло 85 пассажиров и вошло 32 пассажира. Сколько пассажиров стало в трамвае после второй остановки?

137

Яблоко и апельсин вместе весят 415 г, апельсин и груша вместе весят 430 г. Сколько весит яблоко, апельсин, груша в отдельности, если все вместе они весят 565 г?

Неверно!

Объясните, в чём состоит ошибка. Выполните вычисления правильно.

$$\begin{array}{r} + 2356 \\ + 801 \\ \hline 10366 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 356 \\ + 2805 \\ \hline 2151 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 2407 \\ - 240 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 1305 \\ - 250 \\ \hline 1155 \end{array}$$

ВЫ УЗНАЕТЕ

Как связаны между собой умножение и деление

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Кроме действий сложения и вычитания, вам известны также действия умножения и деления. Помните: чтобы легко выполнять умножение чисел, нужно прежде всего хорошо знать таблицу умножения.

УМНОЖЕНИЕ Вы знаете, что умножить, например, 5 на 7 — это значит найти сумму семи слагаемых, каждое из которых равно 5:

$$5 \cdot 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

7 слагаемых


Числа, которые перемножают, называют **множителями**; результат умножения называют **произведением**.

$$5 \cdot 7 = 35$$

произведение

множители

Умножение многозначных чисел обычно выполняют в столбик. Найдём произведение чисел 159 и 48:



$$\begin{array}{r} \times 159 \\ 48 \\ \hline + 1272 \\ 636 \\ \hline 7632 \end{array}$$

Если множители обозначить буквами a и b , то их произведение можно записать так: $a \cdot b$.

Напомним свойства умножения, связанные с числом 1 и с числом 0.

При умножении любого числа на 1 получается то же число. Например, $14 \cdot 1 = 14$; $1 \cdot 137 = 137$; $1 \cdot 1 = 1$.

При умножении любого числа на 0 получается 0. Например, $26 \cdot 0 = 0$; $0 \cdot 165 = 0$; $0 \cdot 0 = 0$.

С помощью букв эти свойства можно записать так:

Для любого числа a

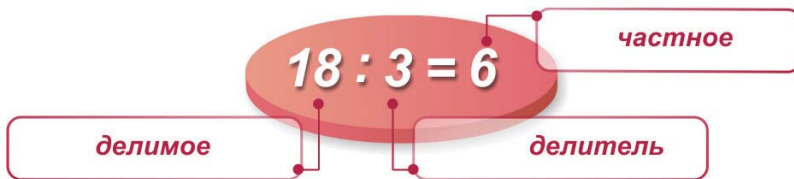
$$a \cdot 1 = a; \quad 1 \cdot a = a; \quad a \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot a = 0.$$

ДЕЛЕНИЕ Деление — это действие, обратное умножению.

Разделить число a на число b — это значит найти такое число c , при умножении которого на b в произведении получится a .

Например: $18 : 3 = 6$, так как $6 \cdot 3 = 18$.

Числа при делении, как вы знаете, также имеют свои названия. В предыдущем примере 18 — делимое, 3 — делитель, 6 — частное.



Если делимое и делитель обозначить буквами a и b , то частное можно записать так: $a : b$.



Для любых двух натуральных чисел всегда можно найти их произведение. Однако разделить одно число на другое удаётся не всегда. Например, нет такого натурального числа, которое равно частному $7 : 3$.

Попробуем теперь вычислить частное $7 : 0$, т. е. найти такое число, которое при умножении на 0 даст 7. Но при умножении на 0 всегда получается 0. Поэтому частное $7 : 0$ не существует. Говорят, что выражение $7 : 0$ не имеет смысла.

И вообще: когда мы говорим о делении числа a на число b , всегда подразумеваем, что число b не равно 0.

Из свойств умножения, связанных с числами 0 и 1, вытекают соответствующие свойства деления.

При делении любого числа на 1 получается это же число, например:

$$27 : 1 = 27.$$

При делении любого числа, не равного нулю, на себя получается единица, например:

$$27 : 27 = 1.$$

При делении нуля на любое число, не равное нулю, получается 0, например:

$$0 : 27 = 0.$$

С помощью букв эти свойства можно записать так:

Для любого числа a

$$a : 1 = a.$$

Для любого числа a , не равного нулю,

$$a : a = 1; \quad 0 : a = 0.$$

Деление многозначных чисел обычно выполняют уголком. Найдём частное чисел 104101209 и 10203:

104101209	10203
10203	10203
-20712	
20406	
-30609	
30609	0



На 0 делить НЕЛЬЗЯ!

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как называются числа при умножении? при делении?
- Сформулируйте свойства умножения, связанные с единицей и нулём. Проиллюстрируйте их примерами.
- Что значит разделить число a на число b ?
- Сформулируйте свойства деления, связанные с единицей и нулём. Проиллюстрируйте их примерами.

УПРАЖНЕНИЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЙ И ЧАСТНЫХ

138

Найдите произведение чисел:

- а) $1450 \cdot 18$; в) $1730 \cdot 160$; д) $470 \cdot 201$;
 б) $5603 \cdot 16$; г) $480 \cdot 3200$; е) $400 \cdot 9060$.

139

Найдите частное:

- а) $22220 : 55$; в) $63000 : 280$; д) $20720 : 40$;
 б) $31108 : 44$; г) $252800 : 800$; е) $6363 : 21$.

140

Определите:

- а) во сколько раз число 378200 больше числа 1525;
 б) во сколько раз число 1173 меньше числа 238119.
 Каким действием вы решили эти задачи?

СВЯЗЬ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

141

Известно, что $1524 \cdot 356 = 542544$. Используя это, найдите среди следующих равенств неверное:

- 1) $542544 : 1524 = 356$ 3) $542544 : 356 = 1524$
 2) $542544 : 356 = 1864$

142

Используя данное равенство, найдите значение двух следующих выражений:

- а) $945 : 35 = 27$, б) $555 : 15 = 37$,
 $27 \cdot 35 = ?$, $555 : 37 = ?$,
 $945 : 27 = ?$; $15 \cdot 37 = ?$.

143

С помощью умножения проверьте, верно ли равенство:

- а) $23550 : 75 = 314$; б) $512052 : 852 = 601$.

144

Найдите неизвестное число:

- а) $18 \cdot x = 450$; в) $1190 : x = 34$; д) $25 \cdot x = 20200$;
 б) $x \cdot 23 = 2346$; г) $x : 17 = 201$; е) $21840 : x = 52$.

145

Пусть a и b — натуральные числа. Известно, что произведение a и b равно числу c . Запишите это утверждение в виде равенства. Запишите другие равенства, связывающие эти числа.

ПРИКИДКА РЕЗУЛЬТАТА

146

Найдите приближённое значение произведения, округлив множители до старшего разряда:

- а) $48 \cdot 23$; б) $514 \cdot 19$; в) $196 \cdot 485$; г) $275 \cdot 209$.
 Образец. $289 \cdot 21 \approx 300 \cdot 20 = 6000$.

147

Определите последнюю цифру произведения:

- а) $689 \cdot 13$; б) $215 \cdot 33$; в) $520 \cdot 107$; г) $4991 \cdot 217$.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

148

- а) Расфасовали 12 кг 600 г конфет в коробки, по 300 г в каждую. Сколько коробок конфет получилось?
 б) Для 40 новогодних подарков купили 10 кг шоколадных конфет. Сколько граммов конфет содержится в каждом подарке?

149

Печенье упаковали в пачки по 250 г. Пачки сложили в ящик в 4 слоя. Каждый слой имеет 5 рядов, по 6 пачек в каждом. Выдержит ли ящик, если максимальная масса, на которую он рассчитан, равна 32 кг?

150

Мальчик проходит 80 м за 1 мин. Какое расстояние он может пройти за 60 мин? Ответ выразите в километрах и метрах.

151

Решите задачу, составив выражение.

В кинотеатре два зрительных зала: красный и синий. В красном зале 40 рядов, по 45 мест в каждом. В синем зале 25 рядов, по 24 места в каждом. Во сколько раз число мест в красном зале больше, чем число мест в синем зале?

152

В 12 плацкартных вагонах столько же мест, сколько в 14 купейных. Сколько мест в одном плацкартном вагоне, если в купейном 36 мест?

153

- а) Электричка прошла 168 км за 3 ч. С какой скоростью шла электричка?
 б) Автомобиль ехал 4 ч со скоростью 75 км/ч. Какое расстояние проехал автомобиль?
 в) Туристы прошли 12 км. Сколько времени занял у них этот путь, если они шли со скоростью 4 км/ч?

154

- а) Пётр идёт от дома до школы, расстояние до которой равно 1 км 400 м. Через 15 мин ему остаётся пройти 350 м. С какой скоростью идёт Пётр и сколько минут занимает у него путь от дома до школы?
 б) Андрей идёт от дома до станции метро. Через 8 мин после выхода ему остаётся пройти 560 м, через 12 мин — 240 м. Сколько минут занимает у Андрея вся дорога и чему равно расстояние от дома до станции?

Неверно!

Объясните, в чём состоит ошибка. Выполните вычисления правильно.

$$\begin{array}{r} 109 \\ \times 23 \\ \hline 307 \\ + 208 \\ \hline 2387 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ \times 160 \\ \hline 114 \\ + 19 \\ \hline 3040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 624 \overline{)6} \\ - 6 \quad \quad 14 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

11

ВЫ УЗНАЕТЕ

● О роли скобок как математического знака

ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ
В ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Из чисел с помощью знаков арифметических действий и скобок составляют числовые выражения. Если выполнить все указанные в выражении действия, то получится число, которое называют значением выражения.

Вычисляя значение числового выражения, необходимо соблюдать принятый порядок действий. При этом различают выражения, записанные без скобок, и выражения, содержащие скобки.

ВЫРАЖЕНИЯ БЕЗ СКОБОК При вычислении значения выражения, не содержащего скобок, руководствуются следующим правилом:

Если в выражении скобок нет, то сначала выполняют слева направо все действия умножения и деления, а потом — слева направо все действия сложения и вычитания.

Так, при вычислении значения выражения $2 \cdot 516 - 384 : 12$ придерживаются такого порядка действий:

$$2 \cdot 516 - 384 : 12 = 1032 - 32 = 1000.$$

Из этого правила следует, что если выражение без скобок содержит только действия сложения и вычитания или только действия умножения и деления, то их выполняют слева направо в том порядке, в котором они записаны. Например:

$$225 - 150 + 125 - 175 = \underbrace{75}_{75} + \underbrace{125 - 175}_{200} = 200 - 175 = 25;$$

$$24 \cdot 6 : 9 = \underbrace{144}_{144} : 9 = 16.$$

ВЫРАЖЕНИЯ СО СКОБКАМИ При вычислении значения выражения со скобками действуют в соответствии со следующим правилом:

Если выражение содержит скобки, то сначала выполняют действия в скобках.

Понятно, что при этом необходимо учитывать сформулированное выше правило.

При вычислении значения выражения $2 \cdot 516 - 384 : 12$ решение мы записали в виде цепочки равенств.

На самом деле в этой цепочке соединены два равенства:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 516 - 384 : 12 &= \\ &= 1032 - 32 \\ &\quad \text{и} \\ 1032 - 32 &= 1000. \end{aligned}$$

О принятых правилах порядка действий люди когда-то просто договорились. А теперь это часть обязательных правил математики, которым следуют во всём мире.

Выражение $2 \cdot (516 - 384) : 12$ составлено из тех же чисел и с помощью таких же знаков действий, что и первое выражение $2 \cdot 516 - 384 : 12$. Однако содержащиеся в нём скобки меняют порядок действий: сначала надо вычислить значение выражения, записанного в скобках. Поэтому порядок действий должен быть таким:

$$2 \cdot (516 - 384) : 12 = 2 \cdot 132 : 12 = 22.$$

Рассмотрим ещё одно выражение со скобками, составленное из тех же чисел и таких же знаков действий, что и предыдущее:

$$2 \cdot (516 - 384 : 12).$$

В этом случае при вычислении значения выражения, заключённого в скобках, нужно сначала выполнить деление:

$$2 \cdot (516 - 384 : 12) = 2 \cdot (516 - 32) = 2 \cdot 484 = 968.$$

О СМЫСЛЕ СКОБОК Итак, скобки указывают на порядок выполнения действий. Но самое интересное состоит в том, что, хотя в выражении $2 \cdot 516 - 384 : 12$ скобок нет, на самом деле они подразумеваются: $(2 \cdot 516) - (384 : 12)$. Просто специально договорились, что умножение и деление выполняются раньше сложения и вычитания, и благодаря этой договорённости скобки можно не ставить.

Точно так же мы не пишем скобки в выражениях с несколькими слагаемыми или множителями. Например, если бы мы не сформулировали первое правило порядка действий, то выражение $3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1$ пришлось бы записывать так:

$$(((3 \cdot 5) \cdot 8) \cdot 7) \cdot 1.$$

Таким образом, принятые правила порядка действий позволяют во многих случаях опускать скобки. Выражение при этом выглядит проще.



Отсутствие обязательных скобок приводит к неверному результату. Пусть, например, требуется найти разность между числом 12 и суммой чисел 7 и 3. Для записи последовательности действий необходимо употребить скобки: $12 - (7 + 3)$.

Если в этом случае скобки опустить и записать $12 - 7 + 3$, то по правилу порядка действий (слева направо) придём к неверному результату.

Найдём значение выражения
 $29 - (12 - 4) \cdot 3$.

Запись можно вести по-разному.

По действиям:

$$29 - (12 - 4) \cdot 3 = 5$$

- 1) $12 - 4 = 8$
- 2) $8 \cdot 3 = 24$
- 3) $29 - 24 = 5$

Цепочкой:

$$29 - (12 - 4) \cdot 3 =$$

$$= 29 - 8 \cdot 3 =$$

$$= 29 - 24 = 5$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Приведите примеры числовых выражений.
- В каком порядке надо выполнять действия для нахождения значения выражения:
 - а) $30 + 18 \cdot 3 - 64$;
 - б) $80 - (41 + 14) : 5$?
- Упростите выражение, убрав «лишние» скобки:
 - а) $(6 \cdot 3) + (15 \cdot 2)$;
 - б) $(12 : 2) - 2 \cdot 5$.

УПРАЖНЕНИЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ЧИСЛОВЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

155

Найдите значение выражения:

а) $734 + 2586 - 1090 + 175$;

в) $408 \cdot 26 + 37 \cdot 15$;

б) $6400 : 16 \cdot 50 : 125$;

г) $819 - 735 : 21 + 206$.

156

Укажите порядок действий и выполните вычисления:

а) $15 + 15 \cdot 10 - 10$;

в) $(15 + 15) \cdot (10 - 10)$;

б) $(15 + 15) \cdot 10 - 10$;

г) $15 + 15 \cdot (10 - 10)$.

Чем различаются эти выражения?

157

В каком случае неправильно указан порядок действий?

1) $12 \cdot 24 + 72 : 4$
1 3 2

3) $27 + (58 - 7) \cdot 6$
3 1 2

2) $17 \cdot 85 - (63 - 29)$
2 3 1

4) $100 - (25 + 90 : 5)$
3 1 2

158

Вычислите (устно):

а) $(61 - 61) : 240 + (105 - 104) \cdot 218$;

б) $((54 + 8) : (79 - 78) - 60) \cdot (203 - 203)$.

159

Выполните действия:

а) $703 - 21 \cdot (361 - 349)$;

в) $77 \cdot (452 - 348) - 99$;

б) $2346 : (209 - 186) \cdot 15$;

г) $874 - (27 \cdot 90 - 1999)$.

160

Найдите значение выражения:

а) $(410 + 96) \cdot (1010 - 31248 : 62) - 170 \cdot 1500$;

б) $(18 \cdot 331 - (46348 + 67892) : 21) : 14 + 143 \cdot 26$.

ЗАПИСЬ ВЫРАЖЕНИЙ

161

Запишите выражение и найдите его значение:

а) сумма произведения 24 и 11 и частного 96 и 3;

б) разность числа 510 и суммы чисел 236 и 128.

162

Упростите выражение, сняв скобки, которые можно не ставить, а затем найдите его значение:

а) $(12 \cdot 15) + (124 : 4)$;

в) $120 - ((13 \cdot 4) + 8)$;

б) $(36 + 15) - (75 - 39)$;

г) $((((144 - 10) - 10) - 10) - 10)$.

163

Переставьте всеми возможными способами знаки действий в выражении $25 + 7 \cdot 3 - 2$ и в каждом случае найдите значение полученного выражения.

164

В выражении $3 \cdot 3 + 3 : 3 - 3$ расставьте скобки так, чтобы в результате получилось число:

а) 3;

б) 9;

в) 1.

165

Моток проволоки длиной 110 см надо разрезать на куски длиной 15 см и 10 см так, чтобы не осталось обрезков. Запишите различные числовые выражения, показывающие, как это можно сделать.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

166

На овощной склад привезли помидоры на 6 машинах, по 120 ящиков в каждой, потом ещё на 8 машинах, по 140 ящиков в каждой. Сколько ящиков помидоров привезли на склад?

167

Туристу нужно добраться до туристической базы, расстояние до которой 60 км. Сначала он ехал 2 ч на велосипеде со скоростью 16 км/ч, потом 3 ч шёл пешком со скоростью 4 км/ч и после этого сделал привал. Сколько километров ему осталось пройти?

168

Таня и её подруга должны надписать 450 конвертов. Таня надписывает 46 конвертов в час, а её подруга — 42 конверта. Сколько конвертов останется им надписать через 2 ч совместной работы?

169

Один автомат за час наполняет соком 75 банок, а другой — 65 банок. Автоматы включают одновременно. За какое время будет наполнено 420 банок?

170

На двух принтерах, работающих одновременно, распечатали 264 страницы рукописи за 12 мин. Скорость печати одного принтера 12 страниц в минуту. Какова скорость печати другого принтера?

171

Библиотеке надо переплести 900 книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, а вторая — за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу мастерские, если будут работать вместе?

172

Дед и внук, работая вместе, покрасили забор длиной 168 м за 12 ч. Если бы дед красил забор один, он выполнил бы эту работу за 21 ч. За сколько часов покрасил бы этот забор внук?

173

Два мастера, работая вместе, сшили 120 футболок. Один мастер шил в час 13 футболок, а другой — 11. Сколько футболок сшил каждый мастер?

174

Над выполнением задания токарь работал 3 ч, а потом его ученик — 2 ч. Всего они выточили 108 деталей. Сколько деталей в час вытачивал ученик, если токарь вытачивал в час 26 деталей?

Неверно!

Убедитесь в том, что равенства неверны. Поставьте скобки так, чтобы равенства стали верными:

$$8 \cdot 9 - 2 = 56;$$

$$6 + 5 \cdot 8 + 4 = 66;$$

$$25 - 6 \cdot 3 = 57;$$

$$54 - 24 + 12 = 18.$$

12

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что означают такие записи, как 3^4
- Как называются такие выражения и как вычисляют их значения

В десятичной системе счисления важное значение имеют степени числа 10. Вот некоторые из них:

Степень	Название числа
10^6	миллион
10^9	миллиард
10^{12}	триллион
10^{15}	квадриллион
10^{18}	квинтиллион

Для записи числа в виде суммы разрядных слагаемых используют степени числа 10:

$$3046 = 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 =$$

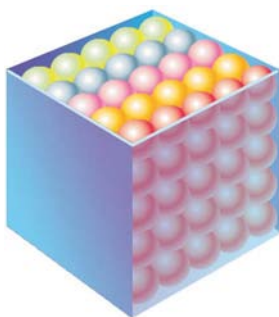
$$= 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$$

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА

Вы знаете, что сумму, в которой все слагаемые равны, можно записать короче — в виде произведения. Часто приходится вычислять и произведения, в которых все множители равны. В математике также есть специальный способ для более короткой записи таких произведений.

ПОНЯТИЕ СТЕПЕНИ Рассмотрим примеры.

1) Чему равна площадь квадрата со стороной 5 см? Чтобы ответить на этот вопрос, надо найти значение произведения $5 \cdot 5$. Его можно записать короче: 5^2 .



2) Сколько стеклянных шариков поместится в коробку, если каждый слой шариков состоит из 5 рядов, по 5 шариков в каждом, и в коробку помещается 5 таких слоёв?

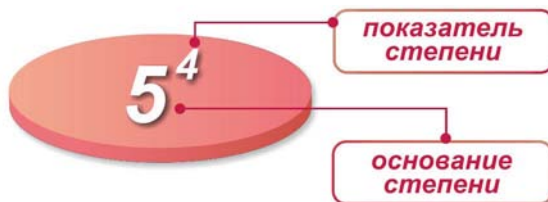
Для ответа на этот вопрос надо вычислить произведение $5 \cdot 5 \cdot 5$. Его можно записать так: 5^3 .

Точно так же произведение четырёх множителей, каждый из которых равен 5, записывают в виде 5^4 :

$$4 \text{ множителя} \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

Выражения 5^2 , 5^3 , 5^4 — это примеры степеней.

Рассмотрим последнее из этих выражений: 5^4 . В этом выражении число 5 — основание степени, а число 4 — показатель степени. Основание степени — это повторяющийся множитель, а показатель степени равен числу «повторений», т. е. он указывает, сколько одинаковых множителей содержится в произведении. Читают выражение 5^4 так: «Пять в четвёртой степени».



Чтобы найти значение выражения 5^4 , или, как говорят иначе, возвести 5 в четвёртую степень, надо вычислить произведение $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Получим $5^4 = 625$.



Вторую степень числа называют также *квадратом* этого числа. Например, запись 3^2 читают так: «Три во второй степени» или «Три в квадрате».

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9.$$

Третью степень числа называют *кубом* этого числа. Так, запись 4^3 читают: «Четыре в третьей степени» или «Четыре в кубе».

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64.$$

ВЫРАЖЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ СТЕПЕНИ

Для вычисления значений выражений, содержащих степени, мы будем пользоваться уже известными правилами (ведь степень — это произведение!). Но при этом полезно учитывать ещё одно:

Если выражение не содержит скобок, то сначала нужно вычислить значения всех степеней.

Понятно, что если выражение содержит скобки, то сначала выполняют действия в скобках, при этом учитывают все сформулированные ранее правила.

Пример 1. Найдём значения выражений $100 + 5^2$ и $(100 + 5)^2$:

$$100 + 5^2 = 100 + 5 \cdot 5 = 100 + 25 = 125;$$

$$(100 + 5)^2 = 105^2 = 105 \cdot 105 = 11025.$$

В соответствии с порядком выполнения действий в первом случае мы сначала нашли значение степени, а затем вычислили сумму; во втором случае мы сначала вычислили сумму, а уж потом возвели её в квадрат.

Пример 2. Найдём значения выражений $100 \cdot 5^2$ и $100 : 5^2$.

Сначала выполним возведение в степень:

$$100 \cdot 5^2 = 100 \cdot 25 = 2500;$$

$$100 : 5^2 = 100 : 25 = 4.$$

Если бы мы захотели в выражении $100 : 5^2$ заметить степень произведением $5 \cdot 5$, то его обязательно нужно было бы заключить в скобки (иначе получилось бы совсем другое выражение, не равное частному $100 : 5^2$):

$$100 : 5^2 = 100 : (5 \cdot 5).$$

А в первом выражении скобки можно не ставить:

$$100 \cdot 5^2 = 100 \cdot (5 \cdot 5) = 100 \cdot 5 \cdot 5.$$

Гугол — это число, которое записывается единицей со ста нулями, т. е. это 10^{100} . Название этому числу придумал в 1938 г. девятилетний мальчик для своего дяди, американского математика, которому нужно было как-то назвать такое число в своей статье. И это далеко не единственный случай в разных отраслях науки, когда название, придуманное ребёнком, устроило больших учёных.

Найдём значение выражения $24 \cdot (118 - 111)^2$.

$$24 \cdot (118 - 111)^2 = 1176$$

- 1) $118 - 111 = 7$
- 2) $7^2 = 49$
- 3) $24 \cdot 49 = 1176$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Объясните, что означает выражение 10^{15} . Как оно называется?
- Представьте в виде степени выражение $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Назовите основание степени; показатель степени.
- Укажите порядок действий при вычислении значения выражения $100 - 5 \cdot 3^2$.

УПРАЖНЕНИЯ

ПОНЯТИЕ СТЕПЕНИ

175

Запишите короче сумму и произведение:

- а) $2 + 2 + 2 + 2$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; в) $a + a$, $a \cdot a$;
 б) $8 + 8 + 8$, $8 \cdot 8 \cdot 8$; г) $b + b + b$, $b \cdot b \cdot b$.

176

Запишите в виде степени:

- а) $3 \cdot 3$; г) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;
 б) $10 \cdot 10 \cdot 10$; д) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$;
 в) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$; е) $n \cdot n \cdot n \cdot n$.

177

Упростите выражение, используя степени:

- а) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; в) $(2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5)$;
 б) $13 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$; г) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

178

Вычислите:

- а) 2^5 ; б) 3^4 ; в) 7^4 ; г) 5^5 .

179

Сравните значения выражений:

- а) 5^3 и $5 \cdot 3$; г) 3^4 и 4^3 ;
 б) 12^2 и $12 \cdot 2$; д) $2 \cdot 2$ и 2^2 ;
 в) 2^5 и 5^2 ; е) 2^4 и 4^2 .

180

Найдите квадрат и куб числа:

- а) 25; б) 30; в) 50; г) 100.

181

Запишите выражение для нахождения площади квадрата со стороной: 1 см, 2 дм, 10 см, 12 м. В каждом случае найдите его площадь.
Образец. Найдём площадь квадрата со стороной 9 см: $9^2 = 81$ (см²).

182

Какое из чисел больше:

- а) 29^2 или 1000; в) 42^2 или 1500;
 б) 48^2 или 3000; г) 67^2 или 3500?

Образец. 1) $28^2 < 1000$, так как $28^2 < 30^2 = 900 < 1000$.
 2) $45^2 > 1500$, так как $45^2 > 40^2 = 1600 > 1500$.

183

Найдите число, квадрат которого равен:

- а) 16; б) 64; в) 36; г) 400.

184

Найдите число, куб которого равен:

- а) 27; б) 64; в) 8; г) 125.

185

а) Представьте в виде степени числа 10:

100, 1000, 10000, 100000, 1000000.

б) Представьте в виде степени числа 2:

4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

186

Используя таблицу (с. 56), прочитайте числа:

- а) 1000000; 23000000; 100000000;
 б) 1000000000; 5000000000;
 в) 1000000000000; 18000000000000.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛА В ВИДЕ СУММЫ РАЗРЯДНЫХ СЛАГАЕМЫХ

187

Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых с помощью степеней числа 10:

- а) 531; б) 4267; в) 608; г) 4051.

Образец. $356 = 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6$.

188

Запишите число, которое представлено в виде суммы разрядных слагаемых:

- а) $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$; в) $9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 3$;
 б) $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 1$; г) $4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 4$.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНЬ

189

Вычислите:

- а) $231 + 12^2$; в) $312 - 17^2$; д) $18^2 + 12^2$;
 б) $(9 + 17)^2$; г) $(914 - 896)^2$; е) $10^3 + 10^2$.

190

Найдите значения выражений:

- а) $2 \cdot 10^3$ и $(2 \cdot 10)^3$; в) $2 \cdot 5^3$ и $(2 \cdot 5)^3$;
 б) $3 \cdot 2^2$ и $(3 \cdot 2)^2$; г) $12 : 2^2$ и $(12 : 2)^2$.

191

Найдите значение выражения:

- а) $3 \cdot 12 \cdot 5^2$; в) $704 : 8^2$; д) $2^2 \cdot 7^2$;
 б) $(2 \cdot 8 \cdot 7)^2$; г) $(96 : 24)^3$; е) $3^2 \cdot 5^3$.

192

Какой цифрой оканчивается квадрат числа:

- а) 122; б) 923; в) 225; г) 147?

193

Впишите вместо звёздочек такие цифры, чтобы получилось верное равенство. Сколько решений имеет каждая задача?

- а) $(2*)^2 = **1$; б) $(7*)^2 = ***5$; в) $(3*)^2 = *** 6$; г) $(2*)^2 = ** 9$.

194

Какому произведению равно число 300000000?

- 1) $3 \cdot 10^6$ 2) $3 \cdot 10^7$ 3) $3 \cdot 10^8$ 4) $3 \cdot 10^9$

Неверно!

Не выполняя вычислений, докажите, что возведение в квадрат выполнено неверно:

$$22^2 = 384; \quad 99^2 = 10801;$$

$$66^2 = 4354; \quad 41^2 = 1682.$$

13

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как решаются некоторые новые виды задач на движение

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

В задачах на движение рассматриваются три взаимосвязанные величины: скорость движения, время движения и пройденный путь. До сих пор вы в основном решали задачи, в которых речь шла о движении одного пешехода, одного велосипедиста, одной машины. Теперь мы будем учиться решать задачи, в которых два участника движения, а также рассмотрим, как решают задачи на движение по реке.

ДВИЖЕНИЕ В ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

Задача 1.

Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях вышли два пешехода. Скорость одного из них 5 км/ч, другого — 4 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

Решим эту задачу разными способами.

Способ 1. Рассмотрите рисунок 3.2.

Первый пешеход за 3 ч пройдёт расстояние, равное $5 \cdot 3 = 15$ (км).

Второй пешеход за 3 ч пройдёт $4 \cdot 3 = 12$ (км).

Через 3 ч между ними будет расстояние, равное $15 + 12 = 27$ (км).

Решение задачи можно записать с помощью выражения:

$$5 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \text{ (км).}$$

Способ 2. Рассмотрите рисунок 3.3.

Каждый час расстояние между пешеходами увеличивается на

$$5 + 4 = 9 \text{ (км).}$$

Говорят, что **скорость удаления** пешеходов равна 9 км/ч. За 3 ч пешеходы удалятся друг от друга на $9 \cdot 3 = 27$ (км).

Это решение можно записать с помощью выражения так:

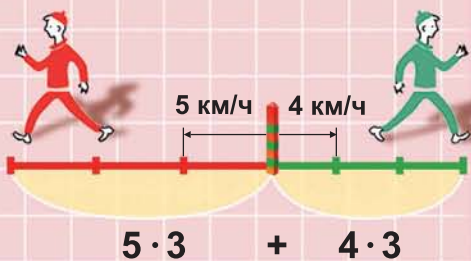
$$(5 + 4) \cdot 3 = 27 \text{ (км).}$$

Обратите внимание: для ответа на вопрос задачи мы скорость удаления умножили на время движения.

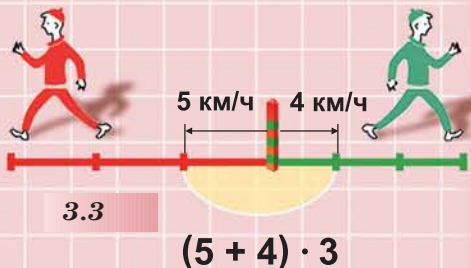
Задача 2.

Два пешехода вышли одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми 3 км, и отправились в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга. Скорость одного из них 5 км/ч, другого — 4 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

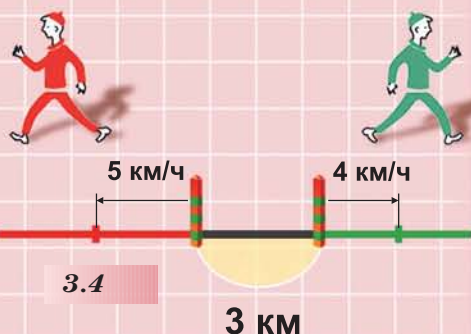
Рассмотрите рисунок 3.4. Эту задачу тоже можно решить двумя способами. Решим её, вычислив скорость удаления пешеходов.



3.2



3.3



3.4

Скорость удаления пешеходов равна $5 + 4 = 9$ (км/ч). За 3 ч они станут дальше друг от друга, чем были, на $9 \cdot 3 = 27$ (км), и расстояние между ними станет равным $27 + 3$ (км). Решите эту задачу сами другим способом.

Задача 3.

Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, другого — 4 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

В этой ситуации пешеходы тоже идут в противоположных направлениях, но навстречу друг другу.

Рассмотрите рисунок 3.5.

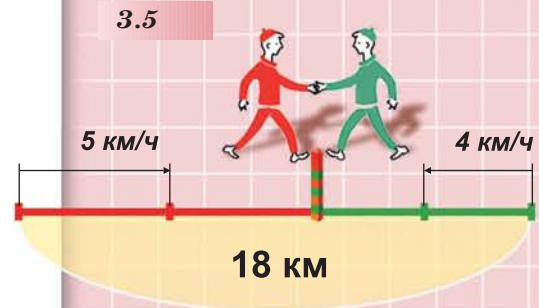
Каждый час расстояние между пешеходами уменьшается на $5 + 4 = 9$ (км). Говорят, что **скорость сближения** пешеходов равна 9 км/ч.

Так как расстояние между пешеходами 18 км, а за час они сближаются на 9 км, то их встреча произойдёт через $18 : 9 = 2$ (ч).

Решение можно записать с помощью выражения:

$$18 : (5 + 4).$$

Обратите внимание: для ответа на вопрос задачи мы расстояние разделили на скорость сближения.



ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ В задачах на движение по реке приходится различать скорость движения **по течению** и скорость движения **против течения**.

Пусть, например, собственная скорость лодки (скорость в стоячей воде) равна 7 км/ч, а скорость течения реки — 2 км/ч. Тогда скорость, с которой лодка плывёт по течению, складывается из её собственной скорости и скорости течения:

$$7 + 2 = 9 \text{ (км/ч)}.$$

А скорость, с которой лодка плывёт против течения реки, получается вычитанием из собственной скорости лодки скорости течения реки:

$$7 - 2 = 5 \text{ (км/ч)}.$$

Задача 4. Катер плывёт от одной пристани до другой вниз по течению реки 2 ч. Какое расстояние проплыл катер, если его собственная скорость равна 15 км/ч, а скорость течения реки — 3 км/ч? Сколько времени затратил катер на обратный путь?

Скорость катера по течению реки равна

$$15 + 3 = 18 \text{ (км/ч)}.$$

За 2 ч он проплыл по течению $18 \cdot 2 = 36$ (км).

Скорость катера против течения реки равна

$$15 - 3 = 12 \text{ (км/ч)}.$$

Поэтому время, которое катер затратил на обратный путь, равно

$$36 : 12 = 3 \text{ (ч)}.$$



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

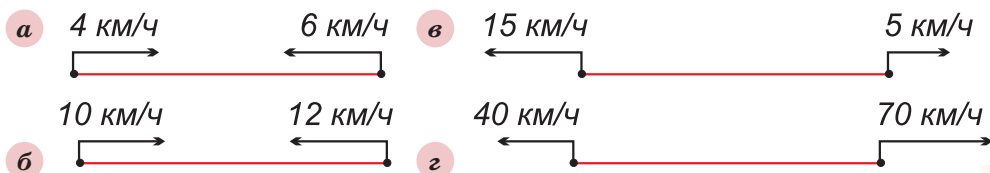
- Один поезд движется со скоростью 80 км/ч, другой — 100 км/ч. Чему равна скорость сближения поездов, если они движутся навстречу друг другу? Чему равна скорость удаления поездов после их встречи?
- Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки — 2 км/ч. С какой скоростью теплоход идёт по течению реки и с какой — против течения?

УПРАЖНЕНИЯ

ДВИЖЕНИЕ В ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

195

Рассмотрите рисунок 3.6, а–г и вычислите для каждого случая скорость сближения или скорость удаления. Как вы думаете, кто мог двигаться в каждом из этих случаев?



3.6

196

Из одного пункта в противоположных направлениях одновременно выехали две автомашины со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч . Какое расстояние будет между ними через 3 ч ? Решите задачу двумя способами.

197

Два поезда одновременно отошли от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч . Через сколько часов расстояние между ними будет равно 260 км ?

198

Андрей едет на велосипеде со скоростью 200 м/мин . Сергей идёт ему навстречу со скоростью 80 м/мин . Через сколько минут они встретятся, если сейчас расстояние между ними $1 \text{ км } 400 \text{ м}$?

199

Оля и Рома идут навстречу друг другу. Сейчас расстояние между ними 800 м . Оля идёт со скоростью 70 м/мин , а Рома — 80 м/мин . Через сколько минут расстояние между ними будет равно 350 м ?

200

Две машины движутся навстречу друг другу со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч . Расстояние между ними 500 км . Какое расстояние будет между ними через 3 ч ? Решите задачу двумя способами.

201

Петя и Юра одновременно выбегают с разных концов беговой дорожки навстречу друг другу. У Пети скорость 130 м/мин , а у Юры — 170 м/мин . Какова длина беговой дорожки, если они встретились через 3 мин ?

202

Андрей вышел из школы и направился к дому со скоростью 90 м/мин . Через 10 мин из школы вышел Николай и пошёл в противоположном направлении со скоростью 100 м/мин . Какое расстояние будет между мальчиками: а) через 5 мин после выхода Николая; б) через 20 мин после выхода Андрея?

203

От станции в направлении посёлка, расстояние до которого 24 км , вышел пешеход со скоростью 4 км/ч . Через 2 ч навстречу ему из посёлка выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч . Через сколько часов после своего выхода пешеход встретится с велосипедистом?

204

Дима вышел из школы и направился к стадиону со скоростью 100 м/мин. Через 5 мин после его выхода от стадиона к школе направился Олег со скоростью 80 м/мин. Чему равно расстояние между школой и стадионом, если Олег встретил Диму через 10 мин после своего выхода?

205

Две электрички двигались от двух платформ навстречу друг другу. Через 3 мин после встречи расстояние между ними стало равным 7 км 500 м. Сколько метров в минуту проезжала первая электричка, если вторая проезжала 1200 м в минуту? Выразите скорости электричек в километрах в час.

ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ

206

- а) На путь из пункта A в пункт B теплоход затратил 1 ч 40 мин, а на обратный путь — 2 ч. В каком направлении течёт река?
б) Скорость течения реки 2 км/ч. На сколько километров река отнесёт плот за 1 ч? за 5 ч?

207

- Скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч. Скорость течения реки равна 2 км/ч.
1) С какой скоростью будет двигаться катер по течению реки? против течения реки?
2) Какой путь пройдёт катер по течению реки за 2 ч? против течения реки за 3 ч?
3) Сколько времени затратит катер, чтобы пройти 80 км по течению реки? против течения реки?

208

Катер, имеющий собственную скорость 15 км/ч, проплыл 2 ч по течению реки и 3 ч против течения. Какое расстояние проплыл катер за это время, если скорость течения реки 2 км/ч?

209

Расстояние между причалами 24 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость моторной лодки 10 км/ч, а скорость течения 2 км/ч?

210

Туристы отправились на прогулку на катере. Они проплыли 36 км по течению реки, сделали привал на 3 ч и затем вернулись обратно. Сколько времени заняла вся прогулка, если собственная скорость катера 15 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

211

Скорость катера по течению реки 22 км/ч, а против течения 18 км/ч. Найдите: а) скорость течения реки; б) собственную скорость катера.

212

Лодка плывёт по течению реки. Скорость течения реки 2 км/ч. В некоторый момент гребец уронил в воду шляпу и, не заметив этого, продолжал плыть дальше. Какое расстояние будет между лодкой и шляпой через 15 мин, если собственная скорость лодки 9 км/ч? Изменится ли ответ, если скорость течения будет другой?

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1) 1) Выполните действия: а) $567 + 6305$; б) $2416 - 357$.
2) Как называются компоненты действия при сложении? при вычитании?
- 2) 1) Выполните действия:
а) $218 \cdot 704$; б) $5350 \cdot 32$; в) $4212 : 18$; г) $2834 : 26$.
2) Как называются компоненты действия при умножении? при делении?
- 3) 1) Расскажите, как найти неизвестное слагаемое; неизвестное уменьшаемое; неизвестное вычитаемое.
2) Найдите неизвестный компонент действия:
а) $x + 118 = 245$; б) $157 - a = 89$; в) $y - 26 = 93$.
- 4) 1) Расскажите, как найти неизвестный множитель; неизвестное делимое; неизвестный делитель.
2) Найдите неизвестный компонент действия:
а) $42 \cdot x = 546$; б) $a : 17 = 15$; в) $54 : c = 3$.
- 5) Запишите с помощью букв: свойства нуля при сложении и вычитании; свойства нуля и единицы при умножении и делении. Приведите примеры.
- 6) 1) Сформулируйте правила порядка действий для вычисления значения выражения без скобок; содержащего скобки.
2) Найдите значение выражения:
а) $627 - 46 \cdot 12 + 118$; б) $39 \cdot (641 - 5720 : 13)$.
- 7) 1) Как называют выражение 5^4 и что оно означает?
2) Найдите значение выражения: а) 16^2 ; б) 40^3 .
- 8) Укажите порядок действий в выражении и найдите его значение:
а) $3 \cdot 10^4$; б) $(3 \cdot 10)^3$; в) $(48 + 2)^2$; г) $50 - 2^4$.
- Решите задачу (9–10).*
- 9) Токарь и ученик изготовили 144 детали. Токарь работал 8 ч и изготовлял 12 деталей в час. Сколько деталей в час изготовлял ученик, если он работал 6 ч?
- 10) а) Два велосипедиста едут навстречу друг другу, расстояние между ними 54 км. Через какое время они встретятся, если скорость первого 12 км/ч, а второго 15 км/ч?
б) Собственная скорость катера 18 км/ч, скорость течения реки 2 км/ч. Какое расстояние проплывёт катер за 2 ч по течению реки? За 3 ч против течения реки?

Глава 4

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

- СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ
- РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО
- РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

ИНТЕРЕСНО

В истории математики известен такой случай. Однажды в Германии в конце XVIII в., для того чтобы заставить учеников поработать, учитель дал им задание – сложить все числа от 1 до 100. Каково же было его удивление, когда уже через несколько минут один из учеников сказал ответ: сумма равна 5050. Этот ученик, Карл Фридрих Гаусс, впоследствии стал великим математиком.

14

СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как можно упрощать вычисления, используя свойства сложения и умножения чисел

С помощью букв свойства сложения и умножения можно записать так:

для любых чисел a и b

$$a + b = b + a$$
 —

переместительное свойство сложения;

для любых чисел

a , b и c

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
 —

сочетательное свойство сложения;

для любых чисел a и b

$$a \cdot b = b \cdot a$$
 —

переместительное свойство умножения;

для любых чисел

a , b и c

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$
 —

сочетательное свойство умножения

Правила, устанавливающие порядок действий в вычислениях, используют вычислительные машины для вычисления числовых значений. Человек считает хуже машины, но зато умеет думать и облегчать свою работу. Такую возможность при вычислениях дают свойства сложения и умножения.

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ И СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВА Вы, конечно, знаете, что сложение чисел обладает **переместительным свойством**: *при перестановке слагаемых сумма не меняется*. Например, в соответствии с этим свойством

$$280 + 361 = 361 + 280; \quad 0 + 127 = 127 + 0.$$

Вам известно также, что сложение обладает **сочетательным свойством**. Оно состоит в том, что *в сумме трёх чисел можно объединять в группу как первые два слагаемых, так и последние два* — результат будет одним и тем же. Например:

$$(10 + 14) + 25 = 10 + (14 + 25).$$

Действие умножения также обладает переместительным и сочетательным свойствами. Например:

$$5 \cdot 16 = 16 \cdot 5; \quad (37 \cdot 2) \cdot 5 = 37 \cdot (2 \cdot 5).$$



Так как результат сложения трёх чисел не зависит от того, как поставлены скобки, то их можно вообще не ставить и писать просто $a + b + c$, понимая эту запись и как $(a + b) + c$, и как $a + (b + c)$.

Произведение трёх чисел, как и сумму, также записывают без скобок: $a \cdot b \cdot c$.

Переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения позволяют сформулировать следующие правила преобразования сумм и произведений:

При сложении нескольких чисел их можно как угодно переставлять и объединять в группы.

При умножении нескольких чисел их можно как угодно переставлять и объединять в группы.

УДОБНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ Рассмотренные правила сложения и умножения чисел полезны тем, что позволяют преобразовывать суммы и произведения в выражения, удобные для вычислений.



Пример 1. Вычислим сумму
 $44 + 189 + 56 + 92 + 11$.

В этом выражении есть числа, при сложении которых получаются «круглые» числа — это 44 и 56, а также 189 и 11.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 100 & & & & \\ & \frown & & \frown & & & \\ 44 & + & 189 & + & 56 & + & 92 & + & 11 \\ & & & & 200 & & & & \end{array}$$

Заметив это, легко сложить числа устно. Очевидно, что сумма равна 392.

Пример 2. Вычислим произведение $4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25$.

Произведение 4 и 25 равно 100, а на 100 умножать легко, и ответ можно получить устно:

$$4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25 = (4 \cdot 25) \cdot (7 \cdot 11) = 100 \cdot 77 = 7700.$$

Пример 3. Вычислим произведение $75 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 15$.

Это более трудный случай. В данном выражении нет множителей, дающих в произведении «круглое» число. Однако их можно выделить, заменив число 75 произведением $25 \cdot 3$, а число 16 — произведением $4 \cdot 4$. Получим

$$\begin{aligned} 75 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 15 &= (25 \cdot 3) \cdot 7 \cdot (4 \cdot 4) \cdot 15 = \\ &= (25 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 7) \cdot (4 \cdot 15) = 100 \cdot 21 \cdot 60 = \\ &= (21 \cdot 6) \cdot 1000 = 126000. \end{aligned}$$

Пример 4. Во введении к этой главе рассказана история маленького Гаусса, который удивительно быстро сумел сложить числа от 1 до 100. Чтобы понять, как, быть может, рассуждал Гаусс, разберём более простую задачу: найдём сумму чисел от 1 до 10.

Запишем эту сумму дважды, расположив во втором случае слагаемые в обратном порядке:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 & + & 6 & + & 7 & + & 8 & + & 9 & + & 10; \\ 10 & + & 9 & + & 8 & + & 7 & + & 6 & + & 5 & + & 4 & + & 3 & + & 2 & + & 1. \end{array}$$

Каждая пара чисел, расположенных друг под другом, в сумме даёт 11, а всего таких пар 10. Значит, искомая сумма равна $(11 \cdot 10) : 2 = 55$. Итак,

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

Попробуйте теперь сами найти сумму

$$1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100,$$

которую так быстро вычислил Гаусс.

Записать решение можно в виде цепочки равенств:

$$\begin{array}{l} 44 + 189 + 56 + 92 + 11 = \\ = (44 + 56) + (189 + 11) + 92 = \\ = 100 + 200 + 92 = 392 \end{array}$$



Гаусс Карл Фридрих
 1777–1855

Великий немецкий математик. Его замечательный труд «Арифметические исследования» (1801) стал настольной книгой для математиков XIX в.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Запишите с помощью букв переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения.

● Вычислите сумму
 $(13 + 48) + (17 + 12)$,
 сгруппировав слагаемые иначе.

● Измените группировку множителей в произведении
 $2 \cdot (3 \cdot 5) \cdot 6$
 и вычислите результат.

УПРАЖНЕНИЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ



$$a + b = b + a$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

213

Назовите свойства, на основании которых выполнены преобразования, и вычислите сумму:

- а) $19 + (11 + 6) = (19 + 11) + 6$;
 б) $23 + (48 + 27) = 23 + (27 + 48) = (23 + 27) + 48$.

214

Найдите сумму:

- а) $23 + 47 + 11 + 29$; г) $276 + 118 + 324$;
 б) $18 + 15 + 32 + 45$; д) $127 + 32 + 93 + 308$;
 в) $27 + 36 + 28 + 23 + 14$; е) $15 + 45 + 65 + 35 + 40$.

215

Вычислите удобным способом сумму:

- а) $99 + 64$; в) $46 + 197$;
 б) $198 + 55$; г) $34 + 299$.

Образец. Сумму $98 + 37$ удобно вычислить, если преобразовать её следующим образом: $98 + 37 = 98 + (2 + 35) = (98 + 2) + 35 = 135$.

216

Решите задачу, составив выражение.

- а) Туристы прошли маршрут за 5 дней. В первый день они прошли 15 км, а в каждый следующий день — на 5 км больше, чем в предыдущий. Какова длина маршрута?
 б) Слесарь обработал 6 деталей. Первую деталь он обрабатывал 23 мин, а каждую следующую — на 2 мин быстрее, чем предыдущую. Сколько минут потребовалось для обработки всех деталей?

217

Известно, что $b + c = 21$.

Чему равно значение выражения:

- а) $c + (b + 3)$, б) $(c + 5) + b$,
 $c + (b + 6)$, $(c + 10) + b$,
 $c + (b + 9)$; $(c + 15) + b$?

218

Вычислите сумму, используя приём Гаусса:

- а) $1 + 2 + 3 + \dots + 20$; г) $101 + 102 + 103 + \dots + 200$;
 б) $21 + 22 + 23 + \dots + 30$; д) $5 + 10 + 15 + \dots + 95 + 100$;
 в) $1 + 2 + 3 + \dots + 200$; е) $2 + 4 + 6 + \dots + 198 + 200$.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

219

Назовите свойства, на основании которых выполнены преобразования, и вычислите результат:

- а) $15 \cdot (7 \cdot 2) = 15 \cdot (2 \cdot 7) = (15 \cdot 2) \cdot 7$;
 б) $(4 \cdot 11) \cdot 25 = (11 \cdot 4) \cdot 25 = 11 \cdot (4 \cdot 25)$.



$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

220

Вычислите:

- а) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$;
 б) $5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4$;
 в) $7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$;
 г) $2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4$;
 д) $8 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 25$;
 е) $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6$.



$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 100$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 1000$$

221

Известно, что $x \cdot y = 12$. Чему равно значение выражения:

- а) $x \cdot (y \cdot 5)$;
 б) $(x \cdot 2) \cdot y$;
- в) $y \cdot (x \cdot 10)$;
 г) $(y \cdot 2) \cdot (x \cdot 3)$?

Образец. $x \cdot (y \cdot 7) = (x \cdot y) \cdot 7 = 12 \cdot 7 = 84$.

222

Вычислите произведение удобным способом:

- а) $36 \cdot 25$; б) $25 \cdot 12$; в) $75 \cdot 24$; г) $150 \cdot 42$.

Образец. 1) $25 \cdot 24 = 25 \cdot (4 \cdot 6) = (25 \cdot 4) \cdot 6 = 100 \cdot 6 = 600$.

2) $75 \cdot 8 = (25 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) = (25 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 3) = 100 \cdot 6 = 600$.

223

Вычислите произведение:

- а) $75 \cdot 14 \cdot 18$;
 б) $16 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 35$.

Подсказка. В качестве образца используйте пример 3 (с. 67).

224

При вычислении произведений помогает знание некоторых результатов. Например, иногда полезно знать, что $37 \cdot 3 = 111$ и $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$. Пользуясь этими равенствами, вычислите:

- а) $37 \cdot 15$; б) $74 \cdot 15$; в) $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$.

225

1) Вычислим значение степени 120^2 , воспользовавшись сочетательным свойством умножения:

$$120^2 = (12 \cdot 10)^2 = (12 \cdot 10) \cdot (12 \cdot 10) = (12 \cdot 12) \cdot (10 \cdot 10) = 12^2 \cdot 100 = 14400.$$

Так как $120^2 = 12^2 \cdot 100 = 14400$, то найти значение степени 120^2 можно так: *возвести в квадрат число 12 и приписать к результату два нуля.*

С помощью такого приёма вычислите:

- а) 80^2 ; б) 110^2 ; в) 170^2 ; г) 250^2 . (Используйте таблицу квадратов.)

2) Найдите самый короткий способ нахождения значения степени 600^2 . Вычислите, воспользовавшись найденным приёмом:

- а) 1200^2 ; б) 1500^2 .

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

226

1) Проверьте равенства: $1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$. Эти равенства подсказывают приём вычисления суммы последовательных нечётных чисел. В чём состоит этот приём? Запишите следующее равенство и проверьте себя с помощью вычислений.

2) Пользуясь рассмотренным приёмом, найдите:

- а) сумму первых десяти нечётных чисел;
 б) сумму всех нечётных чисел от 1 до 99.

15

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Ещё одно свойство арифметических действий, и как его можно использовать при вычислениях

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО

Новое свойство, с которым вы познакомитесь, является «совместным» свойством сложения и умножения. Точнее, его следует называть так: распределительное свойство умножения относительно сложения.

В ЧЁМ ЗАКЛЮЧАЕТСЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО

Чтобы понять суть распределительного свойства, обратимся к рисунку 4.1. На нём изображён прямоугольник $ABCD$, разбитый на два прямоугольника. Найдём площадь прямоугольника $ABCD$, вызвав её в квадратных сантиметрах.

Это можно сделать по-разному:

или найти длину этого прямоугольника и умножить её на ширину; получим произведение

$$(5 + 3) \cdot 4;$$

или найти площадь каждого из двух маленьких прямоугольников и результаты сложить; получим сумму $5 \cdot 4 + 3 \cdot 4$.

Так как мы находили площадь одного и того же прямоугольника, то выражения $(5 + 3) \cdot 4$ и $5 \cdot 4 + 3 \cdot 4$ равны: $(5 + 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4$.

Числовое равенство, которое мы получили, иллюстрирует **распределительное свойство умножения относительно сложения**. В буквенном виде это свойство записывают так:

Для любых чисел a , b и c

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

Словами его читают следующим образом:

чтобы умножить сумму на некоторое число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные результаты сложить.

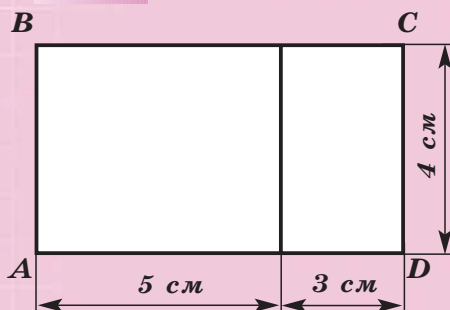
Заметим, что распределительное свойство справедливо и в том случае, когда число умножается на сумму трёх и более слагаемых. Например:

$$(200 + 40 + 7) \cdot 3 = 200 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 7 \cdot 3.$$

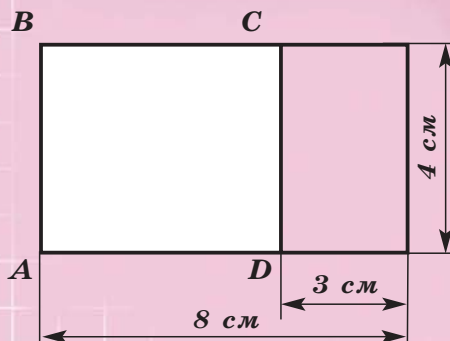
Вычитание вместе с умножением также обладает распределительным свойством.

Рассмотрите рисунок 4.2. Площадь прямоугольника $ABCD$, с одной стороны, равна произведению $(8 - 3) \cdot 4$, а с другой — разности $8 \cdot 4 - 3 \cdot 4$.

4.1



4.2



При вычислении значений этих выражений получится одно и то же число:

$$(8 - 3) \cdot 4 = 8 \cdot 4 - 3 \cdot 4.$$

Для любых чисел a , b и c

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

ПРИМЕРЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО СВОЙСТВА

Распределительное свойство, так же как переместительное и сочетательное, применяется для упрощения вычислений. Правда, применяется оно чаще всего справа налево, в результате чего сумма (или разность) заменяется равным ей произведением:

$$a \cdot c + b \cdot c = c \cdot (a + b); \quad a \cdot c - b \cdot c = c \cdot (a - b).$$

Такое преобразование выражений называют *вынесением общего множителя за скобки*.

Пример 1. Вычислим значение суммы

$$17 \cdot 12 + 43 \cdot 12.$$

Слагаемые в данной сумме — это произведения, каждое из которых содержит в качестве множителя одно и то же число 12. Вынесем этот общий множитель за скобки. Получим

$$17 \cdot 12 + 43 \cdot 12 = 12 \cdot (17 + 43) = 12 \cdot 60 = 720.$$

Заменив сумму $17 \cdot 12 + 43 \cdot 12$ произведением $12 \cdot (17 + 43)$, мы получили выражение, значение которого можно уже вычислить устно.

Пример 2. Вычислим значение выражения

$$46 \cdot 32 + 8 \cdot 16.$$

Этот случай сложнее — у слагаемых $46 \cdot 32$ и $8 \cdot 16$ нет общего множителя. Однако можно легко догадаться, что надо сделать, чтобы он появился. В самом деле, $32 = 2 \cdot 16$. Поэтому

$$\begin{aligned} 46 \cdot 32 + 8 \cdot 16 &= 46 \cdot 2 \cdot 16 + 8 \cdot 16 = \\ &= 92 \cdot 16 + 8 \cdot 16 = 16 \cdot (92 + 8) = 1600. \end{aligned}$$

Пример 3. Вычислим значение выражения

$$96 \cdot 16 + 120 \cdot 10 - 24 \cdot 14.$$

На первый взгляд у произведений

$$96 \cdot 16, \quad 120 \cdot 10 \quad \text{и} \quad 24 \cdot 14$$

нет общих множителей. Но $96 = 24 \cdot 4$ и $120 = 24 \cdot 5$, поэтому данное выражение можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} 96 \cdot 16 + 120 \cdot 10 - 24 \cdot 14 &= \\ &= 24 \cdot 4 \cdot 16 + 24 \cdot 5 \cdot 10 - 24 \cdot 14 = \\ &= 24 \cdot (4 \cdot 16 + 5 \cdot 10 - 14) = \\ &= 24 \cdot (64 + 50 - 14) = 24 \cdot 100 = 2400. \end{aligned}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Запишите с помощью букв распределительное свойство умножения относительно сложения и относительно вычитания.

● Вынесите за скобки общий множитель в выражении

$$13 \cdot 2 + 12 \cdot 2$$

и найдите его значение.



Для любых чисел a , b и c

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$



Для любых чисел a , b и c

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

УПРАЖНЕНИЯ

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО СВОЙСТВА В ВЫЧИСЛЕНИЯХ

227

Составьте два выражения для ответа на вопрос задачи:

- а) Таня и Наташа выбежали одновременно из школы в противоположных направлениях. Таня побежала со скоростью 180 м/мин, а Наташа — со скоростью 150 м/мин. Какое расстояние будет между ними через 4 мин?
 б) Дима и Серёжа вышли одновременно навстречу друг другу из своих домов и встретились через 5 мин. Дима шёл со скоростью 80 м/мин, а Серёжа — со скоростью 100 м/мин. Чему равно расстояние между домами Димы и Серёжи?

228

Объясните приём, который использован при умножении:

- а) $238 \cdot 6 = (200 + 30 + 8) \cdot 6 = 200 \cdot 6 + 30 \cdot 6 + 8 \cdot 6 = 1200 + 180 + 48 = 1428$;
 б) $97 \cdot 14 = (100 - 3) \cdot 14 = 100 \cdot 14 - 3 \cdot 14 = 1400 - 42 = 1358$.

229

Вычислите, используя приём, рассмотренный в упражнении 228:

- а) $104 \cdot 14$; б) $102 \cdot 22$; в) $98 \cdot 3$; г) $196 \cdot 15$.

230

Вынесите за скобки общий множитель и найдите значение выражения:

- а) $90 \cdot 25 + 10 \cdot 25$; в) $23 \cdot 16 + 16 \cdot 27$;
 б) $123 \cdot 27 - 23 \cdot 27$; г) $40 \cdot 87 - 39 \cdot 87$.

231

Не выполняя действий, сравните значения выражений:

- а) $(30 + 56) \cdot 5$ и $30 \cdot 5 + 56 \cdot 5$; г) $(14 - 7) \cdot 6$ и $16 \cdot 6 - 7 \cdot 6$;
 б) $(19 + 4) \cdot 7$ и $19 \cdot 7 + 10 \cdot 7$; д) $(18 - 9) \cdot 7$ и $18 \cdot 7 - 11 \cdot 7$;
 в) $6 \cdot 18 + 6 \cdot 21$ и $(18 + 17) \cdot 6$; е) $23 \cdot 15 - 5 \cdot 15$ и $(23 - 7) \cdot 15$.

232

Вычислите удобным способом:

- а) $12 \cdot 17 + 35 \cdot 13 + 17 \cdot 23$; в) $29 \cdot 25 + 15 \cdot 6 + 19 \cdot 15$;
 б) $41 \cdot 80 - 25 \cdot 41 + 55 \cdot 29$; г) $26 \cdot 18 + 26 \cdot 17 + 14 \cdot 35$.

233

Найдите значение выражения:

- а) $8 \cdot 28 + 48 \cdot 7$; в) $24 \cdot 9 + 12 \cdot 27$;
 б) $38 \cdot 150 - 45 \cdot 80$; г) $46 \cdot 75 - 65 \cdot 30$.

Неверно!

Исправьте ошибку в цепочке и дайте верный ответ:

$$38 \cdot 5 = (30 + 8) \cdot 5 = 30 \cdot 5 + 8 = 158.$$

234

Разберите, как выполнено умножение числа 24 на 15:

$$24 \cdot 15 = 24 \cdot (10 + 5) = 24 \cdot 10 + 24 \cdot 5 = 240 + 120 = 360.$$

Из этого примера понятен приём умножения на 15: *число нужно умножить на 10 и к результату прибавить половину получившегося произведения*. Например: $120 \cdot 15 = 1200 + 600 = 1800$.

Пользуясь этим приёмом, найдите:

- а) $180 \cdot 15$; в) $840 \cdot 15$;
б) $33 \cdot 15$; г) $61 \cdot 15$.

235

Найдите лёгкий способ умножения на 101 и вычислите произведение:

- а) $5 \cdot 101$;
б) $25 \cdot 101$;
в) $333 \cdot 101$.

236

Чтобы умножить трёхзначное число на 1001, достаточно приписать к нему справа само это число. Объясните этот приём, опираясь на distributive свойство.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Решите задачи разными способами (№ 237–240):

237

Токарь за 1 ч делает 15 деталей, а его ученик — 11 деталей. Сколько деталей сделают они за 8 ч работы?

238

На одной копировальной машине можно распечатать 6 страниц в минуту, а на другой — 8 страниц. Сколько страниц можно распечатать за 20 мин, если обе машины будут работать одновременно?

239

В актовом зале стоят стулья, по 17 стульев в ряду. Первые 12 рядов составлены из красных стульев, а следующие 18 рядов — из синих стульев. Сколько стульев в актовом зале?

240

Лук посадили в 4 ряда, по 15 луковиц в каждом, а потом в каждый ряд посадили ещё по 12 луковиц. Сколько всего посадили луковиц?

Решите задачи (№ 241–243):

241

На двух копировальных машинах за 15 мин распечатали 180 страниц. Первая машина печатает 6 страниц в минуту. Сколько страниц в минуту печатает вторая машина?

242

В зале кинотеатра 500 кресел, которые расставлены одинаковыми рядами, по 25 кресел в каждом. В партере 12 рядов. Сколько рядов в амфитеатре?

243

Два мастера работают на фабрике ёлочных игрушек. Оба за час расписывают одно и то же количество шаров. Первый мастер работал 5 дней, по 8 ч в день, а второй — 4 дня, по 6 ч в день. Вместе они расписали 1280 ёлочных шаров. Сколько шаров расписал каждый?

16

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Приёмы решения новых видов задач — на части и на уравнение



шоколадные конфеты



Умение решать задачи — это умение рассуждать. Оно требуется в повседневной жизни, при изучении различных учебных предметов. Здесь вы познакомитесь с некоторыми приёмами рассуждений, которые встречаются при решении задач достаточно часто.

ЗАДАЧИ НА ЧАСТИ

Задача 1. В кулинарной книге написано, что для варенья из ежевики на 3 части ягод надо брать 2 части сахара. Сколько сахара надо взять на 9 кг ягод?

Решение.

Будем считать, что 9 кг ягод составляют 3 части. Чтобы ответить на вопрос задачи, выполним два действия.

1) Узнаем, сколько килограммов ягод приходится на одну часть.

$$9 : 3 = 3 \text{ (кг).}$$

2) По условию задачи масса сахара должна составлять 2 части. Сколько же сахара надо взять?

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ (кг).}$$

Ответ: 6 кг.

Задача 2. Для детских новогодних подарков были куплены шоколадные конфеты и карамель — всего 20 кг. Сколько было куплено конфет того и другого сорта, если карамели взяли в 3 раза больше, чем шоколадных конфет?

Решение.

Это тоже задача на части, только их надо специально ввести.

1) Будем считать, что шоколадные конфеты составили одну часть. Так как карамели было в 3 раза больше, то она составила 3 части.

2) Всего на 20 кг конфет приходится

$$1 + 3 = 4 \text{ части.}$$

3) На одну часть приходится

$$20 : 4 = 5 \text{ (кг).}$$

Значит, шоколадных конфет купили 5 кг.

4) На 3 части приходится

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ (кг).}$$

Значит, карамели купили 15 кг.

(Проверьте полученный ответ на соответствие условию: 15 кг и 5 кг составляют вместе 20 кг, и 15 кг в 3 раза больше, чем 5 кг.)

Ответ: 5 кг шоколадных конфет и 15 кг карамели.

ЗАДАЧИ НА УРАВНИВАНИЕ **Задача 3.** В двух пачках 70 тетрадей, причём в первой на 10 тетрадей больше, чем во второй. Сколько тетрадей в каждой пачке?

Решение.

1) Уравняем мысленно число тетрадей в пачках: «уберём» из большей пачки десять тетрадей. Сколько всего тетрадей будет в двух пачках?

$$70 - 10 = 60 \text{ (тетр.)}$$

2) Теперь пачки одинаковы. Сколько тетрадей в каждой из них?

$$60 : 2 = 30 \text{ (тетр.)}$$

3) В меньшей пачке 30 тетрадей. А сколько тетрадей в большей пачке?

$$30 + 10 = 40 \text{ (тетр.)}$$

(Проверьте себя: $40 + 30 = 70$ и $40 - 30 = 10$.)

Ответ: 40 тетрадей и 30 тетрадей.

Эту задачу можно решить и другим способом, «добавив» в меньшую пачку 10 тетрадей:

$$1) 70 + 10 = 80 \text{ (тетр.)};$$

$$2) 80 : 2 = 40 \text{ (тетр.)};$$

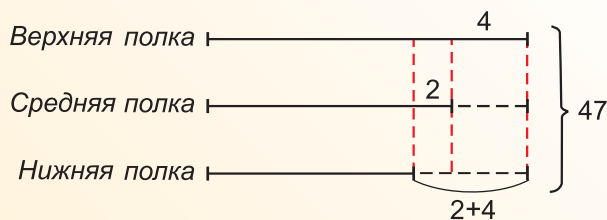
$$3) 40 - 10 = 30 \text{ (тетр.)}$$

Задача 4. На трёх полках 47 книг. На средней полке на 4 книги меньше, чем на верхней, и на 2 книги больше, чем на нижней полке. Сколько книг на верхней полке?

Решим эту задачу.



Сделайте по условию задачи схематический рисунок, например, такой:



1) «Уравняйте» число книг на полках по верхней полке: «добавьте» на среднюю полку 4 книги, а на нижнюю 6 книг.

2) Проведите подсчёты:

$4 + 6 = 10$ (кн.) — столько всего книг добавили;

$47 + 10 = 57$ (кн.) — столько стало книг на трёх полках;

3) $57 : 3 = 19$ (кн.) — книг на верхней полке.

Ответ: 19 книг.

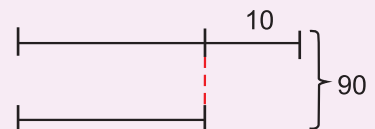


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Придумайте по рисунку задачу на части и решите её.



● Придумайте по рисунку задачу на уравнение и решите её.



УПРАЖНЕНИЯ

ЗАДАЧИ НА ЧАСТИ

244

Купили 1 кг 800 г сухофруктов из яблок, груш и слив. Яблок в них 4 части, груш — 3 части, слив — 2 части. Сколько граммов яблок, груш и слив в сухофруктах в отдельности?

Указание. Выразите массу сухофруктов в граммах.

245

В сухофруктах яблоки составляют 7 частей, груши — 4 части, сливы — 5 частей. Сколько всего сухофруктов, если в них:

- а) 160 г груш; б) 280 г яблок; в) 225 г слив?

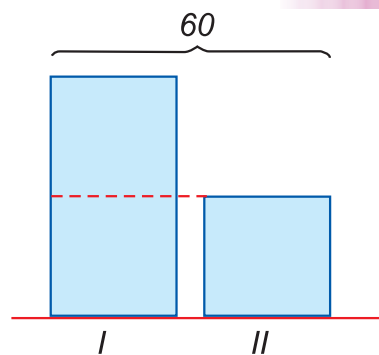
246

При пайке изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова. Сколько свинца и олова содержит кусок сплава, в котором олова на 360 г больше, чем свинца?

Решите эту задачу по плану:

- 1) Сколько частей составляют 360 г?
- 2) Сколько граммов приходится на 1 часть?
- 3) Сколько свинца в сплаве?
- 4) Сколько олова в сплаве?

4.3



247

Купили 60 тетрадей, причём тетрадей в клетку в 2 раза больше, чем тетрадей в линейку (рис. 4.3). Сколько частей приходится на тетради в линейку? на тетради в клетку? на все тетради? Сколько купили тетрадей в линейку? Сколько — в клетку?

248

а) На двух полках вместе 120 книг, причём на первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

б) В плацкартном вагоне в 3 раза больше спальных мест, чем в мягком вагоне. Всего в этих вагонах 72 места. Сколько спальных мест в мягком вагоне?

249

а) Коля и Таня рвали в лесу орехи. Всего они сорвали 120 орехов. Таня сорвала в 2 раза меньше орехов, чем Коля. Сколько орехов было у Коли и сколько у Тани?

б) Алина прочитала в 3 раза меньше страниц, чем ей осталось прочитать. Всего в книге 176 страниц. Сколько страниц прочитала Алина?

Подсказка. Переформулируйте каждую задачу, используя слово «больше».

250

Дочка младше мамы в 4 раза и младше бабушки в 9 раз. Сколько лет каждой, если вместе им 98 лет?

251

У Серёжи в коллекции в 3 раза меньше марок, чем у Васи, а у Андрея в 2 раза больше, чем у Васи. Сколько марок у каждого, если у Андрея на 80 марок больше, чем у Серёжи?

ЗАДАЧИ НА УРАВНИВАНИЕ

252

- а) В первой коробке на 6 карандашей больше, чем во второй, а в двух вместе 30 карандашей. Сколько карандашей в каждой коробке?
б) В двух коробках 60 дисков. В одной из них на 12 дисков меньше, чем в другой. Сколько дисков в каждой коробке?

253

Брат с сестрой собрали в лесу 25 белых грибов. Брат нашёл на 7 грибов больше, чем его сестра. Сколько грибов нашёл брат?

254

В школе 92 пятиклассника, причём девочек на 16 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков и сколько девочек в пятых классах?

255

Таня на 3 года младше своей сестры, а вместе им 27 лет. Сколько лет каждой из них?

256

Из «Арифметики» Л.Н. Толстого.

- а) У двух мужиков 35 овец. У одного на 9 овец больше, чем у другого. Сколько у каждого овец?
б) У двух мужиков 40 овец, а у одного меньше против другого на 6. Сколько у каждого?

257

Для занятий художественным творчеством ребята собрали библиотечку из 34 книг и разместили их на трёх полках. На верхней — книги по рисованию. На средней — книги по рукоделию; их на 6 меньше, чем книг по рисованию. На нижней полке — книги по лепке; их на 5 меньше, чем книг по рукоделию. Сколько в библиотечке книг по каждому виду творчества?

258

Найдите три последовательных числа, сумма которых равна:

- а) 48;
б) 69.

259

- а) Сумма двух чисел 96, а разность 18. Найдите эти числа.
б) Сумма двух чисел 87, а разность 19. Найдите эти числа.

260

Андрей на 2 года старше Бориса, а Борис на 1 год старше Василия. Сколько лет каждому, если вместе им 40 лет?

261

- а) Сумма всех сторон прямоугольника равна 48 см. Его длина на 4 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.
б) Периметр прямоугольника равен 54 см. Его длина на 5 см больше ширины. Найдите площадь прямоугольника.

262

Семья состоит из четырёх человек: матери, отца, сына и дочери. Отец на 5 лет старше матери. Мать в 4 раза старше сына и в 5 раз старше дочери. Сколько лет каждому, если сумма их возрастов 103 года?

Указание. Примите возраст матери за 20 частей.

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 Вычислите, выбрав удобный порядок действий:
а) $42 + 61 + 28 + 39 + 30$;
б) $4 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 25$.
Какие свойства арифметических действий вы использовали?
- 2 Дано выражение $18 \cdot (37 + 44)$. Не выполняя вычислений, определите, какое из следующих выражений имеет то же значение, что и данное выражение, и объясните почему:
1) $18 \cdot 37 + 44$ 2) $18 \cdot 37 + 18 \cdot 44$ 3) $37 + 18 \cdot 44$
- 3 Найдите значение выражения, вынося за скобки общий множитель:
а) $83 \cdot 17 + 27 \cdot 17$;
б) $98 \cdot 15 - 48 \cdot 15$.
- 4 Решите задачу двумя способами.
Две грузовые машины перевозят картофель с овощной базы в магазины. На одну машину грузят 3500 кг картофеля, а на другую — 2500 кг. Сколько килограммов картофеля перевезут эти машины за три рейса?
- 5 Вычислите удобным способом:
а) $17 \cdot 34 + 26 \cdot 17 + 13 \cdot 60$;
б) $4 \cdot 45 + 4 \cdot 55 + 6 \cdot 55 + 6 \cdot 45$.
- 6 Известно, что $x + y = 10$. Найдите значение выражения $2x + 2y$.
- 7 Для приготовления гречневой каши на 2 части гречки берут 3 части воды. Сколько граммов воды надо взять на 300 г гречневой крупы?
- 8 Чтобы сварить варенье из слив, берут 10 частей слив, 15 частей сахара и 2 части воды. Было приготовлено 540 кг варенья. Сколько слив пошло на варенье?
- 9 Журнал дороже газеты в 10 раз, а вместе они стоят 110 р. Сколько стоят газета и журнал в отдельности?
- 10 В двух аквариумах 205 л воды. В одном из них на 35 л воды больше, чем в другом. Сколько литров воды в каждом аквариуме?
- 11 Сын на 23 года младше матери, а его мать на 5 лет младше его отца. Сколько лет каждому, если вместе им 87 лет?

Глава 5

УГЛЫ И МНОГОУГОЛЬНИКИ

- КАК ОБОЗНАЧАЮТ И СРАВНИВАЮТ УГЛЫ
- ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ
- МНОГОУГОЛЬНИКИ

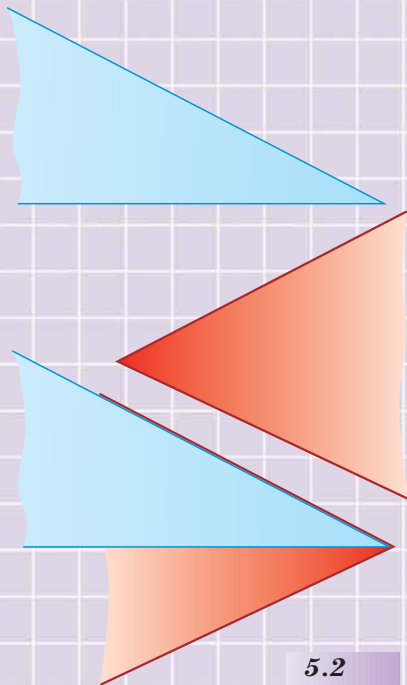
ИНТЕРЕСНО

Древние строители возводили храмы, подчиняясь ряду правил: здания должны были иметь в основаниях определённые фигуры и располагаться по сторонам света. Для этого надо было уметь строить прямой угол, квадрат, прямоугольный треугольник.

Для построения прямого угла древние египтяне натягивали связанную за концы верёвку, разделённую на 12 равных частей узелками, на три колышка. Получался треугольник со сторонами 3, 4 и 5, один из углов которого прямой. Этот треугольник так и называют – египетский.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Новую фигуру – угол
- Что такое биссектриса угла
- Какие бывают виды углов



5.2

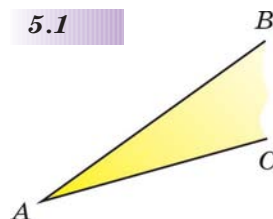
$$\angle AOC = \angle COB$$

Слово «биссектриса» имеет латинское происхождение, означает оно «надвое рассекающая».

КАК ОБОЗНАЧАЮТ И СРАВНИВАЮТ УГЛЫ

Точка, отмеченная на прямой, разбивает её на два луча. Сама эта точка является для получившихся лучей началом. Но можно провести два луча с общим началом и так, чтобы они не составляли прямую.

УГОЛ Проведём на листе бумаги два луча AB и AC с общим началом в точке A (рис. 5.1). Мы получим угол. Лучи AB и AC называются *сторонами* угла, точку A — его *вершиной*.



5.1

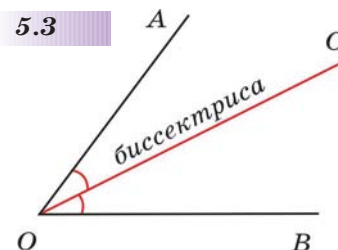
Сам угол обозначают так: $\angle BAC$ (или $\angle CAB$). Этот же угол можно обозначить и короче, по его вершине: $\angle A$.

Углы, как и отрезки, можно сравнивать между собой. Чтобы сравнить два угла, можно наложить их друг на друга, как показано на рисунке 5.2.

Легко увидеть, что первый угол меньше, так как он целиком оказался внутри второго. Если при наложении одного угла на другой они совпадут, то эти углы равны.

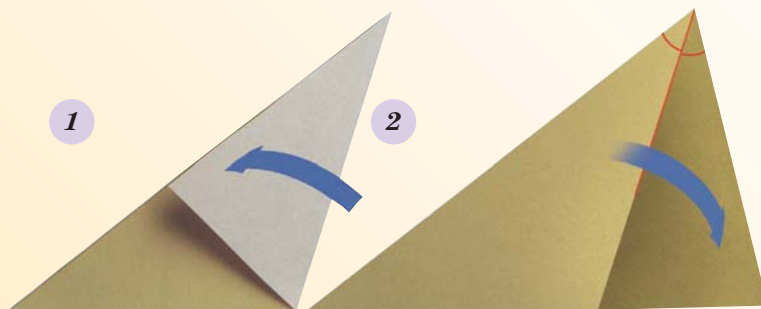
БИССЕКТРИСА УГЛА Посмотрите на рисунок 5.3. Луч OC делит угол $\angle AOB$ на два равных угла: $\angle AOC = \angle COB$. Этот луч — **биссектриса** угла AOB .

5.3



Возьмите угол, вырезанный из листа бумаги.

Сложите его так, чтобы стороны угла совпали (рис. 1). Разогните лист — линия сгиба будет биссектрисой этого угла (рис. 2).

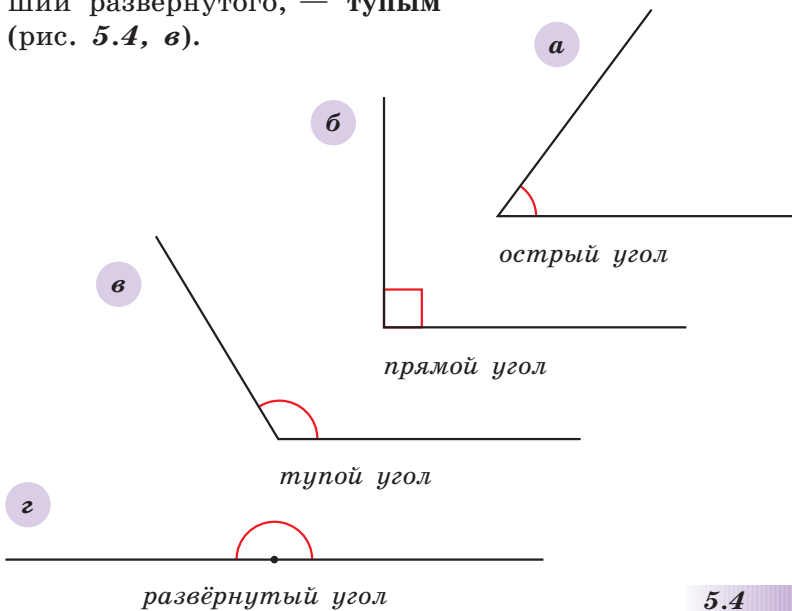


ВИДЫ УГЛОВ Выделяют такие виды углов: прямой угол, развёрнутый угол, острый угол и тупой угол (рис. 5.4).

Среди всех углов особое место занимает **прямой угол** (рис. 5.4, б). Он встречается нам постоянно. Так, на клетчатой бумаге линии пересекаются под прямым углом. Этот угол можно легко построить с помощью чертёжного угольника.


Считают, что лучи, составляющие прямую, также образуют угол. Этот угол называют **развёрнутым** (рис. 5.4, г). Если провести биссектрису развёрнутого угла, она разделит его на два прямых угла.

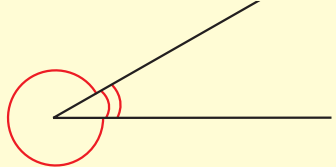
Угол, меньший прямого, называется **острым** углом (рис. 5.4, а), а угол, больший прямого, но меньший развёрнутого, — **тупым** (рис. 5.4, в).



5.4

! Развёрнутый угол равен сумме двух прямых углов, а прямой угол составляет половину развёрнутого.

 А может ли угол быть больше развёрнутого? Да, ведь, говоря точнее, два луча с общим началом образуют не один угол, а два. И если это не два развёрнутых угла, то один из них меньше развёрнутого, а другой — больше.



Представление о том, что такое угол, можно получить, посмотрев на веер. По мере раскрытия веера получаются различные углы — от острого до развёрнутого.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сколько углов на рисунке 5.3? (Укажите и углы, большие развёрнутого.)
- Что называют биссектрисой угла?
- Начертите развёрнутый угол и проведите его биссектрису. Какие углы у вас получились?
- Найдите прямые углы в окружающей вас обстановке.

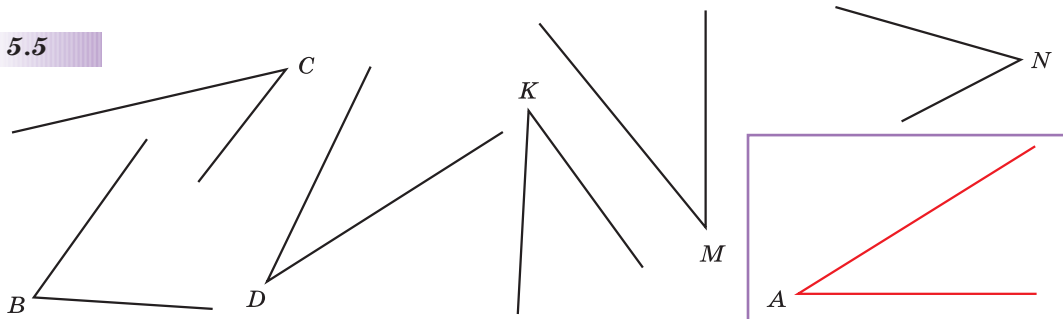
УПРАЖНЕНИЯ

СРАВНИВАЕМ УГЛЫ

263

С помощью кальки найдите на рисунке 5.5 угол, равный углу A .

5.5



264

Начертите в тетради какой-нибудь угол и обозначьте его. А теперь от руки нарисуйте равный ему угол. С помощью кальки проверьте, действительно ли второй угол равен первому.

265

Вырежьте из листа бумаги три неравных угла. Какой из них является наибольшим?

266

Начертите в тетради угол и обозначьте его AOC . Проведите луч OB так, чтобы он разделил угол AOC на два угла. Назовите эти углы. Сравните их.

267

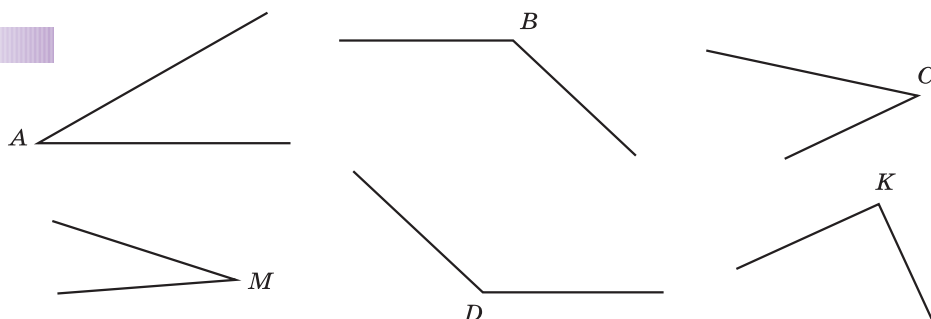
Начертите на листе бумаги какой-нибудь угол и проведите его биссектрису. Вырежьте этот угол и проверьте перегибанием, правильно ли вы разделили угол пополам.

ВИДЫ УГЛОВ

268

Какие из углов, изображённых на рисунке 5.6, являются острыми, а какие — тупыми? Есть ли здесь прямой угол?

5.6

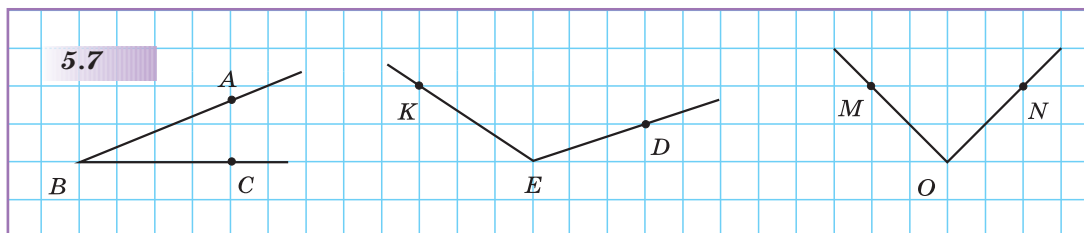


269

Начертите в тетради острый, прямой и тупой углы.
Подсказка. Воспользуйтесь тем, что линии сетки образуют прямые углы.

270

Скопируйте в тетрадь углы, изображённые на рисунке 5.7. Какой из этих углов острый, какой — тупой, а какой — прямой?



271

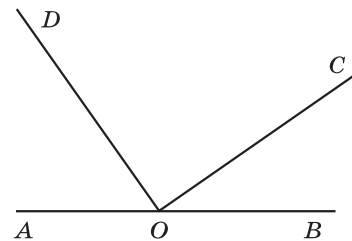
Начертите на листе в клетку прямой угол. С помощью перегибания листа найдите его биссектрису и начертите её карандашом.

272

- 1) Сравните углы, на которые поворачивается стрелка часов от цифры 1 до цифры 3 и от цифры 4 до цифры 6.
- 2) На какой угол (острый, прямой, тупой или развёрнутый) поворачивается часовая стрелка за 1 ч, 2 ч, 3 ч, 4 ч, 5 ч, 6 ч?
- 3) Минутная стрелка за 15 мин поворачивается на некоторый угол. За какое время на тот же угол поворачивается часовая стрелка?

273

С помощью угольника найдите на рисунке 5.8 прямой угол. Найдите и назовите острые углы, тупые углы. Сравните углы AOD и COB , AOC и BOD . Сколько всего углов, меньших развёрнутого, на рисунке?



274

Начертите два угла с общей стороной так, чтобы вместе они составляли:

- а) развёрнутый угол; б) тупой угол; в) острый угол.

5.8

275

- 1) Начертите угол BOC . Постройте угол AOB , дополняющий его до развёрнутого угла. Постройте угол DOC , дополняющий угол BOC до развёрнутого.
- 2) Каким является угол AOB , если угол BOC острый? прямой? тупой?
- 3) Верно ли, что углы AOB и DOC равны? Почему?

276

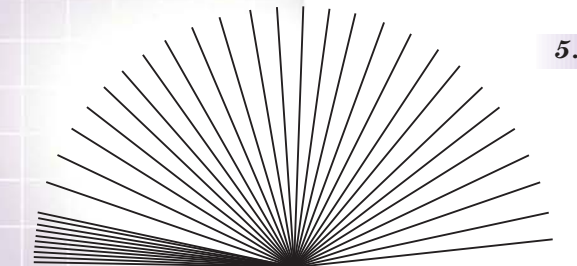
ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

- 1) Постройте окружность и проведите её диаметр AB . Постройте угол ACB с вершиной C , лежащей на окружности. Каким (острым, прямым или тупым) является этот угол? Постройте и измерьте ещё два угла с вершинами на окружности, «опирающиеся» на диаметр. Какой вывод можно сделать?
- 2) Начертите в тетради окружность. Проведите отрезок AB с концами на окружности, не являющийся диаметром. Отметьте на окружности точки C , D и E так, чтобы угол ABC был прямым, угол ABD — острым, угол ABE — тупым.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что такое транспортир
- Как измерить величину угла и построить угол заданной величины с помощью транспортира



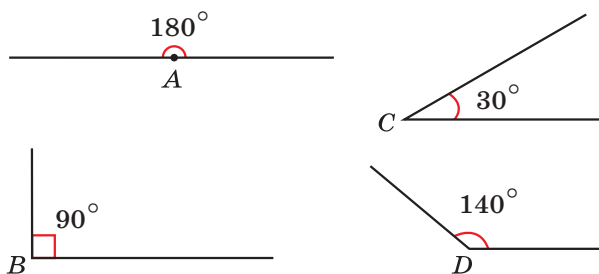
5.9

ВЕЛИЧИНЫ УГЛОВ Самой распространённой единицей измерения углов является угол величиной в 1 градус.

Что такое 1 градус? Представьте, что развёрнутый угол разделён лучами, выходящими из его вершины, на 180 равных углов (рис. 5.9). Угол, ограниченный двумя соседними лучами, считают равным одному градусу и записывают так: 1° .

«Градус» — слово латинского происхождения, и означает оно шаг, ступень, степень. Вам хорошо знаком градус Цельсия как единица измерения температуры, например температура воздуха 25°C или температура тела больного 38°C .

Развёрнутый угол равен 180° , а прямой угол, который составляет половину развёрнутого, равен 90° . Величина острого угла меньше 90° , а величина тупого угла больше 90° .



5.10

На рисунке 5.10 изображены развёрнутый угол A , прямой угол B , острый угол C , равный 30° , и тупой угол D , равный 140° .

КАК ИЗМЕРИТЬ ВЕЛИЧИНУ УГЛА Для измерения и построения углов используют специальный прибор — **транспортир**. Шкала транспортира представляет собой полуокружность, разделённую на 180 равных частей.



Обратите внимание, что у транспортира две шкалы — внутренняя и внешняя.

У внутренней и у внешней шкал транспортира начало отсчёта располагается с разных сторон. Поэтому при работе с транспортиром надо быть внимательным, чтобы получить верный результат.

$$\angle C = 30^\circ$$

$$\angle D = 140^\circ$$

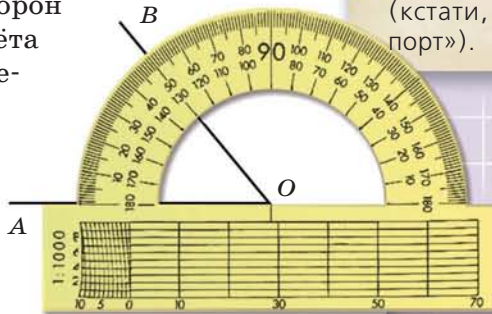
Измерение углов проводится следующим образом (рис. 5.11).

Транспортир накладывают на угол так, чтобы вершина угла совпала с центром транспортира, а одна из сторон угла прошла через начало отсчёта на шкале, т. е. через нулевое деление.

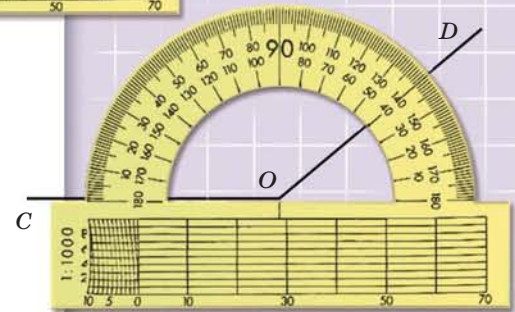
Тогда другая сторона угла укажет величину угла в градусах:

$$\angle AOB = 50^\circ,$$

$$\angle COD = 140^\circ.$$



Слово «транспортир» происходит от латинского слова *transportare* – переносить, (кстати, как и слово «транспорт»).

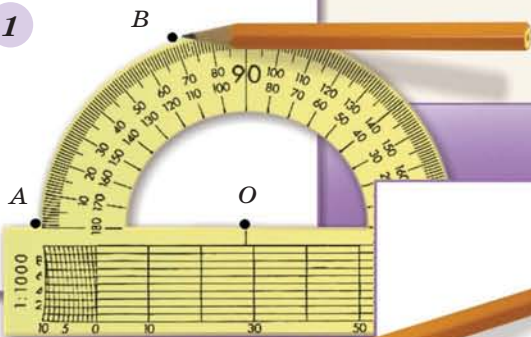


ПОСТРОЕНИЕ УГЛА ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЫ При помощи транспортира можно не только измерить величину угла, но и построить угол заданной величины. Например, построим угол, равный 70° .

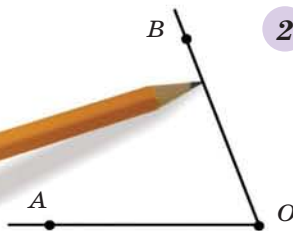


- 1) Наложите транспортир на лист бумаги и отметьте вершину угла — точку O — она должна располагаться в центре транспортира (рис. 1).
- 2) Найдите на шкале начало отсчёта — метку 0 — и отметьте точку A . Эта точка лежит на одной из сторон угла.
- 3) Найдите на этой же шкале метку 70 и отметьте там ещё одну точку — B , она лежит на второй стороне угла.
- 4) Отложите транспортир и возьмите линейку.
- 5) Проведите два луча с началом в вершине угла, проходящие через отмеченные точки (рис. 2). Построенный угол равен 70° .

1



2



5.11

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Назовите величину развёрнутого угла; прямого угла.
- Величина какого угла больше: острого или тупого? Почему?
- Что такое 1° ?
- Расскажите, как измерить величину угла, пользуясь транспортиром.
- Рассмотрите рисунок 5.11. Назовите величину угла, дополняющего: а) угол AOB до развёрнутого; б) угол COD до развёрнутого. Найдите два способа решения.

УПРАЖНЕНИЯ

ВЕЛИЧИНЫ УГЛОВ

277

- а) Повернитесь на 90° , 180° , 360° . Покажите руками угол 90° , 180° .
 б) На сколько градусов поворачивается минутная стрелка часов за 15 мин, 30 мин, 1 ч?

278

- а) Каким (острым, прямым, тупым или развёрнутым) является угол, величина которого равна 22° , 163° , 90° , 18° , 98° , 180° , 89° , 178° ?
 б) Выберите из данных углов сначала острые, а затем тупые углы: 114° , 54° , 81° , 100° , 139° , 99° , 90° , 77° .

279

- а) Чему равен угол между часовой и минутной стрелками, если часы показывают 1 ч, 3 ч, 4 ч, 11 ч 30 мин?
 б) Сейчас на часах 10 ч. На сколько градусов изменится величина угла между стрелками через 1 ч?



ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

280

Начертите прямой угол и проведите на глаз его биссектрису. Проверьте себя с помощью транспортира.

281

Начертите в тетради прямой угол и разделите его на глаз на три равные части. Какой должна быть величина каждой части? Проверьте себя с помощью транспортира.

282

Начертите в тетради два острых и два тупых угла. Измерьте каждый из них.

ПОСТРОЕНИЕ УГЛОВ ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЫ

283

Определите сначала, каким (острым или тупым) является угол, а затем с помощью транспортира постройте его:

- а) 35° ; б) 64° ; в) 95° ; г) 119° ; д) 153° .

284

Используя линии квадратной сетки, постройте углы, равные 45° и 135° .
Подсказка. $45^\circ = 90^\circ : 2$, $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$.

285

Начертите окружность и постройте два её радиуса так, чтобы угол между ними был равен:

- а) 45° ; б) 90° ; в) 135° ; г) 180° .

286

Начертите в тетради полукруг и разделите его с помощью транспортира:
 а) на 4 равные части; б) на 6 равных частей; в) на 3 равные части. Какова градусная мера каждого из получившихся углов?

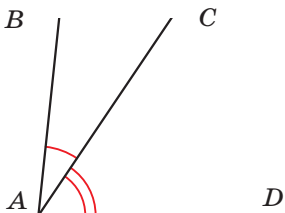
СУММА УГЛОВ

287

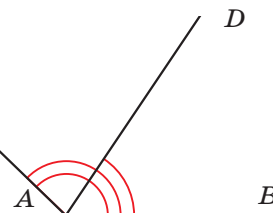
а) На рисунке 5.12 угол BAC равен 28° , а угол CAD равен 56° . Чему равен угол BAD ?

б) Угол BAC равен 136° (рис. 5.13), а угол BAD равен 56° . Чему равен угол CAD ?

5.12



5.13



288

а) Угол 68° разделён биссектрисой на два угла. Найдите их величины.

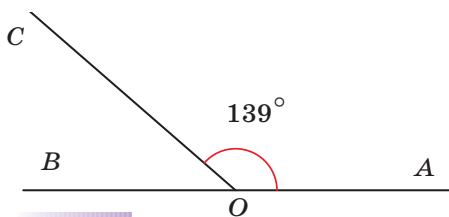
б) Угол, который образует биссектриса с одной стороной данного угла, равен 16° . Чему равен данный угол?

289

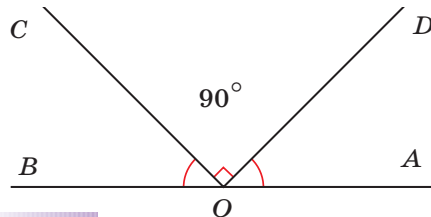
Угол AOC равен 139° (рис. 5.14). Найдите величину угла COB .

290

На рисунке 5.15 угол COD прямой, а $\angle AOC = \angle BOD$. Найдите величину угла AOC .



5.14



5.15

291

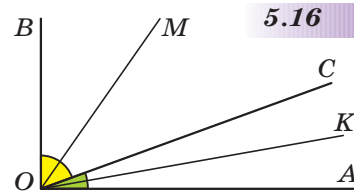
Угол AOB равен 48° . Луч OC — биссектриса угла AOB , луч OM — биссектриса угла AOC . Найдите величину угла AOM .

Указание. Сделайте схематический рисунок.

292

1) На рисунке 5.16. угол AOB равен 90° . Лучи OM и OK — биссектрисы углов COB и COA . Найдите угол $МОК$.

2) Решите задачу при условии, что $\angle AOB = 40^\circ$.



5.16

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

293

1) Сколько углов, равных 60° и имеющих общую вершину и общие с соседями стороны, можно построить?

2) Отметьте точку и проведите из неё лучи так, чтобы все углы между двумя соседними лучами были тупыми.

3) Какое наименьшее число лучей с началом в одной точке надо провести, чтобы все углы, образованные двумя соседними лучами, были острыми?

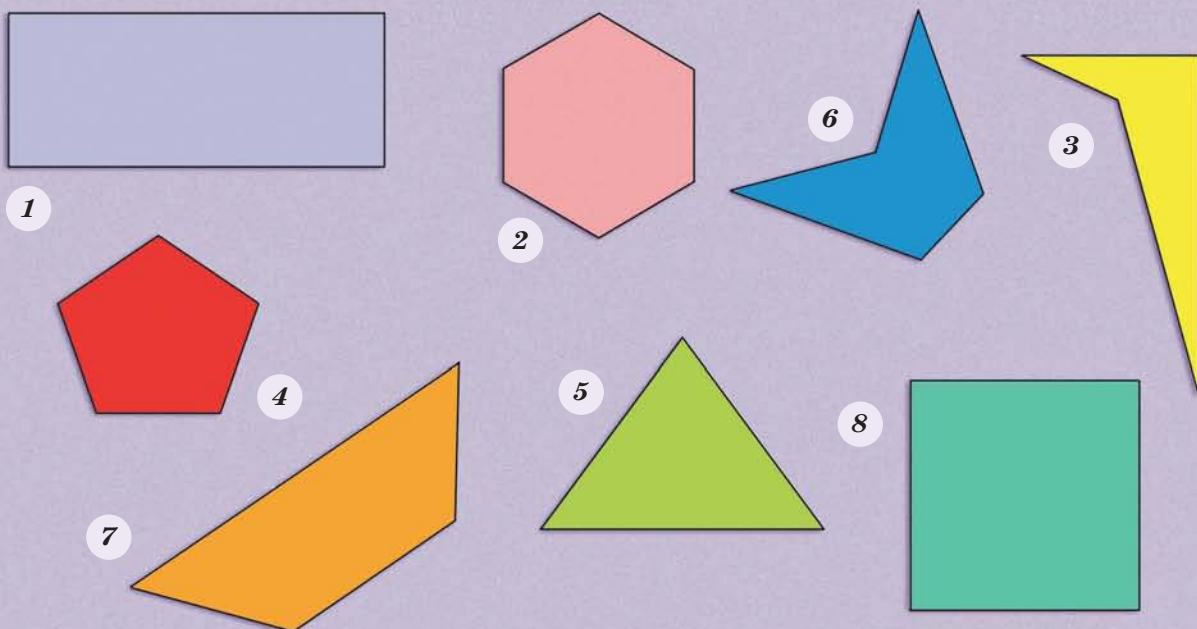
19

МНОГОУГОЛЬНИКИ

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какую фигуру называют многоугольником
- Термины, связанные с многоугольником
- Что называют периметром многоугольника

5.17

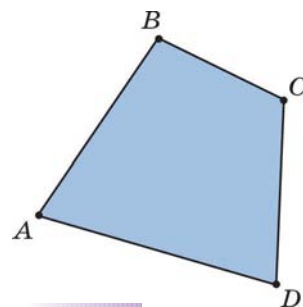


Если вас попросят начертить ломаную, например, из четырёх звеньев, вы можете сделать её замкнутой или незамкнутой. При этом ломаная может быть самопересекающейся или не иметь самопересечений.

ЧТО ТАКОЕ МНОГОУГОЛЬНИК Фигура, ограниченная замкнутой ломаной без самопересечений, называется **многоугольником**. Все фигуры, изображённые на рисунке 5.17, — это многоугольники.

Четырёхугольник — это один из видов многоугольников (рис. 5.18). Точки A , B , C и D называют *вершинами* этого четырёхугольника, соединяющие их отрезки — его *сторонами*, углы ABC , BCD , CDA , DAB — *углами* четырёхугольника. Чтобы назвать четырёхугольник, последовательно перечисляют все его вершины, начиная с любой из них. Например, наш четырёхугольник можно назвать так: $ABCD$.

Обратите внимание, что угол многоугольника может быть больше развёрнутого.



5.18



Найдите на рисунке **5.17** шестиугольник. У него шесть углов. Но и сторон у него тоже шесть, да и вершин столько же. И вообще у любого многоугольника столько же вершин и сторон, сколько у него углов. Поэтому шестиугольник можно было бы называть шестисторонником или шестивершинником. Но принято говорить «шестиугольник».



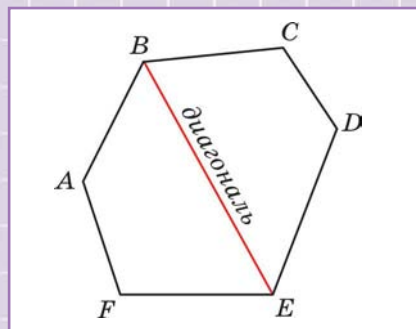
ПЕРИМЕТР МНОГОУГОЛЬНИКА Длину ломаной, ограничивающей многоугольник, называют **периметром** этого многоугольника. Периметр обычно обозначают буквой P . Периметр многоугольника равен сумме длин всех его сторон.

Слово «периметр» греческого происхождения, означает оно «измеряю вокруг».

ДИАГОНАЛЬ МНОГОУГОЛЬНИКА На рисунке **5.19** изображён шестиугольник $ABCDEF$. Отрезок BE соединяет две его несоседние вершины. Этот отрезок — **диагональ** шестиугольника. В этом шестиугольнике можно провести и другие диагонали.



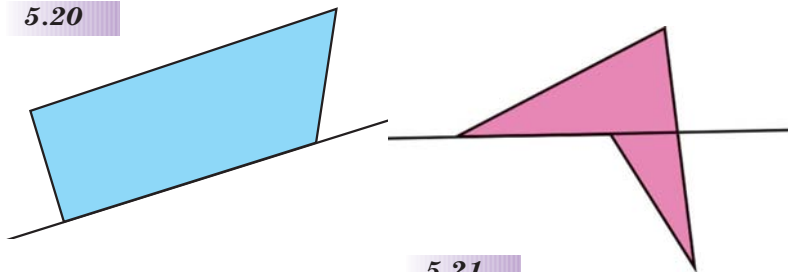
Единственным многоугольником, который не имеет ни одной диагонали, является треугольник.



5.19

ВЫПУКЛЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ Посмотрите на четырёхугольники на рисунках **5.20** и **5.21**. Между ними есть существенное различие. Один четырёхугольник является выпуклым, а другой нет. Проведём прямую, на которой лежит какая-нибудь из сторон выпуклого многоугольника. Весь многоугольник лежит по одну сторону от этой прямой (рис. **5.20**). И это выполняется для каждой из его сторон. А невыпуклый многоугольник таким свойством не обладает. Вы видите, что существует такая прямая, на которой лежит сторона многоугольника и которая разбивает его на части, расположенные по разные от этой прямой стороны (рис. **5.21**).

5.20



5.21

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

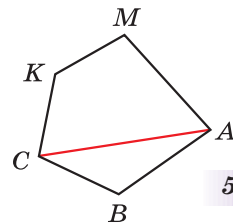
- Какую фигуру называют многоугольником?
- Найдите на рисунке **5.17** треугольники, шестиугольники.
- Найдите на рисунке **5.17** четырёхугольники. Какие из них вам знакомы?
- Назовите выпуклые и невыпуклые многоугольники на рисунке **5.17**.
- Назовите все диагонали шестиугольника $ABCDEF$, выходящие из вершины B (рис. **5.19**).

УПРАЖНЕНИЯ

СТОРОНЫ, УГЛЫ, ДИАГОНАЛИ МНОГОУГОЛЬНИКА

294

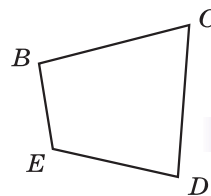
Диагональ AC разбивает пятиугольник $ABCKM$ на два многоугольника (рис. 5.22). Назовите их.



5.22

295

Назовите все вершины, все стороны и все углы четырёхугольника, изображённого на рисунке 5.23. Определите на глаз, есть ли в этом четырёхугольнике прямой угол, какой из его углов острый, сколько у него тупых углов. Измерьте и запишите величину каждого угла этого четырёхугольника.



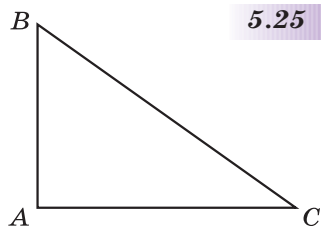
5.23

296

Измерьте величину каждого угла треугольника ABC (рис. 5.24). Назовите углы в порядке возрастания их градусных мер. Есть ли в треугольнике прямой угол? острый? тупой?

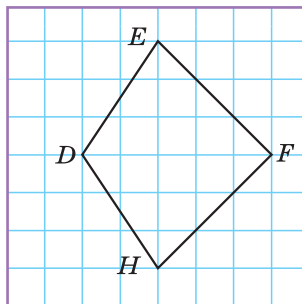
297

Назовите равные стороны и равные углы каждого многоугольника (рис. 5.25, 5.26). Скопируйте эти многоугольники в тетрадь.

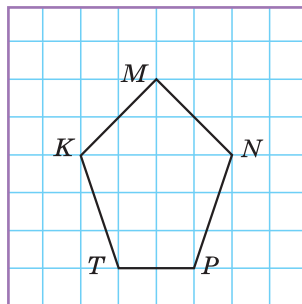


5.25

5.24



5.26



298

Отметьте в тетради три точки, не принадлежащие одной прямой. Начертите два треугольника так, чтобы у одного из них эти точки являлись вершинами, а у другого принадлежали его сторонам.

299

Начертите четырёхугольник, у которого являются тупыми:

а) два соседних угла;

б) два противоположных угла.

300

Начертите четырёхугольник с двумя прямыми углами. Могут ли два других его угла быть не прямыми?

Указание. Если вы считаете, что да, то начертите такой четырёхугольник.

ОТВЕЧАЕМ НА ВОПРОС «СКОЛЬКО?»

301

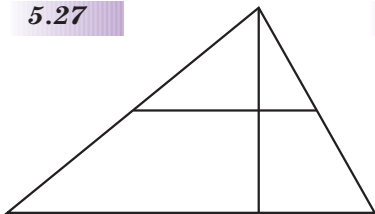
а) Треугольник ABC можно также назвать треугольником BAC . Как ещё можно назвать этот треугольник? Сколько всего можно придумать обозначений этого треугольника?

б) Запишите все возможные обозначения четырёхугольника $ABCD$.

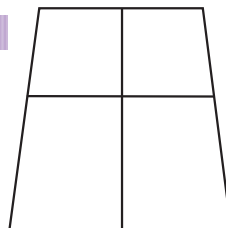
302

- а) Сколько треугольников на рисунке 5.27?
 б) Сколько четырёхугольников на рисунке 5.28?

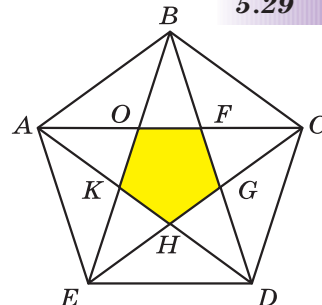
5.27



5.28



5.29



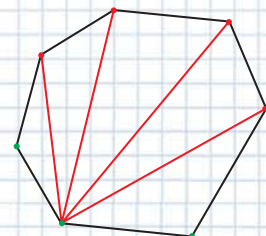
- в) Найдите все 35 треугольников на рисунке 5.29.

303

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

Число диагоналей многоугольника можно подсчитать так:

- найти число диагоналей, выходящих из одной вершины, — их на 3 меньше, чем вершин (рисунок справа);
- умножить это число на число вершин;
- разделить результат на 2 (объясните почему).



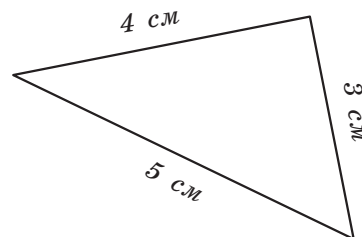
Сколько диагоналей у семиугольника? десятиугольника? стоугольника? У какого многоугольника 9 диагоналей?

ПЕРИМЕТР МНОГОУГОЛЬНИКА

304

Найдите периметр треугольника, изображённого на рисунке 5.30.

5.30



305

Чему равен периметр треугольника ABC со сторонами:

- а) $AB = 3$ см, $BC = 4$ см 5 мм, $AC = 5$ см 3 мм;
 б) $AB = BC = 4$ см, $AC = 7$ см 3 мм;
 в) $AB = BC = AC = 9$ см?

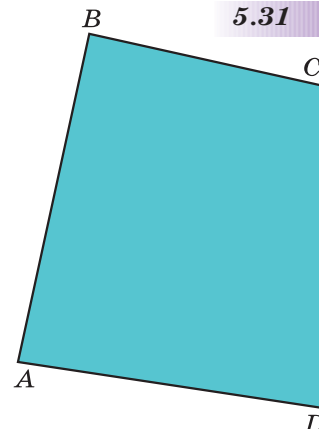
306

Выполнив необходимые измерения, найдите периметр многоугольников, изображённых на рисунках 5.25, 5.26.

307

Выполнив необходимые измерения, найдите периметр четырёхугольника, изображённого на рисунке 5.31.

5.31

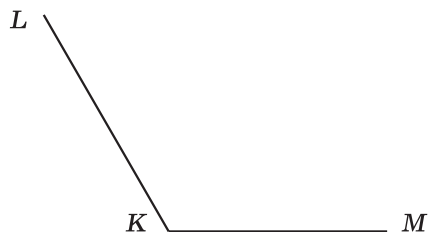
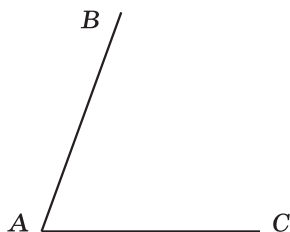


308

Периметр четырёхугольника KOPT равен 17 см, $KO = 5$ см, $OP = 6$ см, $PT = KT$. Найдите сторону KT .

ПОДВЁДЕМ ИТОГИ

- 1 Какой угол называют острым, а какой — тупым? Начертите острый угол AOB . Проведите луч OC так, чтобы угол AOC был прямым, угол COB — тупым.
- 2 Что называют биссектрисой угла? Начертите тупой угол AOB . Измерьте и запишите его величину. Постройте биссектрису этого угла.
- 3 Острым, прямым или тупым является угол, величина которого равна 120° , 45° , 90° ? Постройте эти углы с помощью транспортира.
- 4 Измерьте и запишите величины углов.



- 5 Найдите периметр треугольника, имеющего стороны 2 см 5 мм, 3 см, 4 см 7 мм.
- 6 Начертите треугольник, один из углов которого равен 100° . Измерьте величину одного из острых углов.
- 7 Начертите произвольный выпуклый пятиугольник $ABCDE$ и проведите диагональ AD . Запишите, на какие многоугольники разбила пятиугольник эта диагональ. Выполните необходимые измерения и найдите периметр пятиугольника.

Глава 6

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

- ДЕЛИТЕЛИ И КРАТНЫЕ
- ПРОСТЫЕ ЧИСЛА
- ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ
- ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ
- ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

ИНТЕРЕСНО

Старинная восточная притча.

Отец оставил в наследство трём сыновьям 19 верблюдов. Он завещал старшему половину, среднему четвёртую часть, а младшему пятую. Не сумев поделить верблюдов так, как велел отец, братья обратились к мудрецу. «Возьмите ещё и моего верблюда», – сказал им мудрец. Братья легко разделили между собой 20 верблюдов: старший получил 10, средний – 5, а младший – 4 верблюда. Но ещё один верблюд остался. «Этот верблюд лишний», – сказали братья. «Это не лишний, это мой верблюд», – ответил мудрец.

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Что называют делителем и что называют кратными числами



Если одно число делится на другое, то для описания их взаимосвязи используются слова «делитель» и «кратное».

ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА Можно ли 18 карандашей разложить поровну в 3 коробки? А в 4 коробки? Так как $18 = 3 \cdot 6$, то число 18 делится на 3 и в 3 коробки разложить карандаши поровну можно. В каждой окажется 6 карандашей.

А вот в 4 коробки разложить поровну 18 карандашей нельзя — на 4 число 18 не делится. В самом деле, нет такого натурального числа, при умножении которого на 4 получается 18: произведение $4 \cdot 4$ меньше 18, а произведение $4 \cdot 5$ уже больше 18.

Если число a делится на число b , то число b называют делителем числа a .

Так, число 3 — делитель 18. Вместе с ним и число 6 является делителем 18. А число 4 делителем числа 18 не является.

Найдём *все делители* числа 24. Два его делителя очевидны: это 1 и само число 24. Далее будем проверять подряд все числа, начиная с 2. Получим ещё шесть делителей: 2, 3, 4, 6, 8, 12.

Таким образом, число 24 имеет восемь делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Этот перебор можно сократить, если, отыскав один делитель, записать сразу же и другой, являющийся частным от деления числа 24 на найденный делитель. Такие пары делителей удобно записывать друг под другом:

1	2	3	4
24	12	8	6

Часто при решении задач приходится находить *общие делители* двух или более чисел. Возьмём какие-нибудь два числа, например 30 и 45. Найдём все делители каждого из них и подчеркнём их общие делители: делители числа 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; делители числа 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45.

Мы видим, что у чисел 30 и 45 несколько общих делителей: 1, 3, 5, 15. Самый большой из них — число 15. Его называют **наибольшим общим делителем** этих чисел.

С помощью перебора мы установили, что $\text{НОД}(30; 45) = 15$.

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначают так:

$$\text{НОД}(a; b)$$

Например, $\text{НОД}(28; 42) = 14$.

КРАТНЫЕ ЧИСЛА Когда одно число делится на другое, то для описания их взаимосвязи употребляют не только слово «делитель», но ещё и слово «кратное».

Если число a делится на число b , то говорят, что число a — кратное числа b (или число a кратно числу b).

Например, число 45 делится на 9. Можно сказать, что число 9 является делителем 45 или что число 45 — кратное числа 9.

Вы видели, что с помощью перебора можно найти все делители числа. А как обстоит дело с кратными?

Рассмотрим, к примеру, числа, кратные 10. Для этого будем последовательно умножать 10 на 1, 2, 3, 4, 5 и т. д. Получим такую последовательность кратных:

10, 20, 30, 40, 50, ...



Эта последовательность кратных, как и натуральный ряд, бесконечна, все числа, кратные 10, выписать нельзя. Обратите внимание на то, как строится эта последовательность: в ней первым идёт число 10 и каждое следующее число на 10 больше предыдущего.

10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140

Возьмём какие-нибудь два числа, например 8 и 6. Любое число, делящееся и на 8, и на 6, является их *общим кратным*, и таких чисел бесконечно много. Это, например, произведение чисел 8 и 6, равное 48, числа 96, 192, 240. Однако при решении многих задач важно знать **наименьшее общее кратное** рассматриваемых чисел.

Найдём наименьшее общее кратное чисел 6 и 8. Будем перебирать числа, кратные большему из них, т. е. числу 8, и в каждом случае проверять, делится ли это кратное на 6. Число 8 на 6 не делится, число 16 также на 6 не делится, а вот число 24 уже делится на 6. На этом перебор можно закончить, так как число 24 — первое число в натуральном ряду, которое делится и на 8, и на 6. Итак,

$$\text{НОК} (6; 8) = 24.$$

В заключение заметим, что найти НОД и НОК больших чисел разобранными выше способами несложно. Однако, если числа большие, лучше пользоваться специальными приёмами, с которыми вы познакомитесь позже.

«Кратный» — слово русского происхождения. «Кратный» означает «известное число разов» — так говорится в толковом словаре старинных терминов. Но и в современном языке мы используем слова с корнем «крат», например: однократный, многократно.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначают так:

$$\text{НОК}(a; b)$$

Например, $\text{НОК} (10; 15) = 30$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сформулируйте несколько выводов из равенства $36 = 12 \cdot 3$, используя слова «делится», «делитель», «кратное».
- Найдите все делители числа 20 и первые шесть чисел, кратных 20.



НОД $(a; b)$ –
наибольший общий делитель
чисел a и b .
Например, НОД $(8; 12) = 4$.



НОК $(a; b)$ –
наименьшее общее кратное
чисел a и b .
Например, НОК $(8; 12) = 24$.

УПРАЖНЕНИЯ

ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА

309

Докажите, что число 35 является делителем числа 560, а число 18 его делителем не является.

310

Из равенства $272 = 34 \cdot 8$ следует, что числа 34 и 8 являются делителями числа 272. Найдите ещё какие-нибудь делители числа 272 и запишите соответствующие равенства.

311

Найдите все делители числа:

а) 6; б) 7; в) 14; г) 18; д) 70.

312

Сколько делителей имеет число:

а) 8; б) 9; в) 12; г) 13?

313

а) Сколько существует способов разделить 36 конфет на одинаковые порции? (В порции должно быть больше одной конфеты.)
б) В классе 24 ученика. Их надо разбить на равные группы. По сколько человек может быть в этих группах?

314

Выпишите все общие делители чисел 36 и 45 и назовите их наибольший общий делитель.

315

Найдите:

а) НОД $(12; 24)$; в) НОД $(40; 60)$;
б) НОД $(30; 12)$; г) НОД $(9; 10)$.

316

а) В одной группе 36 спортсменов, а в другой — 40 спортсменов. Сколько имеется возможностей для построения спортсменов так, чтобы группы шли одна за другой одинаковыми рядами?
б) У Тимура 18 синих и 12 жёлтых палочек. Их нужно разложить в одинаковые кучки так, чтобы в каждой были и синие, и жёлтые палочки. Сколькими способами Тимур может это сделать?

317

Учитель дал каждому из учащихся в классе одно и то же количество тетрадей. Всего он раздал 87 тетрадей. Сколько тетрадей получил каждый ученик и сколько учащихся в классе?

КРАТНЫЕ ЧИСЛА

318

Докажите, что число 825 кратно 15 и не кратно 35.

319

Как начинается последовательность чисел, кратных числу:

а) 4; б) 9; в) 15; г) 11?

В каждом случае запишите первые десять чисел. Сколько всего существует таких чисел?

320

Коля выписывает числа, кратные 14, начиная с наименьшего. Каким по счёту он запишет число 70? Окажется ли в этом ряду кратных число 164? число 224? Если да, то под каким номером?

321

Серёжа записал ряд кратных некоторого числа, начиная с наименьшего, и на двенадцатом месте у него оказалось число 60. Найдите первое, шестое и двадцатое числа в этом ряду.

322

Найдите несколько общих кратных двух данных чисел и укажите их наименьшее общее кратное: а) 3 и 4; б) 5 и 15; в) 6 и 9.

323

Найдите: а) НОК (8; 12); б) НОК (2; 5; 7); в) НОК (2; 4; 7).

324

а) Задуманное число больше 30, но меньше 50; его называют, когда считают тройками и когда считают пятёрками. Какое это число?

б) Некоторое количество яиц можно разложить в коробки, по 10 штук в каждую или по 12 штук в каждую (в обоих случаях коробки будут заполнены и яиц не останется). Сколько всего яиц, если известно, что их больше 100, но меньше 150?

325

а) Сколько чисел, кратных 9, содержится среди первых ста чисел?

б) Найдите наименьшее и наибольшее двузначные числа, кратные 7.

326

Найдите:

а) какое-нибудь число, кратное 35, заключённое в промежутке от 500 до 600;

б) среди чисел, больших 1000, наименьшее число, кратное 80.

327

С конечной остановки одновременно выезжают автобусы по разным маршрутам. Один возвращается на эту остановку каждые 30 мин, другой — каждые 40 мин. Через какое наименьшее время они снова окажутся на конечной остановке вместе?

328

Спортсменов построили в колонну по 6 человек в ряду, а затем перестроили, поставив в каждый ряд по 4 человека. Сколько всего спортсменов, если их больше 85, но меньше 100?

329

На три класса выдали 574 учебника. Каждый ученик получил одинаковое число книг. В каждом классе больше 25, но меньше 30 учащихся. Сколько учебников у каждого ученика и сколько всего учеников в трёх классах?

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Какие числа называют простыми, какие — составными

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Любое число делится само на себя и на 1. Но есть числа, которые других делителей, кроме этих двух, не имеют. Таким свойством обладают, например, числа 7, 13, 29, 41. Эти числа играют в арифметике особую роль, и учёные с глубокой древности и до наших дней стараются открыть их тайны.

ЧИСЛА ПРОСТЫЕ, СОСТАВНЫЕ И ЧИСЛО 1

Число, которое имеет только два делителя — самого себя и 1, называется простым числом.

Первыми простыми числами в порядке возрастания являются числа

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,

Наименьшее простое число — это число 2. Это единственное чётное простое число, все остальные простые числа нечётные.

Натуральные числа, имеющие более двух делителей, называют составными числами.

Например, число 6 — составное: оно делится не только на 1 и на 6, но ещё и на 2, и на 3.

Число 1 имеет только один делитель — само это число. Поэтому оно не является ни простым, ни составным числом.

Всякое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, или, как говорят, *разложить на простые множители*.

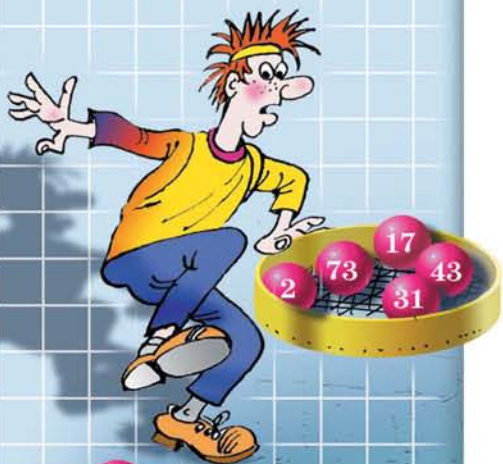
Разложим на простые множители число 90:

$$90 = 2 \cdot 45 = 2 \cdot 3 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Произведение одинаковых множителей обычно заменяют степенью, поэтому разложение числа 90 на простые множители выглядит так:

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Таким образом, какое бы натуральное число (кроме числа 1) мы ни взяли, оно либо является простым, либо может быть разложено на простые множители. Простые числа — это как бы кирпичики, из которых с помощью умножения могут быть «построены» все остальные натуральные числа.



16

8

15

108

32

46

20

111

РЕШЕТО ЭРАТОСФЕНА Часто бывает сложно определить, простым или составным является число. Поэтому ещё с древнейших времён математики составляли специальные таблицы простых чисел. Такая таблица, в которой перечислены все простые числа из первой тысячи, помещена на с. 222 учебника.

Интересный способ составления списка простых чисел придумал древнегреческий математик Эратосфен (III в. до н. э.). Применим его для поиска всех простых чисел, меньших 50.



1) Выпишите все натуральные числа от 1 до 50.

2) Зачеркните число 1 — оно не простое.

3) Число 2 простое; обведите его кружочком и зачеркните все числа, кратные 2, т. е. 4, 6, 8,

4) Первое незачёркнутое число — это 3. Оно простое. Обведите его кружочком и вычеркните все оставшиеся числа, кратные 3, т. е. 9, 15,

5) Первое незачёркнутое число — это 5. Оно простое. Обведите его кружочком и вычеркните все числа, кратные 5. И т. д.

Числа, которые останутся незачёркнутыми, и есть простые числа.

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑰	18	⑲	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
㉓	32	33	34	35	36	㉗	38	39	40
㉙	42	㉛	44	45	46	㉝	48	49	50

В настоящее время составление таблиц простых чисел можно поручить компьютеру; с его помощью уже получены огромные простые числа, которые вручную, наверное, никогда бы не были найдены. И возникает такой естественный вопрос: можно ли построить, хотя бы в далёком будущем, такой мощный компьютер, чтобы он нашёл *все* простые числа? Оказывается, что ответ на этот вопрос был найден... больше двух тысяч лет назад.

Ещё великий математик Древней Греции Евклид доказал, что простых чисел бесконечно много, так что полный их список составить просто невозможно. Можно сказать так: *среди простых чисел самого большого числа нет.*

Эратосфен писал на восковых табличках специальной палочкой, а составные числа выкалывал острым концом, после чего табличка напоминала решето. С тех пор его способ отыскания простых чисел называют решето Эратосфена.

56	57	58	59	60	61
62	63	64	65	66	67
68	69		71	72	73
74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85
86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97
98	99	100	101	102	103
104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115

Простые числа, меньшие 50:

2, 3, 5, 7,
11, 13, 17, 19,
23, 29,
31, 37,
41, 43, 47.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Какое число называется простым? составным? Какое число не относится ни к одному из этих двух видов?
- Перечислите в порядке возрастания первые десять простых чисел.
- Простым или составным является число:
а) 67; б) 91; в) 479; г) 869?

УПРАЖНЕНИЯ

ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА

330

Какие из следующих чисел являются простыми:
11, 26, 27, 29, 31, 33, 39, 43, 51, 59, 67, 69?

331

Какое из данных чисел не является простым?

- 1) 31 2) 41 3) 51 4) 61

332

Докажите, что данное число является составным:

- а) 25; б) 99; в) 192; г) 169.

333

Какое простое число делится:

- а) на 2; б) на 5; в) на 19?

334

Укажите такое число a , при котором произведение $7 \cdot a$ является простым числом.

335

Какое утверждение верно?

- 1) Все простые числа — нечётные.
2) Все нечётные числа — простые.
3) Все простые числа, большие 2, — нечётные.
4) Все нечётные числа, большие 2, — составные.

336

- а) Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом?
б) Может ли произведение двух простых чисел быть простым числом?

337

1) Найдите:

- а) НОД (3; 5) и НОК (3; 5); в) НОД (2; 11) и НОК (2; 11);
б) НОД (5; 7) и НОК (5; 7); г) НОД (11; 13) и НОК (11; 13).

2) Известно, что числа m и n простые.
Найдите: а) НОД (m ; n); б) НОК (m ; n).

РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЛА НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ

338

Дано разложение на простые множители числа 420: $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.
Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько простых множителей содержится в разложении?
2) Есть ли в разложении одинаковые множители?
3) Почему в разложении нет числа 1?

339

Разложите на простые множители числа:

- а) 30, 70, 42, 110; в) 10, 100, 1000, 10000;
б) 16, 48, 36, 63; г) 90, 990, 630.

340

Разложите на простые множители число, равное произведению:
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9 \cdot 10$.

341

Назовите все двузначные числа, меньшие 30, разложение на простые множители которых содержит только два различных множителя. «Сконструируйте» несколько трёхзначных чисел, обладающих таким же свойством. Сколько делителей имеет каждое из них?

342

Разложение числа на простые множители — это его «паспорт». Из него можно узнать много полезных сведений о данном числе, например, найти все его делители. Найдите все делители числа a , если:

а) $a = 3 \cdot 7$;

б) $a = 2 \cdot 11 \cdot 17$;

в) $a = 3^2 \cdot 5$.

343

Число разложили на простые множители и получили такое произведение:
 $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$.

а) Делится ли это число на 10? на 100? на 1000?

б) Делится ли это число на 18? на 70?

в) Узнайте, какое число было разложено на простые множители.

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Выполните задания № 344–348, используя таблицу простых чисел, расположенную на странице 222.

344

Какие из чисел 163, 261, 271, 447, 457, 758 являются простыми?

345

а) Найдите первое трёхзначное число, являющееся простым.

б) Определите, сколько простых чисел в третьей сотне.

346

Среди двузначных простых чисел, записанных разными цифрами, есть такие, которые остаются простыми после перестановки цифр. Запишите все такие числа.

347

Составьте все возможные трёхзначные числа из цифр 1, 2 и 7 (без повторения цифр). Какие из них являются простыми и какие — составными?

348

Простые числа, разность которых равна 2, называют числами-близнецами. Сколько пар чисел-близнецов в ряду чисел:

а) от 1 до 100;

б) от 100 до 200?

Проверьте, есть ли числа-близнецы в промежутке от 900 до 1000.

349

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1) Как известно, простое число имеет два делителя. А сколько делителей имеет квадрат простого числа? куб простого числа? четвёртая степень простого числа? Выясните это на конкретных примерах.

2) Как вы думаете, сколько делителей имеет пятая степень простого числа? шестая степень? десятая степень?

3) Перечислите все делители числа 3125; числа 64.

Подсказка. $3125 = 5^5$, $64 = 2^6$.

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Условия, при которых сумма и произведение нескольких чисел делятся на данное число

ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Для решения задач полезно знать некоторые свойства делимости суммы и произведения нескольких чисел. Они существенно позволяют упрощать вычисления.

ДЕЛИМОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ Возьмём произведение чисел 214 и 33. Один из входящих в него множителей, число 33, делится на 11. Покажем, что и само произведение тоже делится на 11.

В самом деле, произведение $214 \cdot 33$ можно преобразовать следующим образом:

$$214 \cdot 33 = 214 \cdot (3 \cdot 11) = 11 \cdot (214 \cdot 3).$$

Так как значение выражения $11 \cdot (214 \cdot 3)$ делится на 11, то и равное ему произведение $214 \cdot 33$ делится на 11. (Можно указать и частное; оно равно $214 \cdot 3$.)

Пример, который мы рассмотрели, подсказывает нам следующее свойство делимости:

Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Из рассмотренного свойства делимости произведения можно получить ещё одно полезное свойство. Возьмём, например, число 3900. Оно делится на 39, а 39 делится на 13, отсюда следует, что и число 3900 тоже делится на 13. В самом деле,

$$3900 = 39 \cdot 100 = (13 \cdot 3) \cdot 100 = 13 \cdot (3 \cdot 100).$$

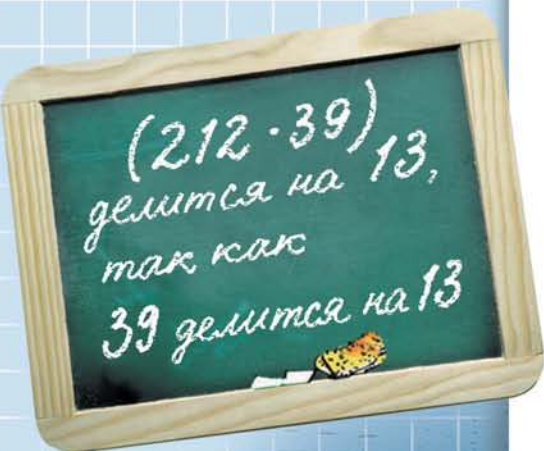
Если первое число делится на второе, а второе число делится на третье, то и первое число делится на третье.

ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ Возьмём числа 70, 49 и 14. Каждое из них делится на 7. Выясним, делится ли на 7 их сумма.

Представим каждое из чисел в виде произведения, в котором один из множителей равен 7, и вынесем общий множитель 7 за скобки:

$$\begin{aligned} 70 + 49 + 14 &= 7 \cdot 10 + 7 \cdot 7 + 7 \cdot 2 = \\ &= 7 \cdot (10 + 7 + 2) = 7 \cdot 19. \end{aligned}$$

Так как сумма $70 + 49 + 14$ равна произведению $7 \cdot 19$, то она делится на 7.



Пример, который мы рассмотрели, подсказывает нам ещё одно свойство делимости:

Если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число.

Это свойство очень удобно. Используя его, легко показать, что, например, число 684 делится на 6. Для этого достаточно представить число 684 в виде суммы, в которой каждое слагаемое делится на 6. Это можно сделать так:

$$684 = 600 + 60 + 24.$$

С суммой связано ещё одно полезное свойство делимости:

Если одно из слагаемых не делится на некоторое число, а остальные делятся, то сумма на это число не делится.

А верно ли утверждение: если ни одно из слагаемых не делится на некоторое число, то и сумма не делится на это число? Оказывается, нет, это утверждение неверно. В самом деле, рассмотрим равенство, представляющее число 50 в виде суммы трёх слагаемых:

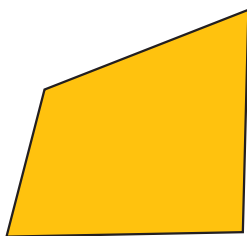
$$50 = 11 + 17 + 22.$$

Слагаемые 11, 17 и 22 не делятся на 5, а их сумма на это число делится.

КОНТРПРИМЕР Мы показали, что последнее утверждение неверно, приведя опровергающий его пример. Такой пример называют **контрпримером** (приставка «контр» от латинского слова *contra* означает «против»).

Чтобы опровергнуть некоторое общее утверждение, достаточно привести один контрпример. Так, утверждение «все четырёхугольники являются прямоугольниками» опровергается примером четырёхугольника, изображённого на рисунке.

К контрпримерам прибегают не только в математике, но и в жизни. Вот пример вполне реальной ситуации. Коля получил за контрольную работу по математике двойку и сказал маме: «Эту контрольную написали плохо все». На это мама возразила: «Как мне известно, твой друг Андрей получил за эту контрольную работу пятёрку».



Рассмотрите сумму

$$60 + 42 + 10.$$

Первые два её слагаемых делятся на 6, а третье слагаемое на 6 не делится. Поэтому и сумма, равная 112, на 6 не делится. Всё «испортило» слагаемое 10. Интересно, что когда говорят о соответствующем свойстве делимости суммы, то вспоминают поговорку о ложке дёгтя в бочке мёда. «Ложкой дёгтя» в данном случае и стало число 10.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Подберите такое число a , чтобы произведение $23 \cdot a$ делилось на 2; на 5; на 11.
- Делится ли:
 - а) сумма $18 + 27 + 33$ на 3? Почему?
 - б) сумма $25 + 40 + 36$ на 5? Почему?
- Опровергните каждое из следующих утверждений:
 - а) у любого треугольника все стороны равны;
 - б) при возведении числа 2 в степень получается число, оканчивающееся цифрой 4, цифрой 8 или цифрой 6.

УПРАЖНЕНИЯ

ДЕЛИМОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

350

Делится ли произведение $6 \cdot 14$ на 2? на 3? на 7? Почему?

351

Не выполняя действий, докажите, что произведение:

- а) $322 \cdot 15$ делится на 5;
- б) $401 \cdot 16$ делится на 4;
- в) $25 \cdot 6 \cdot 14$ делится на 2, на 3, на 5, на 4, на 10;
- г) $12 \cdot 22 \cdot 35$ делится на 2, на 3, на 5, на 4, на 15, на 77.

352

- а) Укажите какие-нибудь пять делителей произведения $16 \cdot 12$.
- б) Укажите какие-нибудь десять делителей произведения $32 \cdot 24 \cdot 21$.

353

- 1) Известно, что некоторое число делится на 10. Делится ли оно на 2? на 5? Ответ объясните.
- 2) Число a делится на 36. Укажите ещё несколько делителей этого числа.

354

- а) Известно, что некоторое число делится на 4. Можно ли утверждать, что оно делится на 2?
- б) Известно, что некоторое число делится на 2. Можно ли утверждать, что оно делится на 4?

355

Укажите три числа, которые можно подставить вместо буквы a , чтобы произведение:

- а) $36 \cdot a$ делилось на 14;
- б) $15 \cdot a$ было кратно 20.

ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ

356

Докажите, не выполняя действий, что сумма делится на 2, на 3 и на 4:

- а) $60 + 48 + 24$;
- б) $12 + 36 + 24 + 48$.

357

Делится ли сумма:

- а) $25 + 35 + 15 + 45$ на 5;
- б) $14 + 21 + 63 + 24$ на 7;
- в) $18 + 36 + 55 + 90$ на 9;
- г) $50\,000 + 8000 + 700 + 20$ на 10?

358

Подберите такие три числа, чтобы при подстановке каждого из них вместо буквы a сумма:

- а) $40 + a$ делилась на 8;
- б) $45 + a$ не делилась на 15;
- в) $a + 72$ была кратна 9;
- г) $a + 36$ не была кратна 3.

359

Докажите, что разность $15 \cdot 316 - 15 \cdot 114$ делится на 15.

Сформулируйте соответствующее свойство разности.

Подсказка. Вынесите число 15 за скобки.

360

Воспользовавшись результатом предыдущего задания, определите, делится ли:

- а) разность $77 - 49$ на 7 ; в) разность $220 - 85$ на 10 ;
б) разность $99 - 23$ на 11 ; г) разность $3500 - 2700$ на 100 .

361

- а) Назовите четыре делителя суммы $5 \cdot 29 + 5 \cdot 17$.
б) Назовите пять делителей разности $41 \cdot 7 - 17 \cdot 7$.

362

Известно, что каждое слагаемое в некоторой сумме делится на 16 . Укажите ещё несколько делителей этой суммы. Можно ли утверждать, что эта сумма не делится на 5 ?

363

- Докажите, что сумма: а) двух чётных чисел — чётное число;
б) чётного и нечётного чисел — нечётное число.

364

- Докажите, что значение данного выражения есть число составное:
а) $51^2 + 17$; б) $11 + 22^2 + 33^3$.

365

Не выполняя деления, докажите, что:

- а) число 358 не делится на 17 ; б) число 238 не делится на 22 .

Подсказка. Представьте рассматриваемое число в виде суммы двух слагаемых, одно из которых делится на указанное число, а другое нет.

ОПРОВЕРЖЕНИЕ УТВЕРЖДЕНИЙ

366

Приведите контрпример для утверждения:

- а) любое чётное число имеет только чётные делители;
б) любое нечётное число делится на 3 .

367

Опровергните утверждение:

- а) любой четырёхугольник имеет прямой угол;
б) число диагоналей выпуклого пятиугольника равно трём.

368

Опровергните утверждение:

- а) если сумма делится на некоторое число, то и каждое слагаемое делится на это число;
б) если произведение делится на некоторое число, то и какой-нибудь из входящих в него множителей делится на это число.

369

Какое из следующих утверждений неверно:

- 1) если число делится на 9 , то оно делится на 3 ;
2) если число делится на 3 , то оно делится на 9 ?

Верное утверждение обоснуйте, а неверное опровергните.

370

Опровергните утверждение:

если при округлении числа получилось число с тремя нулями на конце, то округление выполняли до разряда тысяч.

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как, не выполняя деления, можно установить, делится ли данное число на 2, на 5, на 10, на 3, на 9



Чтобы объединить эти два утверждения в одно, обычно используют словосочетание «в том и только том случае» и говорят:

Число делится на 10 в том и только том случае, когда его последней цифрой является 0.



Можно сказать иначе:
число делится на 5 в том и только том случае, когда оно оканчивается цифрой 0 или цифрой 5.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Для того чтобы узнать, делится ли одно число на другое, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки, позволяющие в некоторых случаях получить ответ на этот вопрос уже по самой записи числа. Некоторые из них вам фактически уже знакомы.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 10, НА 5 И НА 2 Эти признаки делимости позволяют определить, делится ли число на 10, на 5 или на 2 по его последней цифре.

Самый простой — признак делимости на 10:

Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10; число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 10.

Например, числа 1020, 48960, 580 делятся на 10, а числа 125, 4718 не делятся на 10.

А как по последней цифре числа узнать, делится ли оно на 5? Чтобы выяснить это, нам придётся воспользоваться изученными свойствами делимости.

Возьмём, например, число 480. Оно делится на 10, но число 10 делится на 5, значит, и 480 делится на 5. Очевидно, что всякое число, оканчивающееся цифрой 0, делится на 5.

Возьмём числа 485 и 486 и представим каждое из них в виде суммы двух слагаемых:

$$485 = 480 + 5; \quad 486 = 480 + 6.$$

В первой сумме оба слагаемых делятся на 5, значит, и число 485 делится на 5. Во втором случае одно слагаемое делится на 5, а другое нет. Значит, число 486 на 5 не делится.

Из этих примеров понятен следующий признак:

Если число оканчивается цифрой 0 или цифрой 5, то оно делится на 5; число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 5.

Например, числа 85, 1290, 15065 делятся на 5, а числа 348, 5953 не делятся на 5.

По последней цифре числа можно узнать также, делится ли оно на 2:

Если число оканчивается одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8, то оно делится на 2; числа, оканчивающиеся какой-нибудь из цифр 1, 3, 5, 7, 9, не делятся на 2.

Например, числа 1248, 30540 делятся на 2, а числа 951, 3497 не делятся на 2.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 9 И НА 3 Эти признаки «устроены» иначе. Возьмём число 738 и, не выполняя деления, постараемся выяснить, делится ли оно на 9. Для этого представим число 738 в виде суммы разрядных слагаемых и преобразуем её:

$$738 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 7 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 8 = \\ = 7 \cdot 99 + 7 + 3 \cdot 9 + 3 + 8 = (7 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (7 + 3 + 8).$$

Сумма $7 \cdot 99 + 3 \cdot 9$ делится на 9, так как каждое её слагаемое делится на 9. Сумма $7 + 3 + 8$ равна 18, она тоже делится на 9. Следовательно, и вся сумма

$$(7 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (7 + 3 + 8)$$

делится на 9. Значит, число 738 делится на 9.

Представим теперь таким же образом в виде суммы число 736:

$$736 = (7 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (7 + 3 + 6).$$

Выражение в первых скобках делится на 9, а во вторых нет. Значит, число 736 не делится на 9.

В каждом случае во вторых скобках была записана сумма цифр взятого числа. И результат зависел от того, делится ли эта сумма на 9. Итак:

Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9; если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

Например, число 78345 делится на 9, так как $7 + 8 + 3 + 4 + 5 = 27$, а 27 делится на 9. Число 4351 не делится на 9, так как $4 + 3 + 5 + 1 = 13$, а 13 не делится на 9.

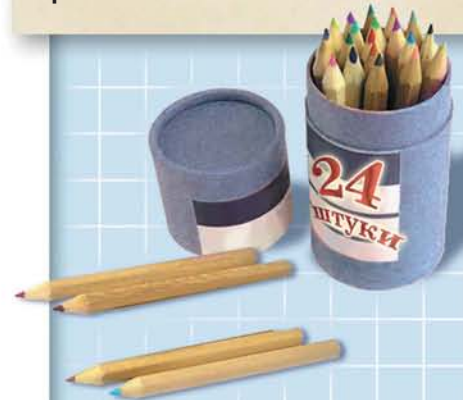
Таковыми же рассуждениями можно получить и признак делимости на 3:

Число делится на 3 в том и только том случае, если сумма цифр этого числа делится на 3.

Например, число 4584 делится на 3, а 1111 не делится.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 обычно называют чётными, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 – нечётными. Поэтому признак делимости на 2 можно сформулировать так:

Число делится на 2 в том и только том случае, если оно оканчивается чётной цифрой.



Число делится на 9 в том и только том случае, если сумма цифр этого числа делится на 9.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как, не выполняя деления, определить, делится ли данное число на 10? на 2? на 5? В каждом случае приведите примеры чисел, делящихся и не делящихся на указанное число.
- Объясните, почему число 3147 делится на 3 и не делится на 9. Замените одну из цифр данного числа такой, чтобы получилось число, делящееся и на 9.

ПРИМЕНЕНИЕ РАЗНЫХ ПРИЗНАКОВ ДЕЛИМОСТИ

380

Признаки делимости помогают при разложении числа на простые множители (при этом запись удобно вести с помощью вертикальной черты). Разложите на простые множители число:

- а) 1452;
б) 1980;
в) 3960;
г) 2295;
д) 35100.

<i>Образец.</i>	504		2
	252		2
	126		2
	63		3
	21		3
	7		7
	1		

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

381

Докажите, что каждое из чисел 37940, 1272, 1551, 207027 является составным числом.

Подсказка. Вспомните, какие числа называют составными.

382

Назовите два трёхзначных числа, которые:

- а) делятся на 2 и на 3;
б) делятся на 2 и не делятся на 3;
в) делятся на 3 и не делятся на 2;
г) делятся на 10 и на 9;
д) делятся на 10 и не делятся на 9;
е) делятся на 9 и не делятся на 10.

383

Используя цифры 1, 3, 5, 6 (каждую по одному разу), запишите все возможные четырёхзначные числа, которые:

- а) делятся на 2;
б) делятся на 5.

Можно ли записать этими же цифрами число, которое делится на 3? на 9?

384

Укажите число, кратное 9, ближайшее к числу:

- а) 732;
б) 596;
в) 2468.

385

1) Даны числа: 354, 180, 198, 287, 425, 414. Выпишите из них те, которые делятся:

- а) на 6; б) на 15; в) на 18.

2) Сформулируйте признаки делимости:

- а) на 6; б) на 15; в) на 18; г) на 45.

В каждом случае приведите примеры таких чисел.

386

Используя все цифры от 0 до 9, причём каждую только один раз, запишите:

- а) наименьшее число, делящееся на 5;
б) наибольшее число, делящееся на 2;
в) наименьшее число, делящееся на 6.

24

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Какими могут быть остатки от деления на натуральное число n

Вы знаете, что два арифметических действия — сложение и умножение — выполнимы всегда, а два других — вычитание и деление — таким свойством не обладают. Так, из одного числа нельзя вычесть другое, если второе число больше первого. Нельзя также разделить одно число на другое, если первое число не кратно второму. Однако в таком случае, как вы знаете, можно выполнить деление с остатком.

ПРИМЕРЫ ДЕЛЕНИЯ ЧИСЕЛ С ОСТАТКОМ

Разде-

лим на 4 числа 180, 181, 182, 183.

Число 180 разделилось на 4 нацело, без остатка; оно кратно числу 4. Поэтому его можно представить в виде произведения частного и делителя:

$$180 = 45 \cdot 4.$$

В остальных случаях при делении получились остатки, равные соответственно 1, 2, 3. Умножив число 45 на 4, в каждом из этих случаев мы не получим делимое. Произведение $45 \cdot 4$ «почти равно» делимому, точнее говоря, меньше его на соответствующий остаток:

$$181 = 45 \cdot 4 + 1;$$

$$182 = 45 \cdot 4 + 2;$$

$$183 = 45 \cdot 4 + 3.$$

Если при делении получается остаток, то вместо слова «частное» обычно говорят «**неполное частное**», для того чтобы подчеркнуть, что речь идёт о делении с остатком.

делимое

$$\begin{array}{r} 182 \overline{) 4} \\ -16 \overline{) 45} \\ \hline 22 \\ -20 \\ \hline 2 \end{array}$$

делитель

неполное частное

остаток

делимое

$$182 = 45 \cdot 4 + 2$$

неполное частное

делитель

$$2 < 4$$

остаток

Обратите внимание: остаток всегда меньше делителя — только в этом случае мы заканчиваем процесс деления уголком.

ОСТАТКИ ОТ ДЕЛЕНИЯ Из рассмотренных выше примеров ясно, что по отношению к делителю 4 имеется четыре класса натуральных чисел.

Каждое из чисел первого класса можно записать в виде произведения, в котором один из множителей равен 4. Например:

$$\begin{aligned} 32 &= 8 \cdot 4; \\ 128 &= 32 \cdot 4; \\ 500 &= 125 \cdot 4; \\ 620 &= 155 \cdot 4. \end{aligned}$$

Числа трёх других классов можно записать в виде суммы, в которой одно слагаемое — произведение неполного частного и делителя, а другое — остаток. Например:

$$\begin{array}{l|l|l} 33 = 8 \cdot 4 + 1; & 34 = 8 \cdot 4 + 2; & 35 = 8 \cdot 4 + 3; \\ 129 = 32 \cdot 4 + 1; & 130 = 32 \cdot 4 + 2; & 131 = 32 \cdot 4 + 3; \\ 501 = 125 \cdot 4 + 1; & 502 = 125 \cdot 4 + 2; & 503 = 125 \cdot 4 + 3; \\ 621 = 155 \cdot 4 + 1; & 622 = 155 \cdot 4 + 2; & 623 = 155 \cdot 4 + 3. \end{array}$$

Но числа первого класса, т. е. кратные 4, также можно записать в виде подобных сумм, только в качестве второго слагаемого следует взять число 0:

$$\begin{aligned} 32 &= 8 \cdot 4 + 0; \\ 128 &= 32 \cdot 4 + 0; \\ 500 &= 125 \cdot 4 + 0; \\ 620 &= 155 \cdot 4 + 0. \end{aligned}$$

Теперь числа всех четырёх классов записаны одинаково:

$$\begin{array}{l} \text{делимое} = \\ = \text{неполное частное} \times \text{делитель} + \text{остаток.} \end{array}$$

Вообще будем считать, что *всякое натуральное число можно разделить на любое другое натуральное число с остатком; при этом остаток может быть равным нулю.*



При делении на натуральное число n возможны следующие остатки:

$$0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

Так, при делении на 2 в остатке может получиться 0 или 1, при этом натуральные числа разбиваются на два класса — хорошо знакомые вам чётные и нечётные числа. При делении на 3 возможны остатки, равные 0, 1, 2, т. е. «по отношению к числу 3» натуральные числа делятся на три класса.

Примеры чисел, которые

делятся на 4: 32
128
500
620
1284

при делении на 4 дают
в остатке 1: 33
129
501
621
1285

при делении на 4 дают
в остатке 2: 34
130
502
622
1286

при делении на 4 дают
в остатке 3: 35
131
503
623
1287

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Найдите число, при делении которого на 6 получается неполное частное, равное 7, и остаток, равный 3.
- Какие остатки возможны при делении на 3? Приведите примеры чисел для каждого случая.
- Сколько различных остатков может получиться при делении на 10?

УПРАЖНЕНИЯ

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

387

Выполните деление с остатком:

а) числа 65 на 8; б) числа 118 на 11; в) числа 160 на 15.

В каждом случае запишите равенство, связывающее делимое, делитель, неполное частное и остаток.

388

Найдите число, если:

а) при делении его на 13 в частном получается 12 и в остатке 7;

б) при делении его на 24 в частном получается 17 и в остатке 1.

389

а) В коробку помещается дюжина вилок. В такие коробки надо сложить 250 вилок. Сколько полных коробок получится? Сколько вилок останется?

б) Школьная летняя практика длилась 45 дней. Сколько это недель и дней?

390

а) Моток ленты длиной 10 м надо разрезать на куски по 45 см. Сколько таких кусков получится и сколько ленты останется?

б) Стулья шириной 60 см надо установить вдоль стены, длина которой 7 м. Сколько стульев поместится вдоль стены?

391

а) Сколько километров и метров в 2300 м? в 75750 м? в 153000 см?

б) Сколько метров и сантиметров в 211 см? в 1212 см?

392

а) Сколько минут и секунд в 400 с? в 250 с? в 1600 с?

б) Сколько часов и минут в 150 мин? в 1500 мин? в 800 мин?

393

а) Учитель подготовил для контрольной работы 42 карточки пяти цветов: белого, жёлтого, зелёного, красного, синего. Сложив все карточки, чередуя при этом цвета в последовательности *б, ж, з, к, с, б, ж, ...*, он пронумеровал их подряд, начиная с номера 1. Какого цвета карточка с номером 24? с номером 38? с номером 19? последняя карточка?

б) В вагоне поезда 36 мест, по 4 места в каждом купе. Определите номер купе, в котором находится место 21; место 15; место 28; место 18. Укажите номера остальных мест купе, в котором находится место 26.

394

Петя живёт в двенадцатиэтажном доме в квартире № 206. В доме несколько подъездов, в каждом подъезде на каждом этаже 4 квартиры. В каком подъезде и на каком этаже живёт Петя?

Неверно!

Коля делил число 156 на 8 и получил в частном 18, а в остатке 12. А Петя сказал, что деление выполнено неверно. Почему?

395

Летние каникулы длятся 73 дня.

а) Каким днём недели будет последний день летних каникул, если они начались во вторник?

б) Каким днём недели был первый день каникул, если первый день нового учебного года — суббота?

396

- а) Сколько в октябре воскресений, если 1 октября — понедельник? А если 1 октября — пятница? Сколько в том и другом случае в октябре понедельников?
- б) До каникул осталось 26 дней. Сколько воскресений может оказаться в этих днях?

397

- 1) Найдите какое-нибудь двузначное число, которое при делении и на 2, и на 3 даёт в остатке 1.
- 2) Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 2 даёт в остатке 1, а при делении на 3 даёт в остатке 2.

398

Если имеющиеся карандаши разложить в коробки, по 8 штук в каждую, то останется 5 лишних карандашей. Если их разложить в коробки, по 6 штук в каждую, то тоже останется 5 лишних карандашей. Сколько имеется карандашей, если их больше 50, но меньше 100?

ОСТАТКИ ОТ ДЕЛЕНИЯ

399

Какие остатки могут получиться при делении некоторого числа:

- а) на 5; б) на 8; в) на 10?

В каждом случае приведите примеры таких чисел.

400

Какой наибольший остаток возможен при делении числа:

- а) на 6; б) на 11; в) на 20?

В каждом случае приведите примеры таких чисел.

401

Не выполняя деления, определите, какой остаток получается при делении:

- а) числа 137 на 10, на 5, на 3; б) числа 543 на 2, на 5, на 9.

402

Члены последовательности 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... — это числа, которые при делении на 3 дают в остатке 1. Первое число в ней 1 (так как $1 = 0 \cdot 3 + 1$), а каждое следующее на 3 больше предыдущего.

А как начинается последовательность чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 2? Содержится ли в этой последовательности число 99? число 100? число 101?

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

403

1) Рассмотрите последовательность чисел $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{12}$.

Выполните вычисления и назовите последние цифры значений этих выражений. Сколько различных цифр получилось? В каком порядке они появляются?

2) Не выполняя вычислений, назовите последнюю цифру числа, равного: $2^{13}, 2^{14}, 2^{15}, 2^{16}$.

3) Определите последнюю цифру степени $2^{32}, 2^{49}, 2^{62}, 2^{83}$.

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 Известно, что число a делится на число b . Какими ещё словами можно описать взаимосвязь между этими числами? Приведите примеры.
- 2 Какие из чисел 2, 6, 12, 15, 24 являются делителями числа 84?
- 3 Выпишите все делители числа 40.
- 4 Укажите все общие делители чисел 24 и 18. Найдите НОД (24; 18).
- 5 Запишите по порядку, начиная с наименьшего, несколько чисел, кратных 7.
- 6 Запишите три общих кратных чисел 9 и 12. Найдите НОК (9; 12).
- 7 С конечной остановки одновременно выезжают по двум маршрутам автобусы. Первый возвращается каждые 45 мин, второй — каждые 60 мин. Через какое наименьшее время они снова окажутся на конечной остановке вместе?
- 8 Какое число называется простым и какое — составным? Любое ли натуральное число относится к одному из этих двух видов?
- 9 Назовите простые числа:
а) из первого десятка; б) расположенные между числами 100 и 110.
- 10 Какие из чисел 272, 312, 405, 512 делятся: а) на 3; б) на 9?
- 11 Какие из чисел 115, 120, 142, 170, 186:
а) делятся на 2 и не делятся на 5;
б) делятся на 2 и на 5?
- 12 Какие остатки могут получиться при делении некоторого числа на 5? Приведите пример числа, которое при делении на 5 даёт в остатке 2.

Глава 7

ТРЕУГОЛЬНИКИ И ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

- ТРЕУГОЛЬНИКИ И ИХ ВИДЫ
- ПРЯМОУГОЛЬНИКИ
- РАВЕНСТВО ФИГУР
- ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

ИНТЕРЕСНО

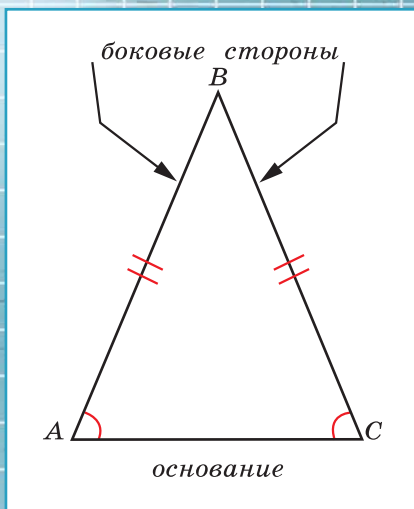
В древнем египетском папирусе приводится такое правило для вычисления площади произвольного четырёхугольника: полусумму длин двух противоположных сторон четырёхугольника умножить на полусумму длин двух других сторон.

Но это правило неверно! Дело в том, что оно справедливо только для прямоугольника. Следовательно, им можно пользоваться для приближённых вычислений, когда четырёхугольник мало отличается от прямоугольника. По-видимому, именно такую форму имело большинство земельных участков египтян, и для них ошибка, заключённая в этом правиле, была незначительна.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какие треугольники называют равнобедренными, а какие — равносторонними
- Каким свойством обладает равнобедренный треугольник
- Как различают треугольники по видам углов

7.1



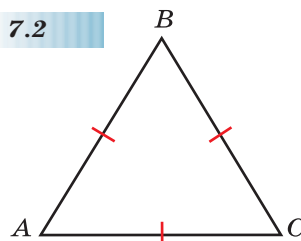
ТРЕУГОЛЬНИКИ И ИХ ВИДЫ

У замкнутой ломаной не может быть меньше трёх звеньев, поэтому самым простым многоугольником является треугольник. Но простой ещё не значит неинтересный.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПО СТОРОНАМ В каждом треугольнике три стороны, причём некоторые из них могут быть равны.

Если треугольник имеет две равные стороны, то его называют **равнобедренным**. Стороны такого треугольника имеют специальные названия: равные стороны равнобедренного треугольника называют **боковыми сторонами**, а третью сторону — **основанием**.

7.2



Треугольник ABC , изображённый на рисунке 7.1, — равнобедренный, его боковые стороны — AB и BC , а основание — AC .

Треугольник, у которого равны все стороны, называют **равносторонним**. (Треугольник ABC на рисунке 7.2 — равносторонний.) Его стороны специальных названий не имеют, так как они все одинаковые.

Треугольник, у которого равны все стороны, называют **равносторонним**.

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Давайте научимся изображать равнобедренный треугольник. Мы воспользуемся для этого линейкой и циркулем, но можно обойтись и одной линейкой.

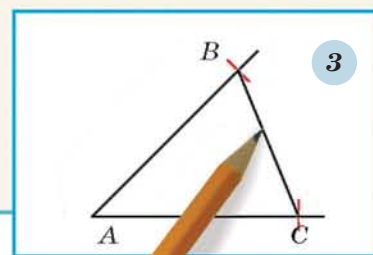
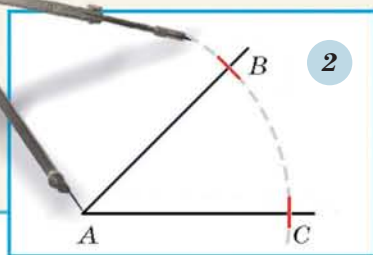
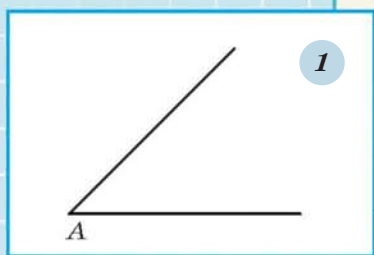


1) Начертите произвольный угол и обозначьте его буквой A (рис. 1).

2) На сторонах угла A циркулем отложите равные отрезки. Концы отрезков обозначим буквами B и C (рис. 2).

3) Проведите отрезок BC (рис. 3).

Треугольник ABC — равнобедренный, AB и AC — боковые стороны, BC — основание треугольника.



Равнобедренный треугольник обладает множеством интересных свойств. Познакомимся с самым первым, известным с давних времён.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

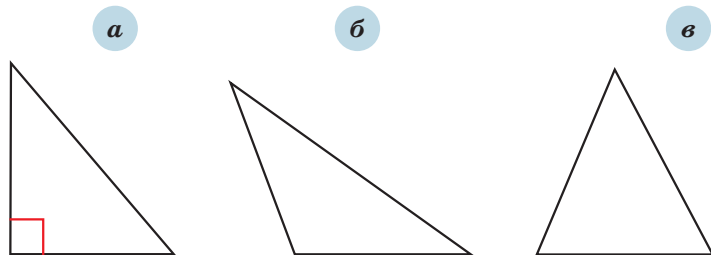


Проделайте следующий опыт:

1) Возьмите прозрачный лист и скопируйте на него треугольник, изображённый на рисунке 7.1.

2) Переверните лист и совместите треугольники. При этом углы при основании поменяются местами, но так как боковые стороны равны, то треугольники полностью совместятся. А это означает, что углы при основании тоже равны.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПО УГЛАМ Вид треугольника определяется не только числом равных сторон, но и величиной его углов. Посмотрите на рисунок 7.3, а: у треугольника один из углов прямой. Треугольник, в котором есть прямой угол, называют **прямоугольным** треугольником. У треугольника (рис. 7.3, б) один из углов тупой. Это **тупоугольный** треугольник. У треугольника (рис. 7.3, в) все углы острые. Его называют **остроугольным** треугольником.

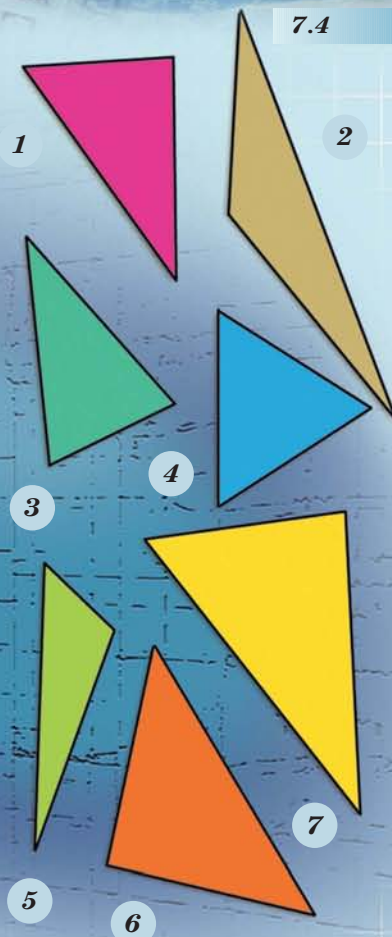


7.3

На рисунке 7.4 треугольник под номером 6 равнобедренный прямоугольный.



А можно ли нарисовать треугольник, у которого два угла прямые, или треугольник, у которого один угол прямой, а другой тупой? Нет, таких треугольников не бывает. Чтобы убедиться в этом, попробуйте нарисовать треугольник с двумя прямыми углами.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Треугольник ABC (рис. 7.1) – равнобедренный. Назовите: а) угол, противолежащий основанию; б) углы при основании.
- Найдите на рисунке 7.4 треугольники: а) равнобедренные; б) равносторонние.
- Найдите на рисунке 7.4 треугольники: а) остроугольные; б) тупоугольные; в) прямоугольные.
- Существует ли равносторонний тупоугольный треугольник? равносторонний прямоугольный треугольник?
- Начертите произвольные остроугольный, прямоугольный, тупоугольный треугольники.

УПРАЖНЕНИЯ

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

404

Начертите треугольник, длины сторон которого различны. Обозначьте его ABC . Назовите угол, противолежащий стороне BC ; стороне AB . Назовите углы, прилежащие к стороне AC . Измерьте стороны и углы треугольника.

405

Найдите на рисунке 7.5 равнобедренные треугольники и скопируйте их в тетрадь. Укажите боковые стороны и основание каждого треугольника.

7.5

406

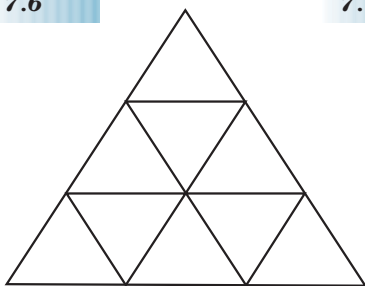
Определите вид треугольника, углы которого равны:

- а) $24^\circ, 137^\circ, 19^\circ$; в) $35^\circ, 60^\circ, 85^\circ$;
б) $40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$; г) $95^\circ, 75^\circ, 10^\circ$.

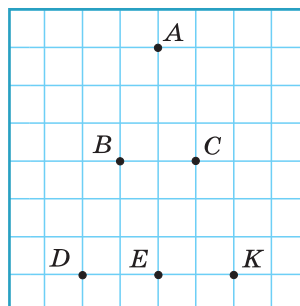
407

На рисунке 7.6 изображено 13 равносторонних треугольников. А сколько можете найти вы?

7.6



7.7



408

На клетчатой бумаге отмечены шесть точек (рис. 7.7).

а) Сколько можно построить равнобедренных треугольников с вершинами в этих точках так, чтобы одной из вершин была точка A ?

Подсказка. Всегда начинайте с известной вершины — точки A , две другие подбирайте так, чтобы получился равнобедренный треугольник.

б) Назовите точки, являющиеся вершинами прямоугольного треугольника. Сколько таких треугольников можно построить?

409

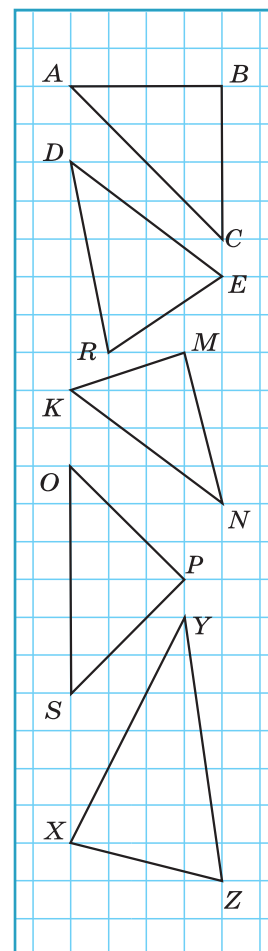
У равностороннего треугольника все углы равны.

Попробуйте объяснить, почему это так.

ЧЕРТИМ ТРЕУГОЛЬНИКИ

410

а) Начертите на нелинованной бумаге прямоугольный треугольник, у которого стороны, образующие прямой угол, равны 3 см и 4 см. Обозначьте его. Измерьте сторону, противолежащую прямому углу.



- б) Начертите на нелинованной бумаге остроугольный треугольник и обозначьте его. Измерьте все его углы.
 в) Начертите на нелинованной бумаге тупоугольный треугольник и обозначьте его. Измерьте и запишите величину тупого угла и длину наибольшей стороны треугольника.

411

Начертите на нелинованной бумаге:

- а) равнобедренный остроугольный треугольник;
 б) равнобедренный прямоугольный треугольник;
 в) равнобедренный тупоугольный треугольник.

412

Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 5 см, а углы при основании равны 75° .

Подсказка. Начинайте построение с основания треугольника.

413

Постройте равнобедренный треугольник, если:

- а) боковые стороны треугольника равны 4 см, а угол между ними — 40° ;
 б) боковые стороны равны 4 см 5 мм, а угол между ними — 120° .

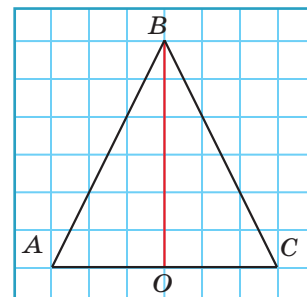
414

Постройте треугольник ABC , где угол A равен 135° , сторона AB имеет длину 3 см, а сторона BC — 7 см. Какая из сторон этого треугольника является наибольшей?

415

Вырежьте из листа бумаги (кальки) равнобедренный треугольник ABC , AC — основание (рис. 7.8). Проведите в нём биссектрису BO . Перегибая треугольник по этой биссектрисе, убедитесь в справедливости следующих утверждений:

- 1) точка O — середина основания AC ;
 2) $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$.
 Попробуйте объяснить, почему это так.



7.8

ПЕРИМЕТР ТРЕУГОЛЬНИКА

416

- а) Проволоку длиной 15 см согнули так, что получился равносторонний треугольник. Чему равен периметр этого треугольника? Чему равна его сторона?
 б) Взяли проволоку длиной 17 см и из неё согнули треугольник, две стороны которого равны 5 см и 6 см. Что вы можете сказать об этом треугольнике?

417

Вычислите периметр:

- а) равностороннего треугольника со стороной 8 см;
 б) равнобедренного треугольника с основанием 25 мм и боковыми сторонами, равными 45 мм.

418

- а) В равнобедренном треугольнике периметр равен 36 см, а основание равно 10 см. Найдите длину боковой стороны.
 б) В равнобедренном треугольнике периметр равен 21 см, а боковая сторона равна 6 см. Найдите длину основания.

ПРЯМОУГОЛЬНИКИ

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Как построить прямоугольник
- Каким свойством обладают диагонали прямоугольника

Четырёхугольники, как и треугольники, бывают самые разные. Среди них мы выделим один, хорошо вам известный — прямоугольник.

ПРЯМОУГОЛЬНИК. КВАДРАТ Вы, конечно, знаете, что четырёхугольник, у которого все углы прямые, называют **прямоугольником**.

У прямоугольника противоположные стороны равны, а две смежные (соседние) стороны могут быть различны. Эти стороны прямоугольника иногда называют длиной и шириной.

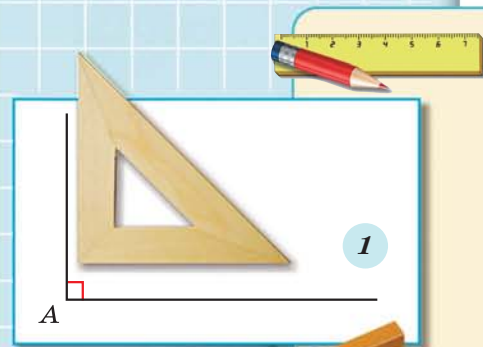
Прямоугольник, у которого все стороны равны, называют **квадратом**.

Таким образом, у квадрата все углы прямые и все стороны равны.

Среди четырёхугольников, изображённых на рисунке 7.9, вы легко найдёте и прямоугольники, и квадрат.

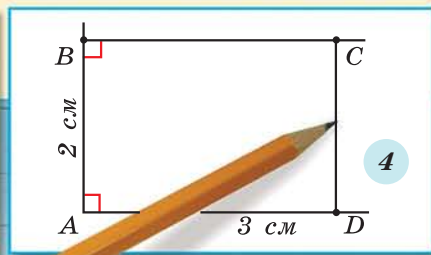
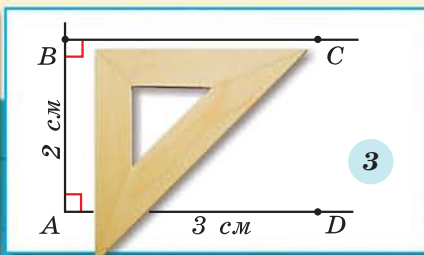
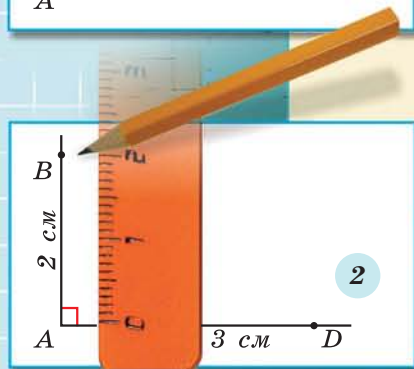
ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА Для построения прямоугольника можно воспользоваться чертёжным треугольником.

7.9



Построим прямоугольник со сторонами, равными 2 см и 3 см. Для этого:

- 1) Начертите прямой угол и обозначьте его вершину буквой A (рис. 1).
- 2) Отложите на одной стороне угла отрезок AB , равный 2 см, а на другой — отрезок AD , равный 3 см (рис. 2).
- 3) Постройте прямой угол с вершиной в точке B (рис. 3) и отложите отрезок BC , равный 3 см.
- 4) Соедините точки C и D отрезком (рис. 4).



ПЕРИМЕТР ПРЯМОУГОЛЬНИКА Периметр прямоугольника, как и любого многоугольника, равен сумме длин его сторон. Так как у прямоугольника противоположные стороны равны, то, чтобы найти его периметр, можно сложить длины смежных сторон и умножить эту сумму на 2.

Найдём, например, периметр прямоугольника со сторонами 2 см и 3 см:

$$P = (2 + 3) \cdot 2 = 10 \text{ (см)}.$$

ДИАГОНАЛИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА У прямоугольника, как у любого четырёхугольника, две диагонали (рис. 7.10). Вы видите, что они пересекаются; точка O — точка пересечения диагоналей. Диагонали прямоугольника обладают двумя важными свойствами:

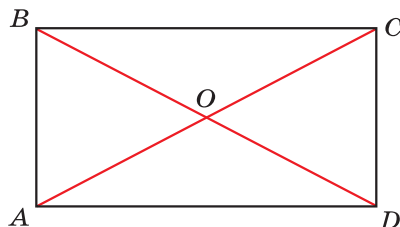
Диагонали прямоугольника равны и пересекаются.

В точке пересечения диагонали прямоугольника делятся пополам.

Посмотрите на рисунок 7.10. Легко видеть, что:

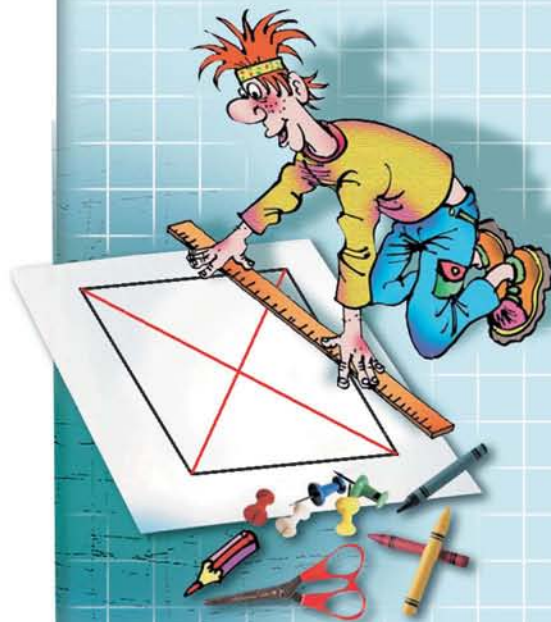
$$AC = BD;$$

$$OB = OC = OA = OD.$$



7.10

Всякий квадрат — прямоугольник. Поэтому диагонали квадрата, как всякого прямоугольника, равны и в точке пересечения делятся пополам. Но есть у них ещё одно свойство: диагонали квадрата при пересечении образуют прямые углы.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Какой четырёхугольник называют прямоугольником? квадратом?
- Найдите на рисунке 7.9 четырёхугольники, у которых есть: а) прямой угол; б) равные стороны. Найдите четырёхугольник, не являющийся квадратом, у которого все стороны равны.
- Вычислите периметр прямоугольника со сторонами: а) 4 см и 9 см; б) 22 м и 14 м.
- Вычислите периметр квадрата, сторона которого равна: а) 5 см; б) 7 см 5 мм; в) 10 см 3 мм.
- Каждая диагональ прямоугольника делит его на два треугольника. Определите их вид.
- Постройте по описанному алгоритму прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см.



УПРАЖНЕНИЯ

СТРОИМ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ

419

Начертите на клетчатой бумаге прямоугольник со сторонами 7 см 5 мм и 3 см.

420

Постройте на листе нелинованной бумаги:

- а) прямоугольник со сторонами, равными 4 см 5 мм и 5 см 2 мм;
б) квадрат со стороной 4 см 8 мм.

421

Пусть сторона клетки тетради изображает 1 м. Начертите прямоугольник, у которого длина равна 4 м, а ширина — 3 м. Изобразите прямоугольник с такими же размерами, если 1 м изображается двумя клетками.

ПЕРИМЕТР ПРЯМОУГОЛЬНИКА

422

Какой длины надо взять кусок проволоки, чтобы сделать из него:

- а) квадрат со стороной 2 см;
б) прямоугольник со сторонами 12 см и 5 см.

423

Произведите необходимые измерения и найдите периметр прямоугольника (рис. 7.11) и квадрата (рис. 7.12).

424

Чему равен периметр прямоугольника со сторонами, равными 3 м 45 см и 1 м 70 см?

Выберите верный ответ.

- 1) 4 м 15 см 3) 8 м 30 см
2) 5 м 15 см 4) 10 м 30 см

425

а) Периметр прямоугольника равен 36 см, длина одной стороны — 10 см. Найдите длину смежной стороны.

б) Периметр квадрата равен 36 см. Чему равна его сторона?

426

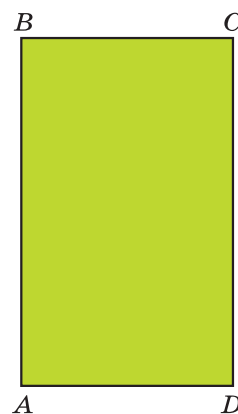
Разметили два земельных участка прямоугольной формы. Размеры одного 110 м и 190 м, а другого 150 м и 140 м. У какого участка длина ограды будет больше?

427

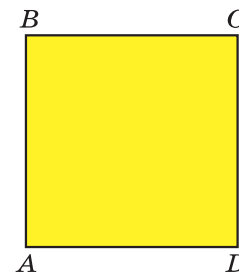
Начертите в тетради какой-нибудь прямоугольник с периметром, равным 24 см. Укажите длины его сторон. Начертите ещё один прямоугольник с таким же периметром, но с другими сторонами. Может ли среди таких прямоугольников быть квадрат?

428

Определите на глаз периметр вашей классной комнаты. Проведите необходимые измерения и проверьте, насколько вы были точны.



7.11



7.12

ДИАГОНАЛИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

429

Начертите в тетради квадрат и проведите одну его диагональ. Что больше: диагональ квадрата или его сторона? Какие углы образует диагональ со сторонами квадрата? Проведите вторую диагональ. Под каким углом пересекаются диагонали квадрата?

430

В прямоугольнике $ABCD$ провели диагонали (рис. 7.13). Сколько получилось треугольников? Запишите их. Определите вид треугольников ABC , ABO , BOC .

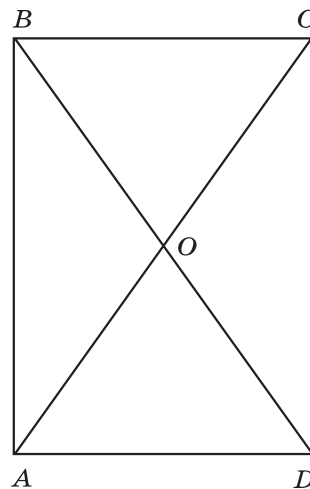
431

Равнобедренный треугольник ABC (рис. 7.14) разрезали по прямой BO . Из получившихся равных прямоугольных треугольников сложили прямоугольник. Нарисуйте этот прямоугольник. Какой стороне треугольника равна диагональ прямоугольника?

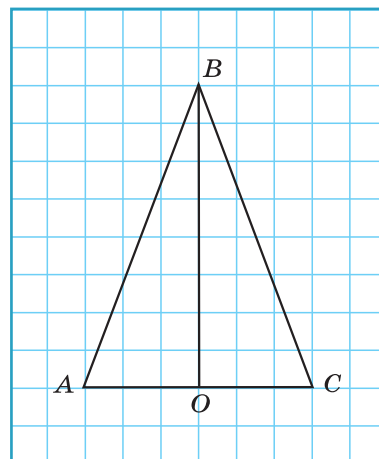
432

На рисунке 7.15 изображены различные четырёхугольники. Назовите те из них, у которых диагонали:

- равны;
- в точке пересечения делятся пополам;
- пересекаются под прямым углом;
- равны и в точке пересечения делятся пополам;
- равны и пересекаются под прямым углом;
- в точке пересечения делятся пополам и пересекаются под прямым углом;
- равны, в точке пересечения делятся пополам и пересекаются под прямым углом.

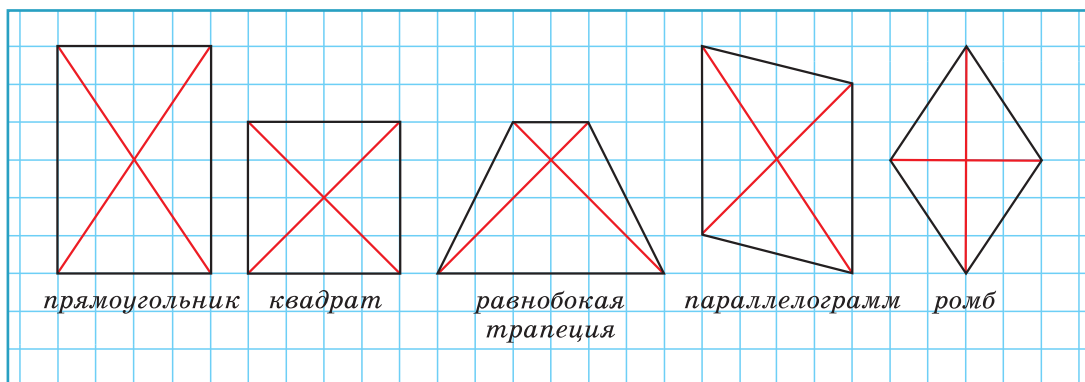


7.13



7.14

7.15



ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какие фигуры называют равными
- Что существуют признаки равенства фигур

РАВЕНСТВО ФИГУР

Часто можно услышать, как говорят «два равных круга», «два равных квадрата». Что же мы имеем в виду, когда говорим, что две геометрические фигуры равны? Давайте разберёмся.

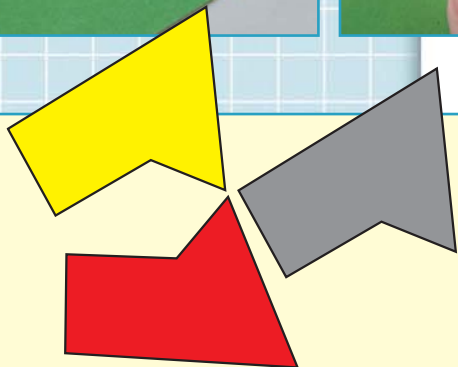
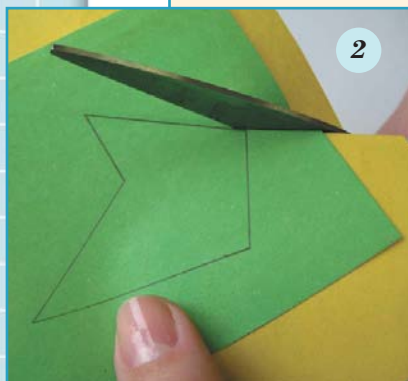
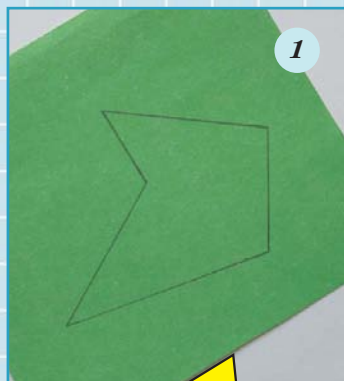
РАВНЫЕ ФИГУРЫ Понятие равенства играет в геометрии огромную роль, а возникло оно совершенно естественным образом, понятным любому школьнику.

Две геометрические фигуры называют равными, если их можно совместить друг с другом, наложив одну на другую.



Как получить две равные фигуры?

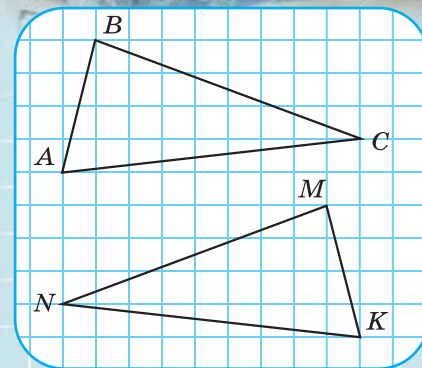
- 1) Нарисуйте на листе бумаги какой-нибудь многоугольник (рис. 1).
 - 2) Подложите под него ещё один лист бумаги и вырежьте при помощи ножниц изображённый многоугольник (рис. 2).
- При этом вы получите два многоугольника. Так как при наложении они совмещаются, то эти многоугольники равны (рис. 3).



На рисунке вы видите три равных многоугольника. Обратите внимание на одну особенность: чтобы совместить серый многоугольник с жёлтым, можно просто передвигать его по листу бумаги. Но совместить красный многоугольник с жёлтым или серым таким образом вы не сможете: для этого вам придётся его перевернуть.

Для обозначения равных фигур в математике используется известный вам знак равенства « $=$ ». Например, на рисунке 7.16 вы видите два равных треугольника: $\triangle ABC$ и $\triangle KMN$. Знак \triangle является общепринятым символом, обозначающим слово «треугольник».

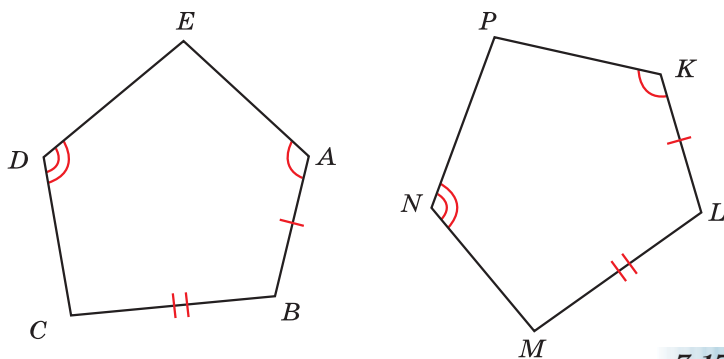
В равных фигурах равны все соответственные элементы.



7.16

Из того, что многоугольники $ABCDE$ и $KLMNP$ равны (рис. 7.17), следует, например, что

$$AB = KL; BC = LM; \angle A = \angle K; \angle D = \angle N.$$



7.17

Из равенства этих многоугольников можно также сделать вывод о равенстве диагоналей BE и LP , углов ADB и KNL , треугольников ACE и KMP и т. д.

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА Каким образом можно установить, что две фигуры являются равными? Неужели для этого всякий раз их надо накладывать друг на друга?

В математике, как правило, равенство двух фигур устанавливается с помощью специальных *признаков равенства*. Эти признаки указывают, равенство каких соответственных элементов фигур позволяет сделать вывод о равенстве самих фигур.

Так, например, если стороны двух квадратов равны, то и сами квадраты равны. Это признак равенства квадратов.

Или: если у двух окружностей равны радиусы, то равны и сами окружности. В этом заключается основной признак равенства окружностей.

Для равенства более сложных фигур требуется равенство большего числа их элементов.

$$\triangle ABC = \triangle KLMN$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

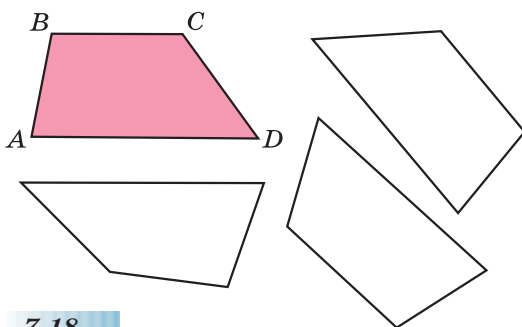
- Какие фигуры называют равными?
- Проверьте, используя кальку, что фигуры, изображённые на рисунке 7.16, равны.
- В пятиугольниках $ABCDE$ и $KLMNP$ (рис. 7.17) назовите равные диагонали и запишите соответствующие равенства.
- Продолжите предложения:
 - а) две окружности равны, если ...;
 - б) два квадрата равны, если ...;
 - в) два прямоугольника равны, если ...

УПРАЖНЕНИЯ

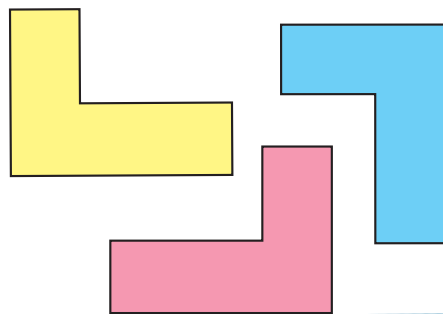
РАВНЫЕ ФИГУРЫ

433

С помощью кальки найдите на рисунке 7.18 четырёхугольник, равный четырёхугольнику $ABCD$.



7.18



7.19

434

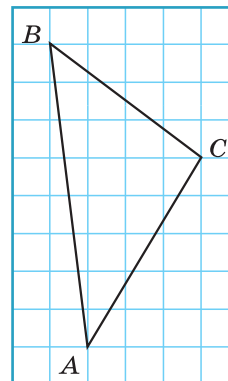
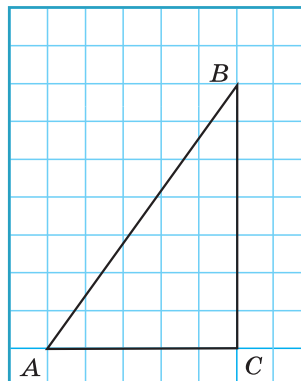
Какие из равных фигур, изображённых на рисунке 7.19, можно совместить, перемещая их по листу бумаги?

7.20

7.21

435

Начертите в тетради треугольник:
а) равный треугольнику ABC (рис. 7.20);
б) равный треугольнику ABC (рис. 7.21), но в другом положении.



436

1) Начертите прямоугольник, обозначьте его и проведите одну диагональ. Диагональ разделила прямоугольник на два равных треугольника. Покажите на чертеже и назовите их равные стороны и равные углы.

2) Вырежьте из бумаги прямоугольник и разрежьте его по диагонали. Сложите из получившихся равных треугольников равнобедренный треугольник.

437

Начертите прямоугольник, обозначьте его. Проведите диагонали и обозначьте точку их пересечения. Перечислите все получившиеся треугольники. Есть ли среди них равные треугольники? Назовите их.

ДЕЛИМ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

438

1) Начертите в тетради круг и разделите его отрезком на две равные части. Как называется этот отрезок? Разделите круг на четыре равные части.
2) Как с помощью двух перегибаний можно найти центр круга?

439

- 1) Возьмите квадрат и проведите его диагонали. Разрежьте квадрат по диагоналям. Какие фигуры вы получили? Равны ли они?
- 2) Сложите из получившихся частей квадрата (без наложений и щелей) следующие фигуры и зарисуйте их: а) два квадрата; б) прямоугольник; в) треугольник; г) четырёхугольник, не являющийся прямоугольником; д) шестиугольник.

440

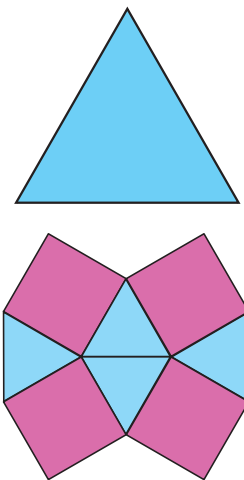
Начертите в тетради прямоугольник и разрежьте его: а) на две равные части прямой линией; б) на четыре равные части двумя прямыми линиями. *Указание.* Предложите несколько разных способов.

7.22

СКЛАДЫВАЕМ ИЗ РАВНЫХ ФИГУР

441

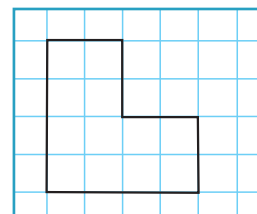
- 1) Вырежьте из бумаги четыре равносторонних треугольника, равные треугольнику, изображённому на рисунке 7.22. Сложите из них:
 - а) треугольник;
 - б) четырёхугольник.
- 2) Вырежьте из бумаги четыре равных квадрата со стороной 3 см. Сложите из них:
 - а) квадрат;
 - б) прямоугольник.
- 3) Из имеющихся у вас четырёх треугольников и четырёх квадратов сложите многоугольник, как показано на рисунке 7.23.



7.23

442

- 1) Обведите 3 клетки тетрадного листа так, чтобы получился многоугольник. Сколько разных многоугольников таким способом можно нарисовать?
- 2) Из двух равных уголков (рис. 7.24) можно составить разные фигуры. Нарисуйте их в тетради. Может ли среди этих фигур быть прямоугольник?



7.24

443

Круг составлен из равных элементов (рис. 7.25). Нарисуйте этот элемент в тетради.

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА

444

Сформулируйте признак равенства двух отрезков.

445

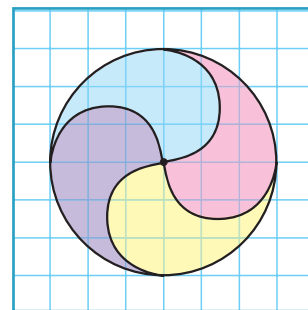
- У двух треугольников углы попарно равны. Следует ли из этого, что треугольники равны?
- Подсказка.* Если вы считаете, что не следует, попробуйте начертить в тетради два разных треугольника с углами, равными, например, 90° , 45° , 45° .

446

Опровергните утверждение, сделав чертёж:

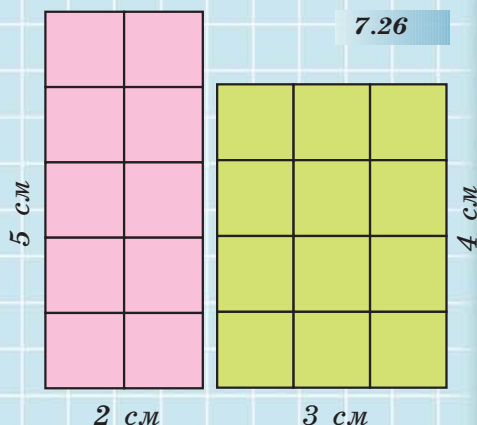
- а) два прямоугольника равны, если у них есть по одной равной стороне;
- б) два треугольника равны, если две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого треугольника.

7.25



ВЫ УЗНАЕТЕ

- Соотношение между единицами площади в метрической системе мер
- Новые единицы площади – ар, гектар



«Ар» в переводе с латинского означает «площадь»: так римляне называли участок земли, который использовался ими для общественных собраний, рынков и т. п. А вот само слово «ар» в русском языке – это единица измерения площади. Кстати, именно от этого значения происходит слово «арена». Используется слово «ар» редко, чаще говорят «сотка».

«Гекто» – первая часть в слове «гектар», в переводе с греческого означает «сто», служит для образования наименований единиц, равных 100 исходным единицам, т. е. гектар – это 100 ар.

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Два отрезка или угла можно сравнить наложением, а можно измерить их и сравнить получившиеся величины. Попробуем сравнить два прямоугольника, изображённые на рисунке 7.26. Сравнить их наложением не удастся, так как ни один из них не помещается в другом. Но эти прямоугольники можно сравнить по площади.

ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ, ЕДИНИЦЫ ПЛОЩАДИ Чтобы найти площадь фигуры, прежде всего нужно выбрать *единицу измерения площади*. За единицу измерения площади удобно взять единичный квадрат – квадрат со стороной, равной единичному отрезку. Такой квадрат называют **квадратной единицей** (кв. ед.).

Квадрату со стороной один метр (1 м) соответствует единица площади *квадратный метр* (1 м²), а квадрату со стороной один сантиметр (1 см) соответствует единица площади *квадратный сантиметр* (1 см²).

$$1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

Если фигуру можно разбить на единичные квадраты, то площадь фигуры равна числу квадратных единиц, её составляющих. Обычно площадь фигуры обозначают буквой *S*.



Какую именно единицу измерения площади выбрать? Это зависит от того, что надо измерить. Например, жилую площадь измеряют в квадратных метрах, а территорию страны – в квадратных километрах. Для измерения земельных участков применяются также такие единицы площади, как *ар* и *гектар* (их записывают: а и га).

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2; \quad 1 \text{ га} = 100 \text{ а} = 10000 \text{ м}^2.$$

Если сторона квадрата 10 м, то его площадь 1 а; если сторона квадрата 100 м, то его площадь 1 га.

В гектарах измеряют площади больших участков, например поля или лесного массива.

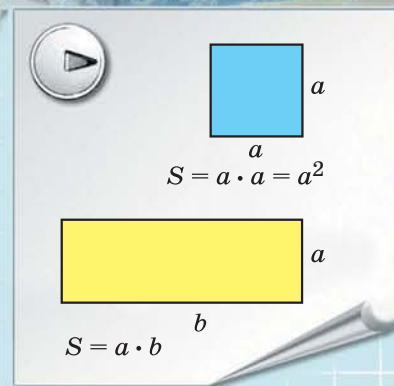
ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА Каждый из прямоугольников, изображённых на рисунке 7.26, разбит на квадраты со стороной 1 см.

Розовый прямоугольник разбит на $2 \cdot 5 = 10$ квадратов, а зелёный — на $3 \cdot 4 = 12$ квадратов. Поэтому данные прямоугольники имеют площади 10 см^2 и 12 см^2 . Зелёный прямоугольник имеет большую площадь.

Для измерения площади прямоугольника необязательно разбивать его на единичные квадраты, достаточно измерить стороны прямоугольника выбранной единицей длины и полученные значения перемножить. Произведение будет равно площади в соответствующих квадратных единицах. Так как у квадрата все стороны равны, то для нахождения его площади достаточно измерить любую из его сторон и полученное значение возвести в квадрат.

Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.

Чтобы найти площадь квадрата, надо длину его стороны возвести в квадрат.

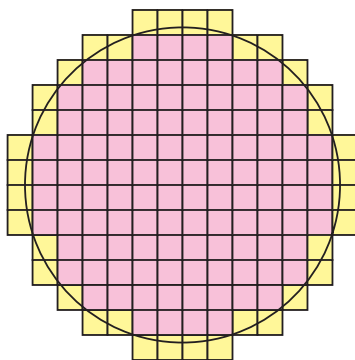


ПЛОЩАДЬ АРЕНЫ ЦИРКА А как найти площадь фигуры, которую нельзя разбить на квадраты?

Во всех цирках мира арена — это круг диаметром 13 м. На рисунке 7.27 изображена арена, покрытая квадратной сеткой со стороной квадрата 1 м. Внутри арены уместается 112 розовых квадратов, поэтому её площадь больше 112 м^2 . Если добавить квадраты, частично выходящие за арену (жёлтые квадраты — их 36), то получим, что площадь арены меньше 148 м^2 .

Чтобы вычислить площадь более точно, можно жёлтые квадраты разбить на более мелкие (например, на квадратные дециметры), подсчитать число этих квадратов внутри арены и добавить величину их площади к 112 м^2 . Получим число, которое по-прежнему меньше значения площади арены, но выражает её точнее.

Добавив затем мелкие квадраты, частично выходящие за арену, мы получим число, которое больше площади. Продолжая далее, будем находить площадь арены всё точнее.



7.27

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Начертите в тетради квадраты площадью 1 см^2 и 1 дм^2 , на доске — 1 м^2 .
- Расположите в порядке возрастания площади: 1 см^2 , 1 м^2 , 1 мм^2 , 1 км^2 , 1 дм^2 , 1 а , 1 га . Во сколько раз каждая последующая единица больше предыдущей?
 - а) Сколько квадратных сантиметров в 1 м^2 ? в 4 м^2 ?
 - б) Сколько квадратных метров в 1 км^2 ? в 3 км^2 ?
- Найдите площадь квадрата со стороной: 9 м; 11 см.
- Чему равна сторона квадрата, если его площадь равна: а) 49 м^2 ; б) 64 см^2 ?
- Слово «ар» сейчас практически не используется: вместо «ар» говорят «сотка». Попробуйте объяснить значение этого слова.

УПРАЖНЕНИЯ

ЕДИНИЧНЫЕ КВАДРАТЫ

447

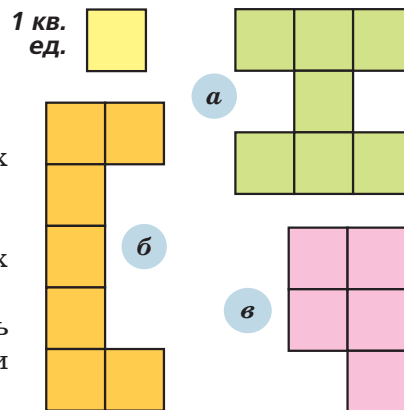
Определите площади фигур, изображённых на рисунке 7.28, а–в.

448

Вырежьте из листа бумаги в клетку 8 одинаковых квадратов со стороной, равной 4 клеткам.

а) Сложите из этих квадратов какой-нибудь многоугольник. Чему равна его площадь, если один квадрат принять за квадратную единицу?

б) Сложите прямоугольник, площадь которого была бы равна 8 кв. ед. Сколько таких прямоугольников можно сложить? Каковы длины сторон каждого из этих прямоугольников?



7.28

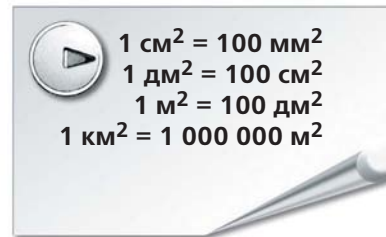
449

Выразите:

а) в квадратных сантиметрах: 7 дм², 12 дм², 400 мм²; б) в квадратных метрах: 1 км², 300 дм².

450

Пусть клетка изображает участок площадью 50 м². Изобразите прямоугольный участок площадью 9 а.



ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

451

Определите площади прямоугольников, изображённых на рисунке 7.29, а–г.

452

Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна 25 см, а про другую известно, что она:

а) на 7 см меньше; б) в 2 раза больше.

453

Размеры одного прямоугольного садового участка 22 м и 30 м, а другого — 32 м и 20 м. Какой из них больше?

454

Чему равна площадь прямоугольника со сторонами, равными 1 м и 40 см?

Выберите верный ответ.

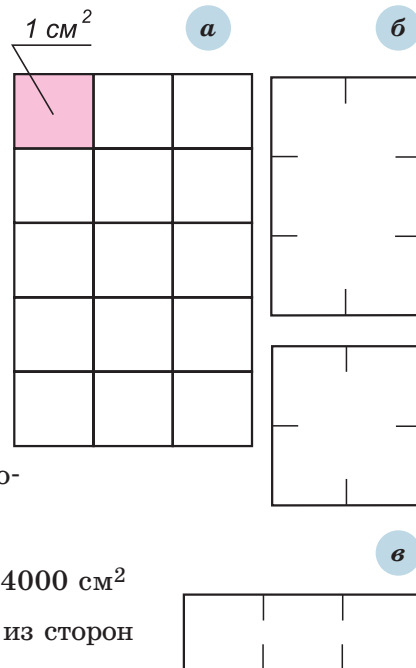
1) 40 м² 2) 280 см² 3) 400 см² 4) 4000 см²

455

Площадь прямоугольника равна 600 м², а одна из сторон равна:

а) 30 м; б) 60 м; в) 120 м.

Чему равна другая его сторона?



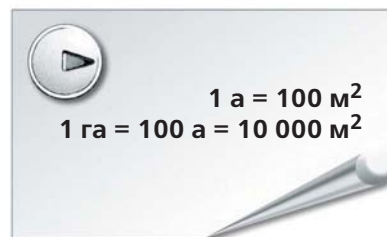
7.29

г

456

а) Проведите необходимые измерения и найдите площадь: тетрадного листа, крышки стола, классной доски, классной комнаты, спортивной площадки.

б) Что больше: площадь классной доски или 1 м^2 ; площадь классной комнаты или 1 сотка; площадь спортивной площадки или 1 гектар?



457

а) У прямоугольного участка земли ширина 25 м, а длина 60 м. Какова площадь участка? Ответ выразите в сотках.

б) Поле имеет форму прямоугольника со сторонами 500 м и 380 м. Какова площадь поля? Ответ выразите в гектарах.

РАЗБИВАЕМ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКИ

458

Многоугольники на рисунке 7.30, а–б разбиты на два прямоугольника. Вычислите площадь каждого многоугольника. Перенесите один из них в тетрадь и покажите, как ещё можно разбить этот многоугольник на прямоугольники.

459

На рисунке 7.31 закрашенная часть квадрата тоже квадрат. Найдите его площадь. Начертите квадрат, площадь которого равна 8 кв. ед.

460

Начертите в тетради круг радиусом 3 см. Оцените площадь круга в квадратных сантиметрах. С помощью квадратной сетки попытайтесь оценить эту площадь более точно.

461

а) Периметр прямоугольника равен 30 см, одна из его сторон в 4 раза больше другой. Найдите площадь этого прямоугольника.

б) Периметр прямоугольника равен 28 см, одна из его сторон на 2 см больше другой. Найдите площадь этого прямоугольника.

ПЛОЩАДЬ И ПЕРИМЕТР

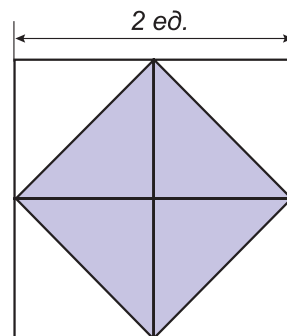
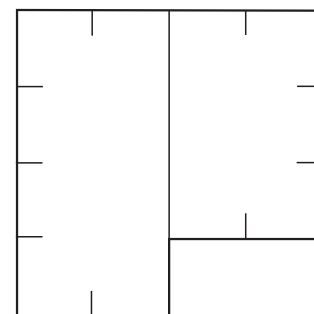
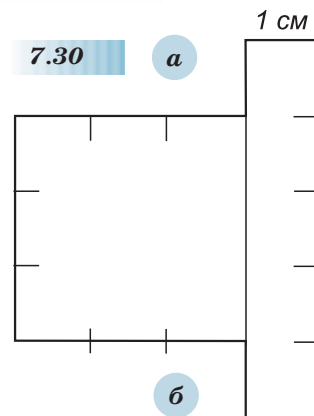
7.31

462

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1) Площадь прямоугольника равна 36 см^2 . Какими могут быть длины его сторон, если они выражены в сантиметрах? Рассмотрите все возможные варианты.

2) Для каждого варианта длин сторон вычислите периметр прямоугольника. Какой из этих прямоугольников имеет наименьший периметр?



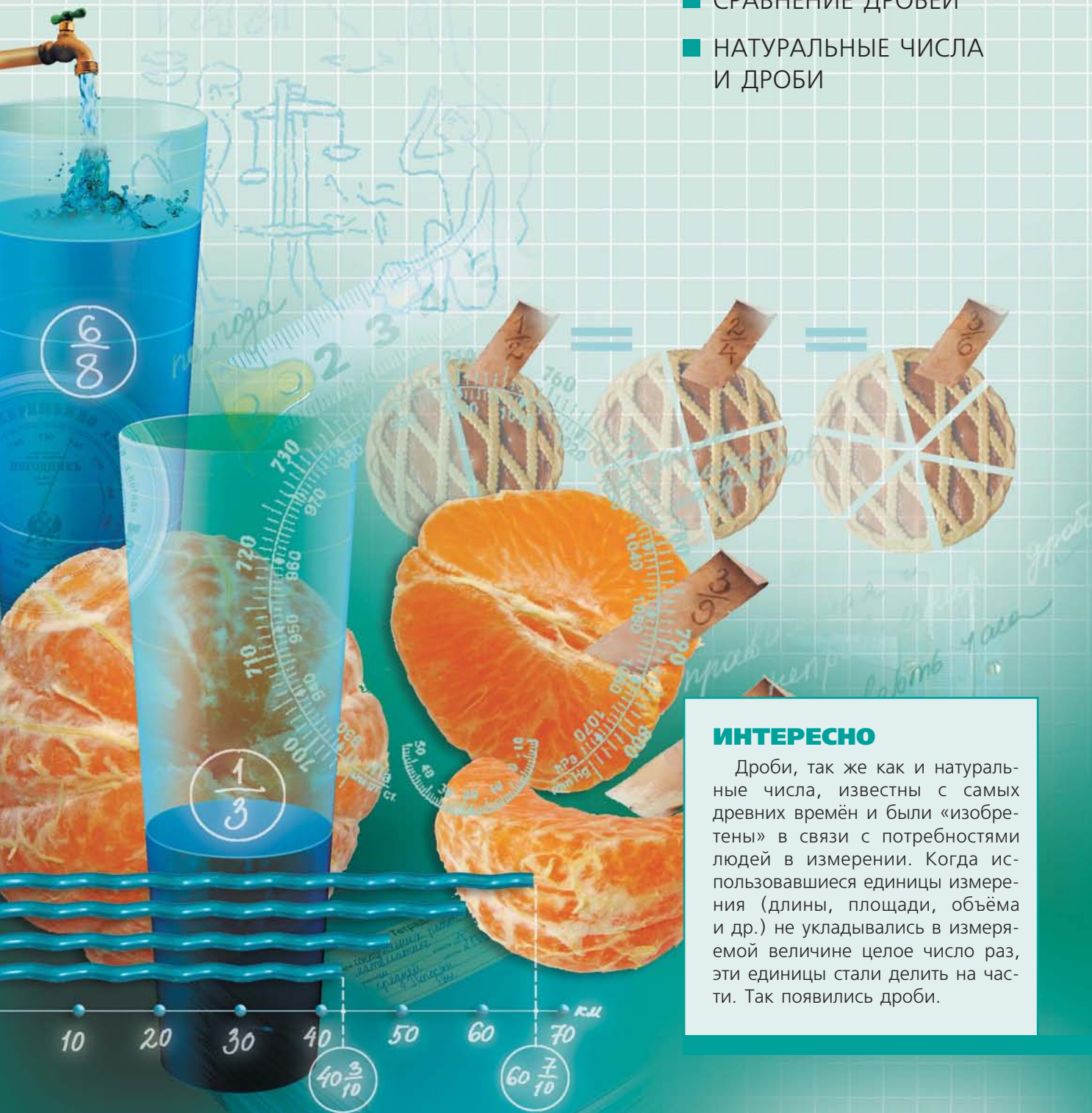
ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 Начертите прямоугольный треугольник, у которого стороны, образующие прямой угол, равны 3 см и 4 см.
- 2 Каким свойством обладают углы равнобедренного треугольника?
- 3 Начертите какой-нибудь равнобедренный треугольник, у которого величина угла между боковыми сторонами равна 100° . Каким является этот треугольник: прямоугольным, остроугольным или тупоугольным?
- 4 Найдите периметр:
 - а) равностороннего треугольника со стороной 12 см;
 - б) равнобедренного треугольника с основанием, равным 7 см, и боковой стороной, равной 13 см.
- 5 Какой четырёхугольник называют прямоугольником, а какой — квадратом?
- 6 Постройте на нелинованной бумаге:
 - а) прямоугольник со сторонами 7 см и 4 см;
 - б) квадрат со стороной 45 мм.
- 7 Вычислите периметр:
 - а) прямоугольника со сторонами 5 см 6 мм и 7 см 9 мм;
 - б) квадрата со стороной 1 м 56 см.
- 8 Каким свойством обладают диагонали прямоугольника? Начертите прямоугольник $ABCD$ со сторонами 5 см и 4 см. Проведите диагонали прямоугольника. Обозначьте точку пересечения диагоналей буквой O . Проведите необходимые измерения и вычислите периметр одного из тупоугольных треугольников.
- 9 Разбейте прямой на две равные части:
 - а) окружность;
 - б) равнобедренный треугольник;
 - в) квадрат;
 - г) прямоугольник.
- 10 Вычислите площадь:
 - а) прямоугольника со сторонами 6 см и 4 см;
 - б) квадрата со стороной 7 см.
- 11 В каких единицах измеряют площадь: квартиры, государства, дачного участка, пашни, листа бумаги, оконного стекла?

Глава 8

ДРОБИ

- ДОЛИ И ДРОБИ
- ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ
- СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ
- НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДРОБИ



ИНТЕРЕСНО

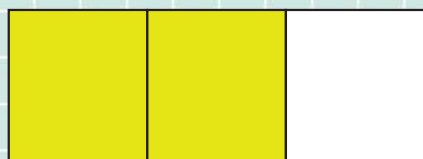
Дроби, так же как и натуральные числа, известны с самых древних времён и были «изобретены» в связи с потребностями людей в измерении. Когда использовавшиеся единицы измерения (длины, площади, объёма и др.) не укладывались в измеряемой величине целое число раз, эти единицы стали делить на части. Так появились дроби.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что такое дробь
- Как изобразить дробь точкой на координатной прямой



8.1



8.2

числитель дроби

$$\frac{2}{3}$$

знаменатель дроби

ДОЛИ И ДРОБИ

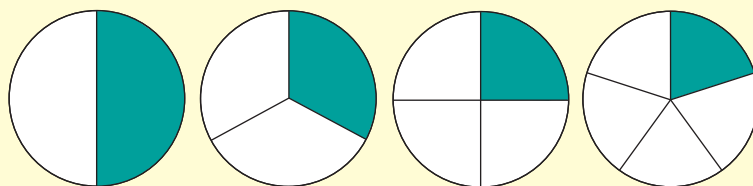
В жизни нам нередко приходится пользоваться не только целыми величинами, но и их долями. Мы говорим: *полметра, четверть часа, три четверти года* и т. п. Как же образуются доли?

ДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОГО НА ДОЛИ У брата и сестры было одно яблоко, они разрезали его на две равные части (рис. 8.1). Каждая из образовавшихся долей яблока составляет его *половину*, или *одну вторую* часть.

Если целое разделить на три равные части, на четыре, на пять равных частей, то получатся доли, которые соответственно называют так: *одна треть, одна четверть, одна пятая*.



Чем больше число частей, на которые делят целое, тем меньше получаемые доли. Так, одна треть меньше половины, одна четверть меньше одной трети, одна пятая меньше одной четверти и т. д. Это хорошо видно на рисунке.



половина

треть

четверть

пятая часть

ЧТО ТАКОЕ ДРОБЬ Прямоугольник, изображённый на рисунке 8.2, разделён на три равные части. Каждая из этих частей составляет одну треть прямоугольника. Две части из трёх, т. е. *две третьих* прямоугольника, закрашены.

Для выражения частей целого нужны новые, дробные числа. Для их обозначения используют специальную «двухэтажную» запись. Например, две третьих записывают так: $\frac{2}{3}$. Такую запись называют **дробью**.

Число внизу, под чертой, показывает, на сколько равных частей делили. Его называют **знаменателем** дроби. Число сверху, над чертой, показывает, сколько таких частей взяли. Его называют **числителем** дроби.

ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ На рисунке 8.2 закрашено $\frac{2}{3}$ прямоугольника. Если взять все три его части, то получим $\frac{3}{3}$ прямоугольника. Но это весь прямоугольник целиком, т. е. дробь $\frac{3}{3}$ соответствует целому прямоугольнику.

Возьмём два одинаковых прямоугольника и разделим каждый на три равные части (рис. 8.3). Один прямоугольник целиком и ещё две части от другого прямоугольника составляют $\frac{5}{3}$ прямоугольника.

У дроби $\frac{2}{3}$ числитель меньше знаменателя, у дроби $\frac{3}{3}$ числитель равен знаменателю, у дроби $\frac{5}{3}$ числитель больше знаменателя.

Дробь, числитель которой меньше знаменателя, называют правильной.

Дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, называют неправильной.

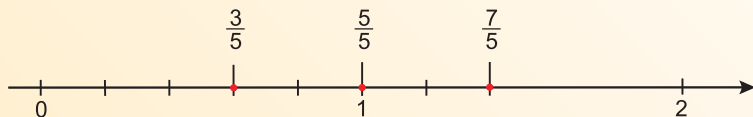
ИЗОБРАЖЕНИЕ ДРОБЕЙ ТОЧКАМИ НА КООРДИНАТНОЙ ПРЯМОЙ Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатной прямой.

Изобразим на координатной прямой дроби $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{5}$.

1) Начертите прямую, отметьте на ней точку 0; отложите единичный отрезок (возьмите отрезок, равный 5 см) и отметьте число 1.

2) Разделите единичный отрезок на пять равных частей и отсчитайте от 0 вправо три, пять, семь таких частей.

3) Надпишите над точками соответственно: $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{5}$.



Посмотрите на полученный рисунок: правильной дроби соответствует точка, расположенная левее точки с координатой 1, а неправильной дроби — точка, расположенная правее 1 или совпадающая с ней.

Такие записи, как $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, тоже дроби. Нетрудно понять их «историю». В первом случае предмет разделили на 7 равных частей и взяли 3 части, во втором — на 9 равных частей и взяли 4 части.



8.3



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Прочитайте запись $\frac{3}{20}$. Назовите числитель и знаменатель дроби. Объясните, что они показывают.

● Начертите прямоугольник и закрасьте $\frac{3}{4}$ этого прямоугольника.

● Какие дроби называются правильными и какие — неправильными? Запишите три правильные дроби со знаменателем 6 и три неправильные дроби со знаменателем 6.

● Расскажите, как изобразить на координатной прямой дробь $\frac{3}{4}$, и сделайте это.

УПРАЖНЕНИЯ

ДОЛИ

463

- 1) Начертите круг. Разделите его на две равные части. Какую долю круга составляет каждая часть?
- 2) Каждую часть разделите ещё раз пополам. Какую долю круга составляет каждая из получившихся частей?
- 3) Разделите ещё раз каждую часть пополам. Какую долю круга составляет каждая из получившихся частей?

464

Воспользовавшись рисунком, который вы сделали, выполняя предыдущее упражнение, ответьте на вопросы:

- а) Сколько вторых, четвёртых, восьмых долей содержится в целом?
- б) Сколько четвёртых, восьмых долей содержится в половине?
- в) Сколько восьмых долей содержится в четверти?

465

Сколько сантиметров содержится:

- а) в половине метра;
- б) в четверти метра;
- в) в одной пятой метра;
- г) в одной десятой метра?

466

Сколько минут содержится в половине часа? в трети часа? в четверти часа?

467

- а) Туристы проехали на автобусе 48 км, а потом прошли пешком половину того расстояния, что проехали на автобусе. Какое расстояние преодолели туристы?
- б) Мальчик прочитал треть книги, что составило 20 страниц. Сколько страниц в книге?

ЧТО ТАКОЕ ДРОБЬ

468

Прочитайте запись. Назовите знаменатель и числитель дроби и объясните,

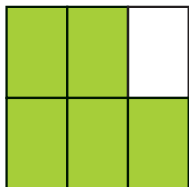
что они показывают: $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{31}{100}$.

469

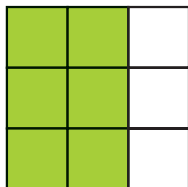
Запишите дроби: одна вторая, одна пятая, две третьих, три четверти. Объясните, что означает каждая дробь.

470

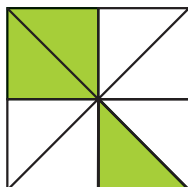
Определите, на сколько равных частей разделен квадрат и какая его часть закрашена (рис. 8.4, а–г). Запишите соответствующую дробь, назовите её числитель и знаменатель. Какая часть квадрата осталась незакрашенной?



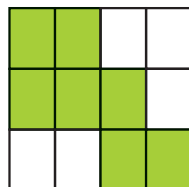
а



б



в



г

471

Начертите отрезок длиной 18 клеточек. Начертите отрезки, равные $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ данного отрезка.

472

- а) Сколько сантиметров в дециметре? Какую часть дециметра составляет 1 см? 3 см?
 б) Сколько граммов в килограмме? Какую часть килограмма составляет 1 г? 480 г?
 в) Сколько минут в часе? Какую часть часа составляет 1 мин? 17 мин?

473

У светофора остановились 10 автомашин: 2 из них грузовые, 5 легковых, остальные автобусы. Какую часть всех автомашин составляют грузовые автомашины? легковые автомашины? автобусы?

ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ

474

- а) Какую часть минуты составляет 1 с? Выразите в минутах 5 с, 23 с, 77 с.
 б) Какую часть часа составляет 1 мин? Выразите в часах 17 мин; 91 мин.

475

Даны дроби: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{9}$.

Выпишите в одну строку все правильные дроби, в другую — все неправильные дроби.

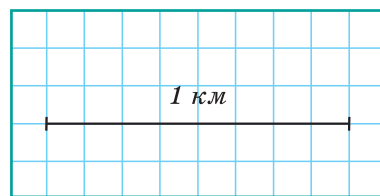
476

Начертите отрезок длиной 6 клеточек. Начертите отрезки, равные $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$ этого отрезка.

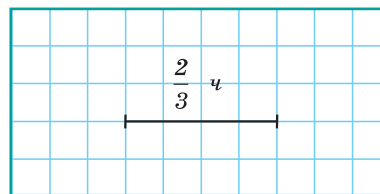
8.5

477

- а) Отрезок на рисунке 8.5 изображает 1 км. Начертите отрезки, соответствующие $\frac{3}{8}$ км, $\frac{9}{8}$ км, $\frac{3}{4}$ км, $\frac{7}{4}$ км.



- б) На рисунке 8.6 показан отрезок, соответствующий $\frac{2}{3}$ ч. Постройте отрезки, соответствующие $\frac{1}{3}$ ч, 1 ч, $\frac{4}{3}$ ч.



478

Какие числа можно подставить вместо буквы k , чтобы дробь $\frac{k}{3}$ была:

- а) правильной; б) неправильной?

8.6

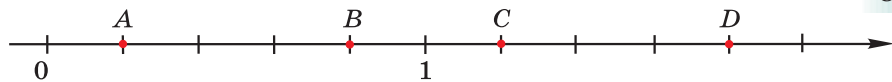
479

Подставьте в дробь $\frac{a}{b}$ вместо букв a и b всеми возможными способами числа от 1 до 6 так, чтобы полученные дроби были правильными.

КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

480

Для каждой точки, отмеченной на координатной прямой, запишите её координаты (рис. 8.7).



8.7

481

Начертите координатную прямую с единичным отрезком, равным 9 см. Отметьте точки с координатами $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{13}{9}$.

Какие точки расположены левее 1, а какие — правее 1?

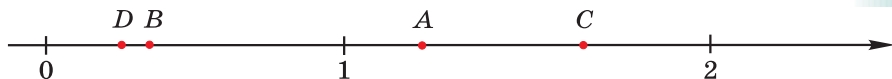
482

Начертите координатную прямую и отметьте на ней дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$.

Подсказка. Подумайте, сколько клеток должно быть в единичном отрезке, чтобы было удобно выполнять построение.

483

Какие из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 8.8), изображают правильные дроби? неправильные дроби? Определите на глаз, какой дроби соответствует каждая точка.



8.8

484

Начертите координатную прямую с единичным отрезком, равным 10 клеткам, и отметьте на ней точки с координатами $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{12}{10}$, $\frac{15}{10}$.

На этой же прямой отметьте точки с координатами $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{5}$.

ЗАДАЧИ НА ДРОБИ

485

Разберите, как решена задача а), а затем решите таким же способом задачу б).

а) «На книжной полке 32 книги, $\frac{3}{8}$ всех книг — словари. Сколько словарей на книжной полке?»

Решение. Сначала найдём одну восьмую долю всех книг, для этого разделим 32 на 8. Затем найдём три восьмые доли, для этого умножим полученное число на 3.

1) $32 : 8 = 4$ (книги) — это $\frac{1}{8}$ часть всех книг;

2) $4 \cdot 3 = 12$ (книг) — количество словарей на полке.

б) Расстояние между двумя городами равно 200 км. Автобус до первой остановки проехал $\frac{2}{5}$ этого расстояния. Сколько километров проехал автобус до первой остановки?

486

На школьный праздник пригласили 60 пятиклассников. Некоторые из пятиклассников пришли с родителями, поэтому оказалось, что на празднике присутствует $\frac{7}{5}$ от числа приглашённых. Сколько человек пришло на школьный праздник?

487

а) Сколько граммов содержится в $\frac{1}{4}$ кг? в $\frac{4}{5}$ кг? в $\frac{3}{2}$ кг? в $\frac{11}{10}$ кг?

б) Сколько минут содержится в $\frac{1}{5}$ ч? в $\frac{2}{3}$ ч? в $\frac{5}{4}$ ч? в $\frac{11}{10}$ ч?

488

Из 30 дней июня $\frac{3}{10}$ были дождливыми, а остальные — солнечными. Сколько солнечных дней было в июне?

489

Фильм длится 1 ч 30 мин, а длительность его показа вместе с рекламой составляет $\frac{6}{5}$ этого времени. Сколько минут длится реклама?

490

Разберите, как решена задача а), и решите таким же способом задачу б).

а) За 4 дня маляры выполнили $\frac{2}{7}$ всей работы. За сколько дней они выполнят всю работу, если будут работать с такой же скоростью?

Решение. Изобразим всю работу отрезком (рис. 8.9).

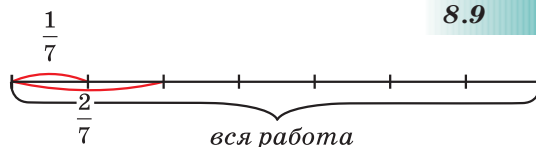
Известно, за какое время выполнено две седьмых всей работы, поэтому можно найти, за какое время была выполнена

$\frac{1}{7}$ всей работы: надо 4 разделить на 2. А так как вся работа составляет 7 таких частей, то на её выполнение потребуется в 7 раз больше времени.

1) $4 : 2 = 2$ (дней) — время выполнения $\frac{1}{7}$ всей работы.

2) $2 \cdot 7 = 14$ (дней) — время выполнения всей работы.

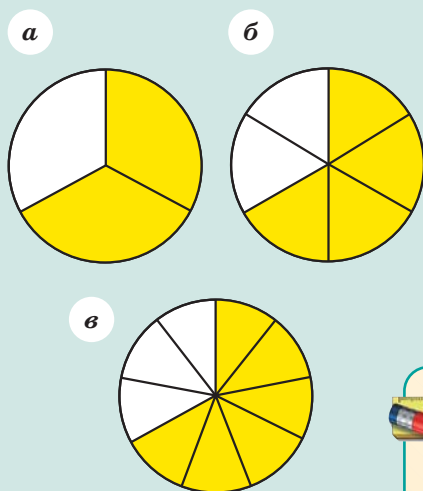
б) Площадь кухни 10 м^2 . Она составляет $\frac{2}{13}$ общей площади квартиры. Какова площадь квартиры?



8.9

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какие дроби считаются равными
- Как приводят дроби к новому знаменателю
- Как сокращают дроби



8.10

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Одну и ту же долю величины можно записать разными дробями. Вы могли это заметить, например, изображая дроби на координатной прямой.

РАВНЫЕ ДРОБИ На рисунке 8.10, а закрашено $\frac{2}{3}$ круга.

Разделим каждую треть на две равные части. Теперь закрашенная часть выразится дробью $\frac{4}{6}$ (рис. 8.10, б).

В обоих случаях закрашена одна и та же часть круга, а значит, дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$ выражают одну и ту же величину. Такие дроби называют **равными**: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Если разделить каждую треть круга на 3 равные части, то будет закрашено $\frac{6}{9}$ круга (рис. 8.10, в). Значит, дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{6}{9}$ также равны: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$.

Если и дальше делить каждую треть круга на одинаковые доли, то будем получать новые дроби, равные $\frac{2}{3}$.



Пусть каждую треть круга разделили на 4 равные части.

- 1) Узнаем, на сколько частей разделён теперь круг: $3 \cdot 4 = 12$.
- 2) Теперь узнаем, сколько частей закрашено: $2 \cdot 4 = 8$.
- 3) Значит, закрашенная часть круга выражается дробью: $\frac{8}{12}$.

Дроби $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ получаются из дроби $\frac{2}{3}$ умножением её числителя и знаменателя на одно и то же число: на 2, 3, 4. Например, $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$. А если прочитать эту цепочку равенств справа налево, то мы увидим, что дробь $\frac{8}{12}$ можно преобразовать в дробь $\frac{2}{3}$, разделив её числитель и знаменатель на 4. Все эти примеры иллюстрируют **основное свойство дроби**.

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится дробь, равная данной.



С помощью букв основное свойство дроби можно записать так:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c},$$

где $c \neq 0$.

Пользуясь основным свойством дроби, можно получить сколько угодно дробей, равных данной. Например:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \dots$$

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБИ К НОВОМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ Заменяем дробь $\frac{4}{5}$ равной дробью со знаменателем 100. Воспользуемся основным свойством дроби. Так как $100 : 5 = 20$, то числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{5}$ нужно умножить на 20:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100}.$$

Говорят, что дробь $\frac{4}{5}$ *привели к новому знаменателю*. Число 20, на которое умножили числитель и знаменатель дроби, называют **дополнительным множителем**.

Понятно, что дробь $\frac{4}{5}$ можно привести и к другому знаменателю — к любому, который делится на 5:

$$\frac{4^{(2)}}{5} = \frac{8}{10}, \quad \frac{4^{(3)}}{5} = \frac{12}{15}, \quad \frac{4^{(4)}}{5} = \frac{16}{20}, \dots$$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ Возьмём дробь $\frac{42}{60}$. Её числитель и знаменатель имеют общий делитель, равный 6. Поэтому эту дробь можно заменить более простой, разделив её числитель и знаменатель на 6:

$$\frac{42}{60} = \frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{7}{10}.$$

Говорят, что дробь $\frac{42}{60}$ *сократили*.

! Чтобы сократить дробь, её числитель и знаменатель нужно разделить на их общий делитель.

Не всякую дробь можно сократить. Например, полученную выше дробь $\frac{7}{10}$ сократить нельзя, так как её числитель и знаменатель не имеют общих делителей, отличных от 1. Такую дробь называют **несократимой**.

Среди всех дробей, равных $\frac{7}{10}$, несократимая только одна.

Сократим дробь $\frac{42}{60}$.

$$\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$$

Сокращение дроби можно выполнять последовательно.

Сократим дробь $\frac{120}{510}$.

$$\frac{120}{510} = \frac{12}{51} = \frac{4}{17}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Начертите прямоугольник со сторонами 4 клетки и 6 клеток и с помощью этого рисунка покажите, что

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{6}{24}.$$

● Расскажите, используя пример: а) как дробь привести к новому знаменателю; б) как сократить дробь.

● Запишите три какие-нибудь дроби, равные $\frac{12}{20}$.

УПРАЖНЕНИЯ

РАВНЫЕ ДРОБИ

491

Объясните, почему верно равенство:

$$\text{а) } \frac{1}{5} = \frac{14}{70}; \quad \text{б) } \frac{2}{7} = \frac{4}{14}; \quad \text{в) } \frac{6}{7} = \frac{60}{70}; \quad \text{г) } \frac{8}{11} = \frac{40}{55}.$$

492

Какая из следующих дробей не равна дроби $\frac{3}{4}$?

$$1) \frac{15}{20} \quad 2) \frac{30}{40} \quad 3) \frac{3}{12} \quad 4) \frac{45}{60}$$

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБИ К НОВОМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

493

а) Приведите дробь $\frac{2}{7}$ к знаменателю 14, 21, 35, 140.б) Приведите дробь $\frac{5}{8}$ к знаменателю 16, 32, 56, 1000.

494

а) Приведите дроби $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{31}{25}$ к знаменателю 100.б) Приведите дроби $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{13}{30}$ к знаменателю 60.

495

Приведите к знаменателю 36 те из данных дробей, которые возможно:

$$\frac{7}{12}, \frac{7}{11}, \frac{7}{10}, \frac{7}{9}, \frac{7}{8}, \frac{7}{7}, \frac{7}{6}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}.$$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ

496

Запишите числитель и знаменатель дроби в виде произведений, содержащих одинаковые множители, и сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{4}{6}; \quad \text{б) } \frac{15}{20}; \quad \text{в) } \frac{8}{10}; \quad \text{г) } \frac{15}{10}; \quad \text{д) } \frac{20}{30}.$$

497

Сократите дроби $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{10}{25}$, $\frac{14}{49}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{14}{18}$.

498

Запишите все правильные дроби со знаменателем 12. Сократите те из них, которые можно сократить.

499

Верно ли равенство:

$$\text{а) } \frac{15}{25} = \frac{12}{20}; \quad \text{б) } \frac{20}{28} = \frac{30}{36}; \quad \text{в) } \frac{16}{28} = \frac{24}{42}; \quad \text{г) } \frac{12}{27} = \frac{24}{56}?$$

Образец. Верно ли равенство $\frac{4}{6} = \frac{6}{10}$?Решение. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{5}$, значит, $\frac{4}{6} \neq \frac{6}{10}$. Равенство неверно.

500

Сократите дроби:

а) $\frac{20}{118}$, $\frac{236}{444}$, $\frac{66}{102}$, $\frac{128}{28}$;

б) $\frac{108}{72}$, $\frac{36}{243}$, $\frac{120}{168}$, $\frac{720}{640}$.

501

Используя признаки делимости, докажите, что дробь можно сократить,

и выполните сокращение: а) $\frac{2808}{3456}$; б) $\frac{1665}{6930}$.

502

Сократите дроби: а) $\frac{10 \cdot 9}{30 \cdot 9}$; б) $\frac{12 \cdot 14 \cdot 16}{14 \cdot 16 \cdot 18}$; в) $\frac{14 \cdot 15}{21 \cdot 20}$; г) $\frac{5 \cdot 9}{6 \cdot 7 \cdot 30}$.

РАБОТА С ВЕЛИЧИНАМИ

503

а) Какую часть метра составляет 1 см? 5 см? 10 см? 50 см? 75 см?

б) Какую часть часа составляет 1 мин? 3 мин? 10 мин? 20 мин?

504

Выразите в метрах: 25 см, 30 см, 60 см, 85 см.

Образец. 20 см = $\frac{20}{100}$ м = $\frac{1}{5}$ м.

505

Выразите в часах: 12 мин, 15 мин, 20 мин, 24 мин, 30 мин.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

506

Толя идёт от дома до школы 18 мин. Какую часть пути проходит Толя за 6 мин? за 9 мин? за 12 мин? за 15 мин?

507

В школьном саду растёт 20 яблонь и 12 слив. Какую часть всех деревьев составляют яблони? Какую часть всех деревьев составляют сливы?

508

а) На прямоугольном участке земли со сторонами 50 м и 35 м хотят разместить прямоугольный бассейн, имеющий длину 20 м и ширину 7 м. Какую часть площади всего участка займёт бассейн?

б) На прямоугольном участке земли со сторонами 20 м и 30 м заложили фундамент для дома. Фундамент имеет форму прямоугольника со сторонами 12 м и 10 м. Какую часть площади всего участка займёт дом?

Неверно!

Найдите ошибку, допущенную при сокращении дроби:

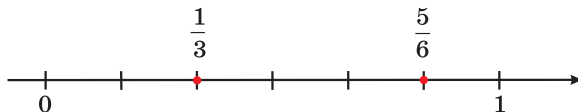
$$\frac{132}{180} = \frac{66}{90} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Как сравнивают дроби с одинаковыми знаменателями
- Как приводят дроби к общему знаменателю
- Как сравнивают дроби с разными знаменателями

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

Из двух неравных дробей всегда одна больше, а другая меньше. На координатной прямой большая дробь изображается точкой, расположенной правее, а меньшая дробь — точкой, расположенной левее.



На рисунке хорошо видно, что $\frac{1}{3} < \frac{5}{6}$. Однако, чтобы сравнить две дроби, необязательно обращаться к координатной прямой.

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Легко сравнить дроби с одинаковыми знаменателями. Так, понятно, что $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$. Действительно, если, например, разделить яблоко на пять равных частей, то две части меньше, чем три такие же части.



Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше.

$$\frac{3}{8} < \frac{11}{8}$$

$$\frac{9}{10} > \frac{8}{10}$$

$$\frac{7}{25} < \frac{16}{25}$$

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, можно заменить их равными им дробями с одинаковыми знаменателями. Иначе говорят: *привести дроби к общему знаменателю*.

Вообще приводить дроби к общему знаменателю приходится не только при сравнении дробей, но и в других случаях. Поэтому сначала научимся выполнять это преобразование дробей.

При приведении дробей к общему знаменателю стараются найти наименьший общий знаменатель — тогда вычисления будут проще.

Пример 1. Приведём к общему знаменателю дроби

$$\frac{7}{12} \text{ и } \frac{5}{6}.$$

Большой знаменатель — число 12 — делится на меньший, поэтому его можно взять в качестве общего знаменателя данных дробей. Понятно, что этот общий знаменатель — наименьший из всех возможных.

Таким образом, нужно только привести дробь $\frac{5}{6}$ к знаменателю 12. Найдём дополнительный множитель: $12 : 6 = 2$. Умножим числитель и знаменатель дроби на 2: $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$.

Пример 2. Приведём к общему знаменателю дроби

$$\frac{3}{5} \text{ и } \frac{5}{8}.$$

Общий знаменатель данных дробей должен делиться и на 5, и на 8. Можно указать сколько угодно общих кратных чисел 5 и 8: 40, 80, 120 и т. д. Наименьшее из них — их произведение, число 40. Оно и является наименьшим общим знаменателем дробей. Приведём каждую из дробей к знаменателю 40:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{24}{40}, \quad \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}.$$

Обратите внимание: знаменатели данных дробей, числа 5 и 8, не имеют общих делителей, кроме 1. Такие числа называют взаимно простыми (при этом сами они могут и не быть простыми числами, как число 8 в этом примере). Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению. Поэтому и наименьший общий знаменатель дробей с взаимно простыми знаменателями равен их произведению.



В качестве общего знаменателя дробей всегда можно взять произведение их знаменателей. Но имейте в виду, что произведение знаменателей не всегда будет наименьшим общим знаменателем.

Пример 3. Приведём к общему знаменателю дроби

$$\frac{7}{12} \text{ и } \frac{8}{15}.$$

Можно взять в качестве общего знаменателя произведение чисел 12 и 15, равное 180. Однако это не наименьший общий знаменатель данных дробей. Найдётся число, меньшее их произведения и кратное каждому из них. Так будет всегда, когда знаменатели имеют общие делители, отличные от 1.

Чтобы найти наименьшее общее кратное 12 и 15, воспользуемся уже известным вам приёмом. Будем последовательно перебирать числа, кратные 15, т. е. большему из этих знаменателей, и проверять, делятся ли они на 12: число 30 на 12 не делится, число 45 также не делится, а 60 делится. Это и есть наименьший общий знаменатель данных дробей.

Приведём к общему знаменателю дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{6}$.

Наименьший общий знаменатель: 24.

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$$



Сравним $\frac{5}{24}$ и $\frac{7}{36}$.

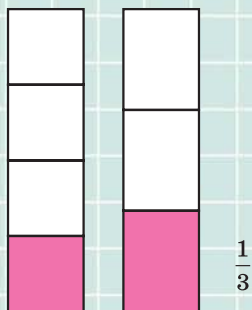
Наименьший общий знаменатель дробей равен 72.

$$\frac{5}{24} = \frac{5 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{15}{72}$$

$$\frac{7}{36} = \frac{7 \cdot 2}{36 \cdot 2} = \frac{14}{72}$$

$$\frac{15}{72} > \frac{14}{72}, \text{ значит,}$$

$$\frac{5}{24} > \frac{7}{36}$$



8.11

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \dots$$

Найдём дополнительные множители: $60 : 12 = 5$,
 $60 : 15 = 4$. Имеем

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{35}{60},$$

$$\frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{32}{60}.$$

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Теперь вы можете сравнивать любые дроби — и с одинаковыми знаменателями, и с разными знаменателями.

Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, их приводят к общему знаменателю, а затем сравнивают по правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

Пример 4. Сравним дроби $\frac{11}{18}$ и $\frac{7}{12}$.

НОК (18; 12) = 36, значит, наименьший общий знаменатель дробей равен 36. Приведём каждую из дробей к знаменателю 36:

$$\frac{11}{18} = \frac{11 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{22}{36}, \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}.$$

Так как $\frac{22}{36} > \frac{21}{36}$, то $\frac{11}{18} > \frac{7}{12}$.

Иногда дроби с разными знаменателями удаётся сравнить и не приводя их к общему знаменателю.

Рассмотрим несколько таких примеров.

Пример 5. Сравним дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$.

Если разделить целое на три равные части, то доли получатся больше, чем при делении на четыре равные части. Поэтому $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ (рис. 8.11).

Точно так же $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5} > \frac{1}{10}$, $\frac{1}{90} > \frac{1}{100}$.

Умея сравнивать дроби с числителем, равным 1, можно сравнить, не приводя к общему знаменателю, любые дроби, имеющие одинаковые числители.

Пример 6. Сравним дроби $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{7}$.

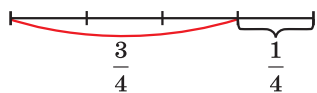
Так как $\frac{1}{8} < \frac{1}{7}$, то $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$.

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

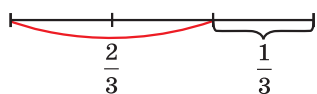
Пример 7. Сравним дроби

$$\frac{3}{4} \text{ и } \frac{2}{3}.$$

Легко понять, что $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, так как дробь $\frac{3}{4}$ меньше отличается от 1, чем $\frac{2}{3}$: у дроби $\frac{3}{4}$ до 1 «не хватает» $\frac{1}{4}$, а у дроби $\frac{2}{3}$ «не хватает» $\frac{1}{3}$ (рис. 8.12, а–б).



а



б

8.12

Пример 8. Сравним дроби $\frac{8}{9}$ и $\frac{9}{8}$, не приводя их к общему знаменателю.

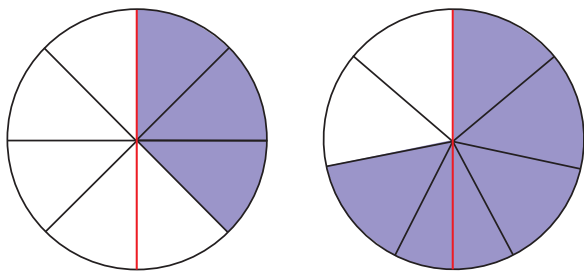
Дробь $\frac{8}{9}$ — правильная, она меньше 1, а дробь $\frac{9}{8}$ — неправильная, она больше 1. Имеем

$$\frac{8}{9} < 1, \text{ а } \frac{9}{8} > 1, \text{ значит, } \frac{8}{9} < \frac{9}{8}.$$

В примере 8 нам удалось сравнить дроби, сравнив каждую из них с 1. А иногда оказывается удобным сравнить каждую из дробей с какой-нибудь другой дробью, например с $\frac{1}{2}$.

Пример 9. Сравним дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{7}$.

$$\frac{3}{8} < \frac{1}{2}, \text{ а } \frac{5}{7} > \frac{1}{2} \text{ (рис. 8.13)}. \text{ Поэтому } \frac{3}{8} < \frac{5}{7}.$$



8.13

Эти же дроби можно сравнить иначе: $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$, а $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$, поэтому $\frac{3}{8} < \frac{5}{7}$.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \dots$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Начертите отрезок, длина которого равна 12 клеткам. С помощью рисунка покажите, что

$$\frac{5}{6} > \frac{3}{6}, \quad \frac{5}{12} < \frac{7}{12}.$$

Сформулируйте правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

● Расскажите, как привести к общему знаменателю дроби

$$\frac{3}{8} \text{ и } \frac{5}{6}.$$

● Покажите разные способы сравнения дробей

$$\frac{3}{4} \text{ и } \frac{2}{5}.$$

УПРАЖНЕНИЯ

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

509

Сравните дроби: а) $\frac{2}{5}$ и $\frac{4}{5}$; б) $\frac{12}{17}$ и $\frac{7}{17}$; в) $\frac{17}{13}$ и $\frac{15}{13}$.

510

Определите, какая из дробей $\frac{29}{100}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{41}{100}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{27}{100}$ наименьшая и какая — наибольшая. Расположите дроби в порядке возрастания.

511

От куска верёвки отрезали часть, равную $\frac{5}{8}$ всего куска. Сравните отрезанную часть верёвки с оставшейся.

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

512

Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- а) $\frac{1}{8}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{20}$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{12}$; $\frac{7}{15}$ и $\frac{3}{5}$;
 б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{16}$ и $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$ и $\frac{9}{25}$;
 в) $\frac{7}{15}$ и $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{15}$; $\frac{7}{20}$ и $\frac{7}{8}$.

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

513

Сравните дроби и запишите результат с помощью знака $>$ или $<$:

- а) $\frac{7}{8}$ и $\frac{3}{4}$; г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$; ж) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{4}$;
 б) $\frac{6}{25}$ и $\frac{1}{4}$; д) $\frac{2}{3}$ и $\frac{13}{15}$; з) $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{8}$;
 в) $\frac{7}{5}$ и $\frac{3}{2}$; е) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{12}$; и) $\frac{7}{15}$ и $\frac{3}{5}$.

514

Сравните дроби, сократив их; запишите результат с помощью знака $>$, $<$ или $=$:

- а) $\frac{14}{6}$ и $\frac{24}{9}$; б) $\frac{12}{20}$ и $\frac{9}{15}$; в) $\frac{25}{100}$ и $\frac{6}{8}$; г) $\frac{12}{24}$ и $\frac{8}{16}$.

515

Учебники составляют $\frac{3}{7}$ библиотечного фонда, а художественные произведения — $\frac{2}{5}$. Каких книг в библиотеке больше: учебников или художественных произведений?

516

Саша проходит 4 м за 3 с, а Коля — 6 м за 5 с. Кто из мальчиков идёт быстрее?

517

а) Запишите все дроби со знаменателем 24, которые расположены между числами $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$.

б) Найдите какое-нибудь число, расположенное между числами $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$.

518

Найдите несколько дробей, которые можно подставить вместо k и получить верное двойное неравенство: а) $\frac{3}{7} < k < \frac{4}{7}$; б) $\frac{1}{4} < k < \frac{1}{3}$. Сколько таких дробей существует в каждом случае?

Образец. $\frac{2}{5} < k < \frac{3}{5}$, $\frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} < k < \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2}$, $\frac{4}{10} < k < \frac{6}{10}$, $k = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. Продолжайте действовать таким же образом.

519

Не приводя дроби к общему знаменателю, определите, какая из них меньше:

а) $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{8}$ или $\frac{1}{7}$; г) $\frac{1}{100}$ или $\frac{1}{150}$.

520

Запишите дроби в том порядке, как они расположены на координатной прямой: а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$.

521

Сравните: а) $\frac{3}{7}$ и 1; б) $\frac{5}{2}$ и 1; в) 1 и $\frac{11}{12}$; г) $\frac{12}{17}$ и $\frac{17}{12}$; д) $\frac{6}{7}$ и $\frac{4}{3}$.

522

Определите, какая из дробей ближе к 1, и сравните их:

а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{6}$; б) $\frac{7}{8}$ и $\frac{2}{3}$; в) $\frac{129}{130}$ и $\frac{12}{13}$; г) $\frac{10}{9}$ и $\frac{5}{4}$.

523

Начертите координатную прямую (возьмите единичный отрезок, равный 14 клеткам). Отметьте на координатной прямой все правильные дроби со знаменателем 7 и дробь $\frac{1}{2}$. Какие из отмеченных чисел меньше $\frac{1}{2}$? Какие из отмеченных чисел больше $\frac{1}{2}$?

524

Выпишите дроби, которые больше $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$.

525

Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:

а) $\frac{5}{12}$ и $\frac{11}{16}$; б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{7}$; в) $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{10}{27}$ и $\frac{15}{28}$.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что любые два натуральных числа можно разделить друг на друга
- Что натуральные числа можно записывать в виде дробей

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДРОБИ

Теперь вы знакомы не только с натуральными числами, но и с дробными. Это позволит вам решать такие задачи, которые вы не могли решить, зная только натуральные числа.

ДЕЛЕНИЕ И ДРОБИ Рассмотрим простую задачу:

«Имеется 9 яблок, нужно разделить их поровну между тремя братьями. Сколько достанется каждому?»

Эта задача, как вы знаете, решается делением:

$$9 : 3 = 3 \text{ (ябл.)}$$

Значит, каждому брату достанется по 3 яблока.

Рассмотрим похожую задачу:

«Имеется 2 яблока, и их надо разделить поровну между тремя братьями. Сколько достанется каждому?»

Теперь по целому яблоку братьям не достанется. Можно поступить следующим образом: разделим каждое из двух яблок на 3 равные части и дадим братьям от каждого яблока по одной части. Братья получают по 2 такие части, т. е. каждый брат получит по $\frac{2}{3}$ яблока.

А как записать решение этой задачи арифметическим действием? В математике эта задача, как и первая, решается делением, т. е. на математическом языке её решение записывают так: $2 : 3$. Только результат этого деления выражается не натуральным, а дробным числом:

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \text{ (ябл.)}$$

Теперь, когда нам известны дробные числа, можно разделить друг на друга любые два натуральных числа. Результат деления натуральных чисел выражается или натуральным, или дробным числом. Например:

$$28 : 7 = 4,$$

$$20 : 7 = \frac{20}{7},$$

$$28 : 12 = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}.$$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ДРОБЯМИ Дробные числа выражаются дробями, но оказывается, что

любое натуральное число также можно представить в виде дроби, причём с каким угодно знаменателем.





1) Начертите координатную прямую с единичным отрезком в 10 клеток.

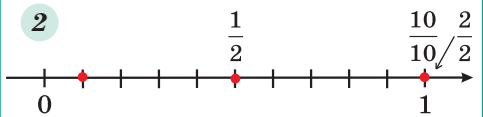
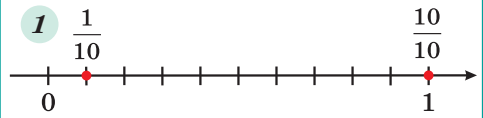
2) Отметьте на ней числа $\frac{1}{10}$ и $\frac{10}{10}$.

Вы видите, что 1 и $\frac{10}{10}$ изображаются одной и той же точкой координатной прямой (рис. 1).

Можно записать равенство: $1 = \frac{10}{10}$.

3) Отметьте на этой же прямой сначала число $\frac{1}{2}$, а затем — $\frac{2}{2}$ (рис. 2).

Можно записать равенство: $1 = \frac{2}{2}$.



Итак, число 1 представляется в виде дроби, у которой числитель и знаменатель равны.

Теперь легко представить в виде дроби любое другое натуральное число, например число 5. В числе 1 содержатся 2 вторые доли, значит, в числе 5 будет 10 вторых долей ($2 \cdot 5 = 10$). Поэтому $5 = \frac{10}{2}$.

И вообще $5 = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \dots$

Сократим дробь $\frac{10}{2}$ на 2, получим $\frac{10}{2} = \frac{5}{1}$.

Такая запись, как $\frac{5}{1}$, также считается дробью, причём это несократимая дробь и, значит, самая простая дробь, с помощью которой можно записать число 5:

$$5 = \frac{5}{1}.$$



Натуральные числа, как и дробные, можно записывать в виде дробей. Поэтому можно считать, что все числа, которые мы используем, — дроби. Но некоторые из них «по совместительству» являются и натуральными числами.

Подведём итог:

Одно натуральное число всегда можно разделить на другое. При этом частное двух натуральных чисел равно дроби, числитель которой — делимое, а знаменатель — делитель. Поэтому в математике дробную черту рассматривают ещё и как знак деления.

Если обозначить делимое и делитель буквами m и n (m, n — натуральные числа), то $m : n = \frac{m}{n}$.

Найдём частные:
 $18 : 30$ и $108 : 18$.

$$a) 18 : 30 = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

$$b) 108 : 18 = \frac{108}{18} = \frac{12}{2} = 6$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Каким числом может выражаться результат деления натуральных чисел? Приведите примеры.

● Представьте число 4 в виде дроби разными способами. Укажите самую простую дробь, с помощью которой можно записать число 4.

● Представьте в виде дроби частные $5 : 6$; $15 : 10$.

УПРАЖНЕНИЯ

ДЕЛЕНИЕ И ДРОБИ

526

Выполните деление:

- а) $2 : 5$; в) $7 : 4$; д) $19 : 10$; ж) $5 : 9$;
 б) $3 : 8$; г) $4 : 3$; е) $3 : 10$; з) $1 : 6$.

527

Выполните деление и сократите полученную дробь:

- а) $4 : 8$; в) $12 : 10$; д) $25 : 20$; ж) $5 : 25$;
 б) $3 : 9$; г) $8 : 6$; е) $10 : 15$; з) $4 : 16$.

528

а) Масса 4 одинаковых дынь равна 3 кг. Какова масса каждой дыни? (Дайте ответ в килограммах.)

б) Высота 5 одинаковых полок в шкафу равна 2 м. Чему равна высота каждой полки? (Дайте ответ в метрах.)

529

а) Ребята разделили 4 пиццы поровну на 12 человек. Сколько досталось каждому?

б) Ребята разделили 3 яблока поровну на 6 человек. Сколько досталось каждому?

530

а) Таня прошла 2 км за 30 мин. Сколько километров в минуту проходила Таня?

б) Поезд за 15 мин проехал 20 км. Сколько километров проезжал поезд за 1 мин?

531

Скорость велосипедиста 15 км/ч. За какое время он проедет расстояние, равное 9 км? Выберите верный ответ.

- 1) За $\frac{1}{15}$ ч 2) За $\frac{5}{3}$ ч 3) За $\frac{3}{5}$ ч 4) За $\frac{5}{9}$ ч

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ДРОБЯМИ

532

Каким натуральным числам равны дроби: $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{18}{3}$, $\frac{7}{1}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{24}{6}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{20}{4}$?

533

Сократите дроби и укажите, какие из них представляют натуральные числа:

- а) $\frac{25}{100}$, $\frac{100}{25}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{30}{24}$, $\frac{36}{12}$, $\frac{36}{4}$; б) $\frac{2}{8}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{42}{7}$, $\frac{51}{17}$, $\frac{100}{50}$.

534

а) Представьте каждое из чисел 1, 2, 3, 4, 5 в виде дроби со знаменателем 10.

б) Представьте число 12 в виде дроби со знаменателем 1, 2, 3, 4, 5.

535

Представьте в виде дроби несколькими способами числа 3, 1, 8, 15.

536

Запишите все неправильные дроби с числителем 5. Какие из них представляют натуральные числа?

537

Дополните запись:

а) $3 = \frac{1}{1}$;

д) $16 = \frac{3}{3}$;

и) $7 = \frac{6}{6}$;

б) $8 = \frac{1}{1}$;

е) $15 = \frac{4}{4}$;

к) $100 = \frac{5}{5}$;

в) $2 = \frac{2}{2}$;

ж) $10 = \frac{5}{5}$;

л) $20 = \frac{3}{3}$;

г) $4 = \frac{2}{2}$;

з) $12 = \frac{2}{2}$;

м) $9 = \frac{4}{4}$.

РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

538

Сравните числа:

а) 2 и $\frac{10}{5}$;

б) $\frac{15}{3}$ и 4 ;

в) $\frac{16}{2}$ и $\frac{21}{3}$;

г) $\frac{66}{22}$ и $\frac{111}{37}$.

539

Сравните значения выражений:

а) $4 : 6$ и $11 : 15$;

б) $112 : 64$ и $9 : 4$;

в) $72 : 144$ и $36 : 108$;

г) $81 : 45$ и $56 : 48$.

540

а) Для покраски пола можно выбрать один из двух видов краски. Расход одной краски составляет 2 кг на 5 м^2 , а другой — 3 кг на 8 м^2 . Какой из этих двух красок потребуется меньше?

б) Коля за 2 с делает 3 шага, а Борис за 3 с — 5 шагов. Кто из них идёт с большей скоростью, если длина шага у них одинакова?

в) Таня и Алёша набирают текст на компьютере. Таня делает 660 ударов за 7 мин, а Алёша — 380 ударов за 4 мин. Кто из них работает быстрее?

541

Найдите неизвестный множитель:

а) $2 \cdot x = 7$;

б) $x \cdot 120 = 80$;

в) $75 \cdot x = 15$;

г) $x \cdot 84 = 112$.

Подсказка. Вспомните, как найти неизвестный множитель.

542

Подставьте в дробь $\frac{a}{b}$ вместо a и b числа от 1 до 5 всеми возможными способами.

а) Сколько среди полученных чисел правильных дробей и сколько — неправильных?

б) Сколько дробей представляют натуральные числа и сколько среди них представляют число 1?

543

Найдите все такие значения a , при которых дробь $\frac{a}{3}$ правильная и при которых неправильная. При каких значениях a дробь $\frac{a}{3}$ равна натуральному числу?

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1) В классе 30 учеников, из них 17 — мальчики. Выразите дробью часть класса, которую составляют девочки. Назовите числитель и знаменатель дроби.
- 2) Какая дробь называется правильной и какая — неправильной? Приведите примеры.
- 3) На примере дроби $\frac{3}{5}$ покажите, как дробь изображают точкой на координатной прямой. На этой же координатной прямой отметьте точку, соответствующую дроби $\frac{7}{5}$.
- 4) а) Сколько граммов содержится в $\frac{1}{2}$ кг? в $\frac{3}{5}$ кг?
 б) Сколько сантиметров содержится в $\frac{1}{4}$ м? в $\frac{7}{10}$ м?
 в) Сколько секунд содержится в $\frac{1}{6}$ мин? в $\frac{2}{3}$ мин?
- 5) 1) Сформулируйте основное свойство дроби и запишите его с помощью букв.
 На примере дроби $\frac{3}{4}$ расскажите, как дробь приводят к новому знаменателю (например, к знаменателю 20).
 2) Приведите дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 12; 15; 36.
 3) Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:
 а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{16}$; в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$.
- 6) 1) Можно ли сократить дробь $\frac{41}{100}$? Приведите свои примеры несократимых дробей.
 2) Сократите дробь: а) $\frac{8}{10}$; б) $\frac{12}{48}$; в) $\frac{75}{100}$; г) $\frac{100}{1000}$.
- 7) а) Выразите в метрах: 50 см, 55 см.
 б) Выразите в часах: 30 мин, 48 мин.
- 8) 1) Расскажите, как сравнивают дроби с одинаковыми знаменателями; с разными знаменателями.
 2) Сравните дроби:
 а) $\frac{8}{17}$ и $\frac{6}{17}$; б) $\frac{5}{8}$ и $\frac{4}{7}$; в) $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{100}$; г) $\frac{7}{10}$ и $\frac{10}{7}$.
- 9) Запишите в виде дроби частное двух натуральных чисел:
 а) 3 : 5; б) 20 : 25; в) $m : n$.

Глава 9

ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ

- СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ
- СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ
- УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ
- ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ
- НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ЦЕЛОГО И ЦЕЛОГО ПО ЕГО ЧАСТИ
- ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

ИНТЕРЕСНО

Математики древности высоко ценили умение оперировать дробями.

Вот как звучит одна старинная задача:

У Пифагора однажды спросили, сколько у него учеников. Он ответил: «Половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны природы, седьмая часть упражняет силу духа. Добавьте ещё к ним трёх юношей, из коих Теон самый способный».

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как складывают и вычитают дроби с одинаковыми знаменателями и с разными знаменателями



СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

При решении задач иногда приходится выполнять арифметические действия не только с натуральными числами, но и с дробями. Вот пример такой задачи: «На покупку волейбольных мячей истратили

$\frac{2}{5}$ всей имевшейся суммы, на покупку скакалок — четвёртую часть. Какая часть суммы осталась?» Чтобы ответить на вопрос задачи, надо уметь складывать и вычитать дроби.

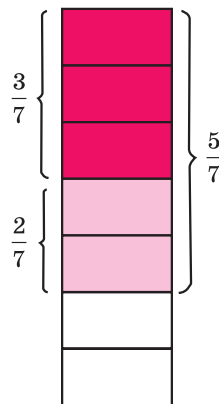
СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Найдём сумму

дробей $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{7}$. Для этого обратимся к рисунку 9.1.

На рисунке изображён прямоугольник, разделённый на 7 равных частей. Вы видите, что $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{7}$ прямоугольника вместе составляют $\frac{5}{7}$ данного прямоугольника.

Из этого примера понятно правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями.



9.1

Используя буквы, правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями можно записать так:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$



Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.

Приведём примеры сложения дробей на основе этого правила:

$$\frac{1}{9} + \frac{7}{9} = \frac{1+7}{9} = \frac{8}{9}; \quad \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

Вычитание дробей, как и натуральных чисел, определяется на основе действия сложения: вычтешь из одного числа другое — это значит найти такое число, которое при сложении с вычитаемым даёт уменьшаемое. Например:

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}, \text{ так как } \frac{7}{9} + \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

Правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями похоже на правило сложения таких дробей.

Чтобы найти разность дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя первой дроби вычесть числитель второй, а знаменатель оставить прежним.

Приведём примеры вычитания дробей:

$$\frac{13}{21} - \frac{8}{21} = \frac{13-8}{21} = \frac{5}{21}; \quad \frac{4}{15} - \frac{1}{15} = \frac{4-1}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}.$$

Если после выполнения действий получается сократимая дробь, то её обычно сокращают.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Если требуется найти сумму или разность дробей, знаменатели которых различны, то сначала их следует привести к общему знаменателю, а затем воспользоваться правилами сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

Например:

$$\frac{2^{(5)}}{3} + \frac{4^{(3)}}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15};$$

$$\frac{7^{(2)}}{12} - \frac{1^{(3)}}{8} = \frac{14}{24} - \frac{3}{24} = \frac{14-3}{24} = \frac{11}{24}.$$

Найдём значение выражения

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}.$$

Конечно, можно было бы последовательно выполнить два указанных действия — сначала сложить дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$, а затем из результата вычесть $\frac{3}{4}$.

Но мы воспользуемся более рациональным способом — приведём к наименьшему общему знаменателю сразу все три дроби. Получим

$$\frac{1^{(6)}}{2} + \frac{2^{(4)}}{3} - \frac{3^{(3)}}{4} = \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}.$$

Заметим, что для сложения и вычитания дробей выполняются те же свойства, что и для сложения и вычитания натуральных чисел.

С помощью букв правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями записывается так:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Цепочку вычислений можно записывать короче.

$$\frac{2^{(5)}}{3} + \frac{4^{(3)}}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$$

$$\frac{2^{(5)}}{3} + \frac{4^{(3)}}{5} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Сформулируйте правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями и запишите их в буквенном виде. Проиллюстрируйте эти правила на примерах суммы $\frac{3}{20} + \frac{7}{20}$ и разности $\frac{7}{20} - \frac{3}{20}$.

● Расскажите на примерах $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ и $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$, как складывают и вычитают дроби с разными знаменателями.

● Установите закономерность в ряду чисел $\frac{1}{17}, \frac{4}{17}, \frac{7}{17}, \dots$ и назовите три следующих числа.

УПРАЖНЕНИЯ

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ
С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

544

Найдите сумму или разность дробей и, если возможно, сократите результат:

а) $\frac{3}{11} + \frac{1}{11}$; в) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$; д) $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{4}{15}$;

б) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$; г) $\frac{19}{21} - \frac{4}{21}$; е) $\frac{57}{100} - \frac{17}{100}$.

545

Запишите дробь, которая дополняет до 1 данную дробь: $\frac{4}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

546

Приведите дроби к общему знаменателю и выполните действия:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;	б) $\frac{5}{8} + \frac{5}{24}$;	в) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$;	г) $\frac{3}{4} - \frac{1}{12}$;
$\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$;	$\frac{4}{5} + \frac{1}{6}$;	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;	$\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$;
$\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$;	$\frac{3}{20} + \frac{7}{25}$;	$\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$;	$\frac{9}{10} - \frac{3}{4}$.

547

Сравните значения выражений:

а) $\frac{7}{12} + \frac{1}{24}$ и $\frac{3}{7}$; б) $\frac{11}{15} + \frac{7}{30}$ и $\frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{16} + \frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10} + \frac{3}{8}$.

548

Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$; б) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{8}$; в) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

549

Найдите неизвестное число, обозначенное буквой:

а) $\frac{1}{2} + x = \frac{5}{6}$; б) $y - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$; в) $\frac{5}{6} - c = \frac{1}{3}$.

550

Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ и $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$;	в) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ и $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$;
б) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ и $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$;	г) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.

551

Какое из чисел больше: $\frac{19}{45}$ или $\frac{7}{15}$? На сколько?

552

Не выполняя сложения, сравните с числом 1 сумму:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$; в) $\frac{5}{6} + \frac{5}{9}$; г) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7}$.

Образец. Сравним с 1 сумму $\frac{1}{5} + \frac{2}{7}$. Каждое слагаемое меньше $\frac{1}{2}$. Значит, сумма $\frac{1}{5} + \frac{2}{7}$ меньше 1, т. е. верно неравенство $\frac{1}{5} + \frac{2}{7} < 1$.

553

Не выполняя сложения, сравните с числом 1 сумму:

а) $\frac{9}{10} + \frac{1}{100}$; б) $\frac{7}{8} + \frac{1}{6}$; в) $\frac{13}{14} + \frac{1}{15}$; г) $\frac{24}{25} + \frac{1}{4}$.

Образец. Сравним с 1 сумму $\frac{8}{9} + \frac{1}{7}$. Если к $\frac{8}{9}$ прибавить $\frac{1}{9}$, то получится 1. Но $\frac{1}{7} > \frac{1}{9}$, поэтому $\frac{8}{9} + \frac{1}{7} > 1$.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

554

Урок длится $\frac{2}{3}$ ч, перемена — $\frac{1}{6}$ ч. Какую часть часа делятся урок с переменной?

555

В одном пакете $\frac{2}{5}$ кг орехов, а в другом — на $\frac{1}{4}$ кг меньше. Сколько орехов в двух пакетах? Ответ выразите в граммах.

556

До остановки автобус ехал $\frac{5}{6}$ ч, а на оставшийся путь он затратил на $\frac{1}{3}$ ч меньше. Сколько времени занял весь маршрут, если на остановке автобус стоял $\frac{1}{4}$ ч? Ответ выразите в часах и минутах.

557

а) Рабочий может выполнить весь заказ за 3 ч, а ученик — за 7 ч. Какую часть заказа выполнит рабочий за 1 ч? Какую часть заказа выполнит ученик за 1 ч? Какую часть заказа они выполнят, работая вместе, за 1 ч?

б) Швея может выполнить заказ за 3 дня, а её ученица — за 6 дней. Какую часть заказа они могут выполнить за один день, работая вместе?

558

Для заполнения бассейна водой есть два водопроводных крана. Если включить один кран, то бассейн наполнится водой за 2 ч. Через другой кран вода течёт медленнее, и если включить только его, то бассейн наполнится за 3 ч. Какая часть бассейна останется незаполненной водой при одновременном включении на 1 ч двух кранов?

34

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какое число называют смешанной дробью
- Как складывают и вычитают смешанные дроби



целая часть

2 $\frac{2}{3}$

дробная часть

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Для записи дробных чисел, наряду с правильными и неправильными дробями, используют ещё и так называемые смешанные дроби.

СМЕШАННАЯ ДРОБЬ Решим задачу на знакомый сюжет: 8 яблок надо разделить поровну между тремя братьями. Сколько достанется каждому?

Разрежем каждое яблоко на три равные части и дадим братьям от каждого из восьми яблок по одной такой части. Тогда каждый получит $\frac{8}{3}$ яблока.

Разделим яблоки между братьями по-другому: дадим каждому по 2 яблока и ещё по $\frac{1}{3}$ от каждого из оставшихся. Тогда каждому достанется $2 + \frac{2}{3}$ яблока.

Для такого «комбинированного» числа, которое складывается из натурального числа и дроби, в математике есть специальное обозначение $2\frac{2}{3}$. Числа 2 и $\frac{2}{3}$ просто записывают рядом без знака «плюс». Такую запись называют **смешанной дробью**. Натуральное число называют **целой частью** смешанной дроби, а правильную дробь — её **дробной частью**. Читают смешанную дробь так: две целых и две третьих.

ВЫДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ИЗ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ

Решая задачу о братьях и яблоках, мы записали ответ двумя способами: в виде неправильной дроби $\frac{8}{3}$ и в виде смешанной дроби $2\frac{2}{3}$. Они обозначают одно и то же дробное число, т. е. $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$. Таким образом неправильная дробь представлена в виде смешанной. В таких случаях говорят, что *из неправильной дроби выделили целую часть*.

Пример 1. Выделим целую часть из дроби $\frac{158}{9}$.

Выясним, сколько раз знаменатель дроби содержится в числителе. Для этого разделим числитель на знаменатель. Частное равно 17 — это целая часть смешанной дроби; остаток равен 5 — это числитель дробной части. Таким образом,

$$\frac{158}{9} = 17 + \frac{5}{9} = 17\frac{5}{9}.$$

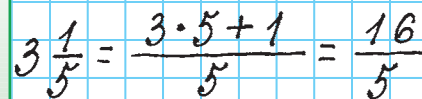
$$\begin{array}{r} 158 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 68 \\ \underline{63} \\ 5 \end{array}$$

При вычислениях приходится выполнять и обратное преобразование: *представлять смешанную дробь в виде неправильной дроби.*

Пример 2. Представим в виде дроби число $2\frac{1}{3}$.

Запишем число $2\frac{1}{3}$ в виде суммы натурального числа и дроби и преобразуем её, воспользовавшись правилом сложения дробей:

$$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{2^3}{1} + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}.$$



$$3\frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{16}{5}$$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ Складывать смешанные дроби легко. Нужно только помнить, что смешанная дробь — это сумма натурального числа и дроби.

Пример 3. Найдём сумму $2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5}$.

Сложим по отдельности целые и дробные части данных чисел:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} &= 2 + \frac{1}{3} + 3 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1^5}{3} + \frac{2^3}{5} = \\ &= 5 + \frac{5+6}{15} = 5 + \frac{11}{15} = 5\frac{11}{15}. \end{aligned}$$

Вычислять разности, в которых одно из чисел или оба являются смешанными дробями, труднее.

Пример 4. Найдём разность чисел $9\frac{2}{7}$ и $3\frac{5}{7}$.

Сначала вычтем из $9\frac{2}{7}$ целую часть числа $3\frac{5}{7}$.

Так как $9\frac{2}{7} - 3 = 6\frac{2}{7}$, то $9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 6\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$.

Чтобы из $6\frac{2}{7}$ вычесть $\frac{5}{7}$, «займём» единицу в целой части числа $6\frac{2}{7}$.

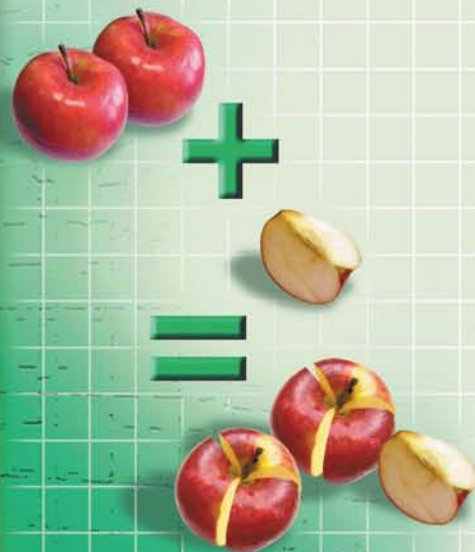
Так как $6\frac{2}{7} = 5 + 1 + \frac{2}{7} = 5 + \frac{9}{7}$,

то $6\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = (5 + \frac{9}{7}) - \frac{5}{7} = 5 + \frac{4}{7} = 5\frac{4}{7}$.

Итак, $9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 5\frac{4}{7}$.

Решение можно записать так:

$$9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 6\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = 5 + \frac{9}{7} - \frac{5}{7} = 5\frac{4}{7}.$$



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Прочитайте смешанную дробь $5\frac{3}{4}$ и назовите её целую и дробную части.

● На примере дроби $\frac{37}{12}$ покажите, как из неправильной дроби выделяют целую часть. Выполните обратное преобразование.

● На примере суммы $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$ расскажите, как складывают смешанные дроби.

● Объясните, как можно вычислить разность $2\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$.

УПРАЖНЕНИЯ

СМЕШАННЫЕ ДРОБИ

559

Прочитайте смешанную дробь, запишите её в виде суммы целой и дробной частей:

а) $1\frac{1}{2}$; б) $3\frac{2}{7}$; в) $5\frac{1}{9}$; г) $4\frac{2}{3}$; д) $2\frac{11}{22}$; е) $4\frac{2}{5}$.

560

Запишите сумму в виде смешанной дроби:

а) $3 + \frac{1}{2}$; б) $7 + \frac{1}{3}$; в) $12 + \frac{1}{11}$; г) $1 + \frac{2}{9}$.

561

Сравните дроби:

а) $3\frac{1}{2}$ и $4\frac{1}{3}$; б) $4\frac{3}{4}$ и $4\frac{1}{4}$; в) $5\frac{1}{4}$ и $5\frac{1}{3}$; г) $8\frac{2}{3}$ и $8\frac{2}{5}$.

562

Выразите в граммах:

а) $2\frac{1}{10}$ кг; б) $4\frac{1}{2}$ кг; в) $1\frac{3}{4}$ кг; г) $3\frac{2}{5}$ кг.

Образец. Выразим $3\frac{1}{5}$ кг в граммах.

3 кг = 3000 г, $\frac{1}{5}$ кг = 200 г. Значит, $3\frac{1}{5}$ кг = 3200 г.

ВЫДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ИЗ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ

563

Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

а) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{53}{6}$, $\frac{40}{9}$;
 б) $\frac{20}{8}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{28}{21}$, $\frac{40}{15}$, $\frac{56}{12}$, $\frac{42}{9}$, $\frac{22}{4}$, $\frac{50}{6}$.

564

Между какими последовательными натуральными числами заключено число:

а) $\frac{13}{4}$; б) $\frac{32}{5}$; в) $\frac{17}{6}$; г) $\frac{14}{3}$?

В каждом случае отметьте это число на координатной прямой.

565

Выполните сложение и представьте результат в виде смешанной дроби:

а) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8}$; б) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$; г) $\frac{4}{15} + \frac{17}{20}$; д) $\frac{15}{12} + \frac{11}{18}$.

566

Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

а) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{5}$, $2\frac{3}{4}$, $4\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{7}$; б) $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{5}$, $6\frac{1}{6}$, $3\frac{4}{9}$, $7\frac{3}{11}$, $5\frac{5}{12}$.

567

- а) Велосипедист проехал 23 км за 2 ч. Какова скорость велосипедиста?
 б) Пешеход прошёл 10 км со скоростью 4 км/ч. Сколько часов находился пешеход в пути?

568

Выразите в километрах:

- а) 2 км 400 м, 1 км 750 м, 3 км 250 м, 6 км 200 м;
 б) 3200 м, 1450 м, 5500 м, 20 300 м.

Образец. Выразим 3 км 500 м в километрах.

Так как $500 \text{ м} = \frac{1}{2} \text{ км}$, то $3 \text{ км } 500 \text{ м} = 3\frac{1}{2} \text{ км}$.

569

Выразите в часах:

- а) 2 ч 20 мин, 1 ч 30 мин, 3 ч 15 мин, 5 ч 24 мин;
 б) 90 мин, 250 мин, 180 мин, 165 мин.

СЛОЖЕНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Выполните сложение (№ 570–572):

570

а) $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$; в) $4\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$; г) $3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{7} + 5\frac{4}{7}$.

571

а) $\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6}$; в) $5\frac{5}{12} + 3\frac{2}{9}$; г) $2\frac{4}{9} + \frac{1}{6}$; д) $4\frac{3}{5} + 10\frac{1}{4}$.

572

а) $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$; б) $8\frac{3}{5} + 1\frac{9}{10}$; в) $\frac{7}{20} + 8\frac{3}{4}$; г) $3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{3}$; д) $12\frac{5}{6} + \frac{4}{15}$.

573

В среду уроки в 5 классе длились $3\frac{1}{3}$ ч, а перемены — $\frac{5}{6}$ ч. Сколько времени пятиклассники находились в школе? Выразите ответ сначала в часах, а затем в часах и минутах.

574

Сшили костюм. На юбку ушло $2\frac{1}{2}$ м ткани, а на жакет — на $\frac{3}{4}$ м ткани больше. Сколько ткани ушло на костюм?

575

От куска шёлковой ткани отрезали $6\frac{3}{5}$ м, потом ещё $3\frac{3}{10}$ м, после чего осталось $1\frac{1}{2}$ м. Сколько всего метров шёлка было в куске?

576

Запишите последовательность из 10 чисел, у которой первое число равно 1, а каждое следующее — на $\frac{1}{2}$ больше предыдущего. Найдите сумму членов этой последовательности.

577

Вычислите сумму, используя переместительное и сочетательное свойства сложения:

а) $2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4} + 4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2}$;

б) $1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{6} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$.

578

Не вычисляя сумму, сравните её с числом 10:

а) $9\frac{9}{10} + \frac{1}{100}$; б) $9\frac{3}{4} + \frac{1}{25}$; в) $9\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$; г) $4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3}$.

ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Выполните вычитание (№ 579–584):

579

а) $1 - \frac{1}{3}$; в) $1 - \frac{11}{20}$; д) $4 - \frac{1}{9}$; ж) $6 - \frac{3}{7}$;

б) $1 - \frac{3}{4}$; г) $3 - \frac{1}{2}$; е) $5 - \frac{2}{5}$; з) $8 - \frac{2}{3}$.

Образец. $4 - \frac{5}{6} = 3 + 1 - \frac{5}{6} = 3 + \frac{1}{6} = 3\frac{1}{6}$.

580

а) $5\frac{2}{3} - 4$; в) $5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$; д) $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$;

б) $12\frac{1}{4} - 9$; г) $10\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$; е) $7\frac{4}{9} - 1\frac{1}{9}$.

581

а) $5 - 2\frac{1}{2}$; в) $7 - 5\frac{3}{7}$; д) $4 - 2\frac{3}{5}$;

б) $6 - 3\frac{2}{5}$; г) $8 - 3\frac{3}{4}$; е) $7 - 1\frac{2}{3}$.

Образец. $6 - 2\frac{1}{2} = 4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$.

582

а) $5\frac{2}{6} - \frac{5}{6}$; в) $4\frac{5}{9} - \frac{8}{9}$; д) $6\frac{3}{7} - 5\frac{5}{7}$;

б) $2\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$; г) $3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{12}$; е) $4\frac{1}{8} - 3\frac{5}{8}$.

Указание. Используйте в качестве образца пример 4 (с. 161).

583

а) $1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$; в) $1\frac{1}{8} - \frac{1}{4}$; г) $1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$; д) $2\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$.

Подсказка. Сделайте так, чтобы знаменатели дробей были одинаковыми.

584

а) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$; б) $4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{10}$; в) $7\frac{1}{9} - 4\frac{1}{3}$; г) $2\frac{2}{7} - 1\frac{3}{5}$; д) $6\frac{1}{4} - 3\frac{2}{5}$.

585

а) Из $7\frac{1}{2}$ т картофеля магазин продал $3\frac{1}{4}$ т. Сколько тонн картофеля осталось?

б) В куске было $10\frac{3}{4}$ м материи. Израсходовали на платье $8\frac{1}{2}$ м. Сколько метров материи осталось в куске?

586

От куска проволоки длиной $5\frac{1}{2}$ м отрезали $2\frac{7}{10}$ м проволоки. Сколько метров проволоки осталось? Какой кусок длиннее: отрезанный или оставшийся? На сколько?

587

а) Найдите скорость лодки по течению реки и против течения, если её собственная скорость 8 км/ч, а скорость течения реки $1\frac{1}{2}$ км/ч.

б) Скорость лодки по течению реки равна $17\frac{1}{2}$ км/ч, а скорость течения реки равна $2\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорость лодки против течения реки.

588

По какому правилу составлена последовательность чисел? Запишите три следующих числа этой последовательности. Найдите сумму всех шести записанных чисел:

а) $5, 4\frac{2}{3}, 4\frac{1}{3}, \dots$; б) $3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}, \dots$.

589

Вычислите $1 - \frac{1}{2}$, $2 - \frac{1}{3}$, $3 - \frac{1}{4}$, $4 - \frac{1}{5}$, Продолжите эту цепочку разностей, записав ещё три выражения. Чему равна 100-я разность?

590

Запишите две какие-нибудь смешанные дроби, удовлетворяющие условию:

1) сумма этих дробей равна натуральному числу;

2) одна дробь больше другой на $1\frac{3}{7}$.

591

Составьте все возможные суммы и разности из чисел $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$. Найдите их значения.

УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

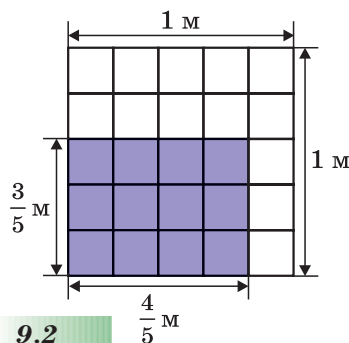
ВЫ УЗНАЕТЕ

- Как умножают дробь на дробь
- Как умножают дробь на натуральное число, на смешанную дробь.



Вы знаете, что площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон. Если стороны прямоугольника равны $\frac{3}{5}$ м и $\frac{4}{5}$ м, то его площадь должна быть равна $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5}$ (м²). Чтобы вычислить произведение $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5}$, надо знать, как умножают дроби.

ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ ДРОБЕЙ Найдём площадь прямоугольника со сторонами $\frac{3}{5}$ м и $\frac{4}{5}$ м, опираясь на геометрические соображения.



На рисунке 9.2 изображён квадрат со стороной 1 м. Стороны этого квадрата разделены на 5 равных частей, квадрат разбит на 25 равных квадратов. Площадь большого квадрата равна 1 м²; значит, площадь каждого маленького квадрата составляет $\frac{1}{25}$ м².

На рисунке цветом выделен прямоугольник со сторонами $\frac{3}{5}$ м и $\frac{4}{5}$ м. Он состоит из 12 маленьких квадратов. Значит, площадь прямоугольника равна $\frac{12}{25}$ м².

Дробь $\frac{12}{25}$ и есть произведение дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$, т. е.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{25}.$$

А как же дробь $\frac{12}{25}$ получается из исходных? Ответ очевиден: так как $12 = 3 \cdot 4$, а $25 = 5 \cdot 5$, то

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5}.$$

Проведённое рассуждение подсказывает нам правило умножения дробей:

С помощью букв правило умножения дробей можно записать так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и их знаменатели и первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем.



Чтобы вычисления были проще, числители и знаменатели дробей нужно перемножать не сразу, а лишь после сокращения на общие множители (если, конечно, это возможно).

Для дробей, как и для натуральных чисел, справедливы переместительное и сочетательное свойства умножения, а также распределительное свойство умножения относительно сложения.

УМНОЖЕНИЕ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО И СМЕШАННУЮ ДРОБЬ

Пользуясь сформулированным правилом, можно умножать дробь на натуральное число, на смешанную дробь, а также перемножать смешанные дроби. Для этого нужно натуральное число и смешанную дробь записать в виде неправильной дроби.

Пример 1. Вычислим произведение $\frac{3}{7} \cdot 2$.

Представим натуральное число 2 в виде дроби со знаменателем, равным 1, тогда можно будет воспользоваться правилом умножения дробей:

$$\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}.$$

Пример 2. Найдём произведение $3\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9}$.

Представим смешанную дробь в виде неправильной дроби и затем применим правило умножения дробей:

$$3\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{9} = \frac{7 \cdot \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{2} \cdot 9} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}.$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ Задачи, которые вы раньше решали умножением, решаются умножением и в том случае, если они содержат дробные данные.

Задача. Человек шёл со скоростью $4\frac{1}{2}$ км/ч. Какое расстояние он прошёл за $\frac{2}{3}$ ч?

Если бы человек шёл, например, 2 ч со скоростью 4 км/ч, то он прошёл бы $4 \cdot 2$ (км). Так же следует поступить и в данном случае — умножить скорость на время:

$$4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{2} \cdot \frac{2}{3} = 3 \text{ (км)}.$$

Ответ: 3 км.

$$\frac{5}{14} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{14} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{10} \cdot 2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{5}{10} \cdot 1} = \frac{3}{5}$$

$$6 \cdot 1\frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{7}{4} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \overset{7}{\cancel{4}}}{\underset{2}{4} \cdot 2} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сформулируйте правило умножения дроби на дробь и проиллюстрируйте его примером. Запишите это правило с помощью букв.
- Покажите на примере, как можно умножить дробь на натуральное число.
- На примере умножения чисел $2\frac{2}{5}$ и $1\frac{7}{8}$ расскажите, как выполняют умножение смешанных дробей.

УПРАЖНЕНИЯ

УМНОЖЕНИЕ ДРОБИ НА ДРОБЬ

Вычислите (№ 592–594):



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

592

а) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}$; б) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6}$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$; г) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{5}$; д) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$.

593

а) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$; б) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{5}$; в) $\frac{9}{2} \cdot \frac{2}{9}$; г) $\frac{8}{21} \cdot \frac{7}{10}$; д) $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28}$.

594

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$; в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$; д) $\frac{4}{7} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{3}{5}$;
б) $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{27} \cdot \frac{15}{16}$; г) $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11}$; е) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{24}{25}$.

УМНОЖЕНИЕ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО И НА СМЕШАННУЮ ДРОБЬ

Вычислите (№ 595–597):

595

а) $\frac{3}{7} \cdot 2$; б) $3 \cdot \frac{1}{6}$; в) $9 \cdot \frac{5}{6}$; г) $\frac{2}{5} \cdot 15$; д) $\frac{1}{4} \cdot 4$; е) $5 \cdot \frac{1}{5}$.

596

а) $2 \frac{1}{3} \cdot 2$; б) $4 \cdot 1 \frac{1}{2}$; в) $1 \frac{1}{3} \cdot 9$; г) $\frac{3}{7} \cdot 2 \frac{1}{3}$; д) $1 \frac{1}{3} \cdot 1 \frac{1}{2}$.

597

а) $12 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{3}{4} \cdot 4 \frac{1}{5}$; б) $3 \cdot 5 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{1}{7} \cdot 5 \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{11}$.

598

Найдите значение степени:

а) $\left(\frac{2}{9}\right)^2$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; в) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; г) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$; д) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; е) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

599

В числовой последовательности первое число равно $\frac{2}{9}$, а каждое следующее в $1\frac{1}{2}$ раза больше предыдущего. Запишите первые пять чисел этой последовательности.

РАЗНЫЕ ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ

Найдите значение выражения (№ 600–602):

600

а) $\frac{14}{15} \cdot \frac{10}{49} + 5 \frac{3}{7}$; б) $1 \frac{3}{11} - \frac{27}{44} \cdot \frac{4}{9}$; в) $1 \frac{2}{3} + \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$.

601

а) $\left(1 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right)$; б) $14 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$; в) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}$.

602

$$\text{а) } \left(\frac{18}{25} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{25}{33}; \quad \text{б) } \frac{3}{8} \cdot 5 + 4 \frac{1}{6} \cdot 2 \frac{1}{10} - \frac{9}{20} \cdot 6.$$

603

Найдите произведение:

$$\text{а) } 3 \frac{3}{8} \cdot 2; \quad \text{б) } 10 \frac{3}{8} \cdot 9; \quad \text{в) } 12 \frac{3}{8} \cdot 5; \quad \text{г) } 11 \frac{3}{8} \cdot 10.$$

$$\text{Образец. } 3 \frac{1}{4} \cdot 2 = \left(3 + \frac{1}{4}\right) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 = 6 + \frac{1}{2} = 6 \frac{1}{2}.$$

604

Вычислите значение выражения (попытайтесь найти рациональное решение):

$$\text{а) } 1 \frac{1}{12} \cdot 1 \frac{1}{13} \cdot 1 \frac{1}{14} \cdot 1 \frac{1}{15} \cdot 1 \frac{1}{16} \cdot 1 \frac{1}{17}; \quad \text{б) } 4 \frac{3}{7} \cdot 8 \frac{4}{9} - 4 \frac{3}{7} \cdot 6 \frac{4}{9}.$$

605

Значение какого из трёх данных выражений наименьшее:

$$1 - \frac{1}{100}, \quad 1 - \left(\frac{1}{100}\right)^2, \quad \left(1 - \frac{1}{100}\right)^2?$$

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

606

В одном часе 60 мин. Сколько минут:

$$\text{а) в } 2 \frac{1}{2} \text{ ч;} \quad \text{б) в } 3 \frac{5}{6} \text{ ч;} \quad \text{в) в } 1 \frac{3}{4} \text{ ч;} \quad \text{г) в } 4 \frac{2}{3} \text{ ч?}$$

607

В одном килограмме 1000 г. Сколько граммов:

$$\text{а) в } 5 \frac{2}{5} \text{ кг;} \quad \text{б) в } 2 \frac{3}{10} \text{ кг;} \quad \text{в) в } 4 \frac{1}{4} \text{ кг;} \quad \text{г) в } 3 \frac{7}{20} \text{ кг?}$$

608

Кассир работает ежедневно $7 \frac{1}{2}$ ч. Сколько часов в неделю он работает при пятидневной рабочей неделе?

609

Масса дыни 5 кг, а масса арбуза в полтора раза больше. На сколько килограммов масса арбуза больше массы дыни?

610

Из посёлка Сосенки в деревню Ельники выехал велосипедист со скоростью 9 км/ч. Одновременно навстречу ему из деревни Ельники выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 40 мин, если расстояние между посёлком и деревней составляет 20 км? А через 50 мин?

611

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

(Отвечая на вопросы 1 и 2, поэкспериментируйте с числами.)

- 1) Известно, что $t > 1$. Сравните числа: t и t^2 ; t^2 и t^3 .
- 2) Известно, что $t < 1$. Сравните числа: t и t^2 ; t^2 и t^3 .
- 3) Как меняется число при возведении его в степень, если оно больше 1? меньше 1?
- 4) Сравните t^{20} и t^{30} , если: а) $t > 1$; б) $t < 1$.

ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какие дроби называют взаимно обратными
- Правило деления дроби на дробь

Если вы умеете умножать дроби, то легко научитесь их делить. Дело в том, что деление дробей сводится к умножению. Но прежде вам нужно будет познакомиться с новым понятием — дробь, обратная данной.

ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ДРОБИ Возьмём дробь $\frac{2}{3}$ и «перевернём» её, поменяв местами числитель и знаменатель. Получим дробь $\frac{3}{2}$. Эту дробь называют **обратной** дроби $\frac{2}{3}$.

Если мы теперь «перевернём» дробь $\frac{3}{2}$, то получим исходную дробь $\frac{2}{3}$. Поэтому такие дроби, как $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$, называют **взаимно обратными**.

Взаимно обратными являются, например, дроби $\frac{6}{5}$ и $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{18}$ и $\frac{18}{7}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{5}{1}$ (вы помните, конечно, что дробь $\frac{5}{1}$ — это другая запись числа 5).

Рассмотрим произведения взаимно обратных дробей:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1, \quad \frac{7}{18} \cdot \frac{18}{7} = 1, \quad \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{1} = 1.$$

Эти примеры подсказывают, что взаимно обратные дроби обладают следующим свойством:

С помощью букв свойство взаимно обратных дробей можно записать так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1.$$

! Произведение взаимно обратных дробей равно 1.

ПРАВИЛО ДЕЛЕНИЯ ДРОБЕЙ Покажем, что деление дробей можно свести к умножению.

Пусть, например, нужно вычислить частное дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{12}$. Запишем это неизвестное пока нам частное в виде дроби $\frac{m}{n}$, т. е. будем считать, что $\frac{2}{3} : \frac{7}{12} = \frac{m}{n}$. Так как делимое должно равняться частному, умноженному на делитель, то $\frac{m}{n} \cdot \frac{7}{12} = \frac{2}{3}$.

Умножим обе части последнего равенства на дробь, обратную $\frac{7}{12}$, т. е. на $\frac{12}{7}$:

$$\left(\frac{m}{n} \cdot \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{12}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{7}; \quad \frac{m}{n} \cdot \left(\frac{7}{12} \cdot \frac{12}{7}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{7};$$

$$\frac{m}{n} = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{7}.$$

Отсюда понятно правило деления дроби на дробь:

Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно делимое умножить на дробь, обратную делителю.

Пример 1. $\frac{8}{15} : \frac{4}{9} = \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{4} = \frac{8^2 \cdot 9^3}{15 \cdot 4} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$

Если делимое или делитель является натуральным числом или смешанной дробью, то, для того чтобы воспользоваться правилом деления дробей, его надо предварительно представить в виде неправильной дроби.

Пример 2. $2 : \frac{3}{4} = \frac{2}{1} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}.$

Пример 3. $5\frac{5}{6} : 3\frac{1}{2} = \frac{35}{6} : \frac{7}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{2}{7} = \frac{35^5 \cdot 2^1}{6 \cdot 7} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}.$



При делении дробей выполняются известные свойства, связанные с нулём и единицей. И помните, на 0 по-прежнему делить нельзя!

С помощью букв правило деления дробей можно записать так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

$$5\frac{1}{3} : 8 = \frac{16}{3} : \frac{8}{1} =$$

$$= \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{16^2 \cdot 1}{3 \cdot 8} = \frac{2}{3}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Назовите дробь, обратную дроби $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{10}{1}$.

● Каким свойством обладают взаимно обратные дроби? Проиллюстрируйте это свойство на примере.

● Сформулируйте правило деления дроби на дробь. Разделите

$$\frac{7}{8} \text{ на } \frac{8}{9}.$$

● Объясните на примерах $3\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ и $\frac{5}{6} : 15$, как выполняют деление, если делимое или делитель выражены смешанной дробью или натуральным числом.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ Задачи, которые вы раньше решали делением, решаются делением и в том случае, если они содержат дробные данные.

Задача. Велосипедист проехал 9 км за $\frac{3}{4}$ ч. С какой скоростью он ехал?

Если бы велосипедист проехал, например, 20 км за 2 ч, то его скорость равнялась бы $20 : 2 = 10$ (км/ч). Так же следует поступить и в данном случае — разделить расстояние на время:

$$9 : \frac{3}{4} = \frac{9 \cdot 4}{3} = 12 \text{ (км/ч)}.$$

УПРАЖНЕНИЯ

ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ДРОБИ



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

612

Укажите дробь, обратную данной:

а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{7}{9}$; в) $\frac{12}{5}$; г) $\frac{9}{4}$; д) $\frac{1}{3}$; е) $\frac{m}{n}$.

613

Найдите произведение:

а) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3}$; б) $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{8}$; в) $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$.



$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

Выполните деление (№ 614–617):

614

а) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$; б) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$; в) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; г) $\frac{4}{9} : \frac{8}{9}$; д) $\frac{5}{6} : \frac{7}{12}$.

615

а) $2 : \frac{1}{7}$; б) $4 : \frac{2}{3}$; в) $3 : \frac{1}{2}$; г) $1 : \frac{2}{7}$; д) $1 : \frac{1}{4}$.

616

а) $\frac{4}{9} : 2$; б) $\frac{5}{7} : 3$; в) $\frac{10}{21} : 5$; г) $\frac{2}{3} : 4$; д) $\frac{9}{10} : 3$.

617

а) $\frac{1}{4} : 3\frac{1}{2}$; б) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$; в) $10\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$; г) $5\frac{1}{2} : 3\frac{2}{3}$; д) $3\frac{3}{5} : 6\frac{3}{4}$.

Найдите значение выражения (№ 618–619):

618

а) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{24} : 1\frac{1}{14}$; б) $25 \cdot \frac{7}{15} : \frac{7}{9}$; в) $\frac{7}{18} : \frac{20}{21} : \frac{5}{12}$; г) $\frac{5}{9} \cdot 2\frac{1}{4} : 20$.

619

а) $14 : 42$; б) $2 : 3 : 5$; в) $2 : 8 \cdot 3$; г) $100 \cdot 6 : 40$; д) $5 : 15 \cdot 3$.

620

а) Отрезок длиной $3\frac{3}{4}$ дм разделили на 5 равных частей. Какова длина одной части?

б) Ленту длиной 14 м разрезали на 4 равные части. Какова длина одной части?

621

Сколько порций получится, если трёхкилограммовый пирог разрезать на порции:

а) по $\frac{1}{5}$ кг; б) по $\frac{1}{4}$ кг; в) по $\frac{1}{8}$ кг?

622

В мешке $5\frac{1}{2}$ кг семян травы. Все семена надо разложить в пакеты, по $\frac{1}{4}$ кг в каждый. Сколько потребуется пакетов?

623

Расфасовали $4\frac{1}{2}$ кг конфет в упаковки, по $\frac{1}{2}$ кг в каждую. Сколько получилось таких упаковок конфет?

624

В чайнике $2\frac{1}{5}$ л воды. В каждую чашку хотят налить $\frac{1}{4}$ л воды. Сколько полных чашек получится?

625

Мама сварила 2 кг варенья и хочет разложить его в баночки, каждая из которых вмещает $\frac{3}{10}$ кг варенья. Сколько таких баночек потребуется?

626

а) За $\frac{2}{3}$ ч автомобиль прошёл $40\frac{1}{2}$ км. Найдите скорость автомобиля.

б) Скорость велосипедиста $10\frac{1}{2}$ км/ч. За какое время он проедет 7 км?

в) За $2\frac{2}{3}$ ч велосипедист проехал 24 км. За какое время он проедет 30 км?

627

а) Площадь комнаты прямоугольной формы $19\frac{1}{4}$ м², длина одной из её сторон $5\frac{1}{2}$ м. Найдите длину другой её стороны.

б) Площадь спортивного зала прямоугольной формы 132 м², длина меньшей его стороны равна $10\frac{1}{2}$ м. Найдите длину большей его стороны.

628

Какую часть стены маляр красит за 1 ч, если всю стену он покрасит:

а) за 3 ч;

б) за $3\frac{3}{5}$ ч;

в) за $1\frac{1}{2}$ ч?

629

Найдите неизвестное число:

а) $\frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{6}$;

в) $\frac{2}{3} \cdot x = 1$;

д) $x \cdot 6 = 4$;

б) $\frac{2}{5} \cdot x = 1\frac{1}{5}$;

г) $x \cdot 6 = \frac{1}{5}$;

е) $3 \cdot x = \frac{1}{3}$.

РАЗНЫЕ ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ

Найдите значение выражения (№ 630–633):

630

а) $\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) : \frac{8}{9}$; б) $\frac{2}{3} : \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{15}\right)$; в) $10 : \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$; г) $\left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) : 3$.

631

а) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$; б) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{5}{6}\right)$; в) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) : \frac{4}{5}$.

632

а) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 3 + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{9}$; б) $\left(1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{10}\right) : \frac{1}{2} + \left(6\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3}\right) : 1\frac{1}{6}$.

633

а) $\left(\frac{7}{15} + \frac{7}{30} + \frac{4}{5}\right) : \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$; б) $17 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$.

634

Сравните значения выражений, не выполняя вычислений:

а) $999 \cdot \frac{3}{4}$ и $999 : \frac{3}{4}$; б) $\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{8}$ и $\frac{5}{7} : 1\frac{1}{8}$; в) $\frac{20}{9}$ и $\left(\frac{20}{9}\right)^2$.

635

Составьте все возможные частные из чисел $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$. Найдите их значения.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

636

В детский сад привезли 36 кг яблок, груш — в полтора раза меньше, чем яблок, а слив — в полтора раза меньше, чем груш. Сколько всего килограммов фруктов привезли в детский сад?

637

Скорость электрички 50 км/ч. На своём маршруте она должна пройти три перегона длиной 12 км, 15 км и 18 км, сделав при этом две остановки по $\frac{1}{20}$ ч. Сколько потребуется времени на весь маршрут?

638

Расстояние от A до B равно 110 км. На путь из пункта A в пункт B автомобиль затратил $1\frac{2}{3}$ ч, а на обратный путь — на 10 мин больше. Определите скорость автомобиля в каждом направлении.

639

а) Расстояние между пунктами A и B равно 20 км. Из пункта A вышел турист со скоростью 4 км/ч. Из пункта B одновременно навстречу ему выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Через какое время они встретятся?

б) Собственная скорость теплохода 30 км/ч, скорость течения реки $4\frac{1}{2}$ км/ч. За какое время теплоход преодолеет 23 км по течению реки?

в) Расстояние между причалами 27 км. Сколько времени затратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость лодки 12 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

640

В двух корзинах 32 кг яблок, причём в одной из них яблок в 4 раза меньше, чем в другой. Сколько килограммов яблок в каждой корзине?

641

Повесть из 270 страниц решили напечатать в трёх номерах журнала, причём во второй номер поместили часть повести, в $1\frac{1}{2}$ раза большую, чем в первый номер, а в третий — в 2 раза большую, чем в первый. Сколько страниц повести было напечатано в каждом номере журнала?

642

Выполняя домашнюю работу, Толя заметил время, которое ушло на приготовление каждого урока: на работу с картой, на решение задачи, на заучивание стихотворения. Используя полученные данные, он составил две задачи. Решите их и попробуйте сами составить задачи, используя свои данные.

1) Задания по географии и по математике ученик выполнял $\frac{1}{4}$ ч, причём работа с картой заняла на $\frac{1}{20}$ ч меньше, чем решение задачи. Сколько времени потребовалось на каждое задание?

2) На работу с картой и заучивание стихотворения ученик затратил $\frac{2}{5}$ ч, причём времени на заучивание стихотворения ушло в 3 раза больше, чем на работу с картой. Сколько времени заняло каждое задание?

643

От причала вниз по реке отплыл плот. Ниже по течению реки на расстоянии 17 км от первого причала находится второй. От него навстречу плоту через $\frac{2}{3}$ ч после отплытия плота отправляется теплоход. Через какое время после своего отплытия плот встретится с теплоходом, если собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, а скорость течения реки равна 3 км/ч?

644

Расстояние между пунктами A и B равно 20 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два туриста. Один шёл со скоростью $4\frac{1}{2}$ км/ч, другой — со скоростью $5\frac{1}{2}$ км/ч. Встретившись, туристы продолжали идти в своём направлении. Через какое время после начала движения расстояние между ними было равным 4 км? (Рассмотрите два случая.)

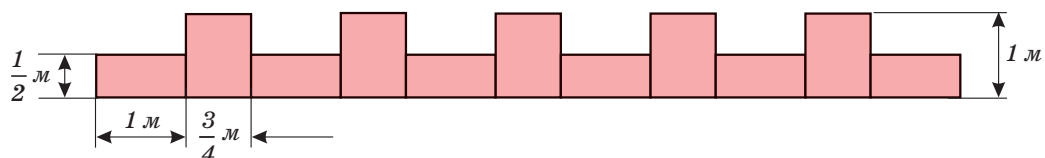
645

Два курьера идут навстречу друг другу и в пути встречаются. Через $\frac{5}{12}$ ч после их встречи расстояние между ними стало равным $3\frac{3}{4}$ км. С какой скоростью движется первый курьер, если скорость второго $3\frac{1}{2}$ км/ч?

646

Для проведения выставки собак была построена трибуна, передняя стенка которой изображена на рисунке 9.3. Эту стенку нужно покрасить. Сколько банок с краской надо купить, если известно, что одной банки хватает на покраску $1\frac{1}{2}$ м²?

9.3

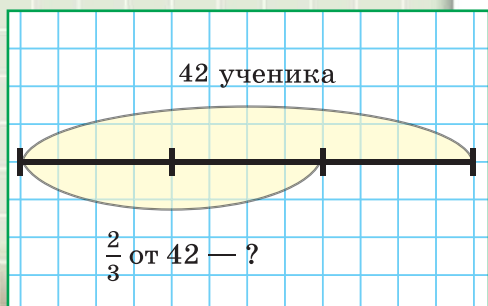


37

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Приёмы решения двух видов задач «на дроби»

9.4



НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ЦЕЛОГО И ЦЕЛОГО ПО ЕГО ЧАСТИ

Как вы знаете, дроби в математике используются для того, чтобы кратко обозначать часть величины, которая рассматривается. Если речь идёт о части, то обязательно есть и целое — то, от чего берётся соответствующая часть. Зная целое, нужно уметь найти его часть, указанную соответствующей дробью, и, наоборот, по известной части «восстанавливать» целое.

НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ЦЕЛОГО

Задача 1. В пятых классах учатся 42 ученика, $\frac{2}{3}$ из них приняли участие в различных олимпиадах. Сколько человек участвовало в олимпиадах?

Здесь задано целое — это число 42. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти $\frac{2}{3}$ от этого числа (рис. 9.4).

Сначала найдём $\frac{1}{3}$ от 42. Для этого разделим 42 на 3: $42 : 3 = 14$.

Чтобы найти $\frac{2}{3}$ от 42, умножим 14 на 2: $14 \cdot 2 = 28$.

Таким образом, в олимпиадах участвовало 28 пятиклассников.

Мы решили задачу с помощью рассуждений, опираясь на смысл дроби $\frac{2}{3}$. Однако тот же результат получится,

если число 42 умножить на дробь $\frac{2}{3}$. В самом деле,

$$42 \cdot \frac{2}{3} = \frac{14 \cancel{42} \cdot 2}{1 \cancel{3}} = 28.$$

Вообще, если требуется найти часть от целого, заданного некоторым числом, можно пользоваться следующим правилом:

Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, нужно это число умножить на данную дробь.

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕЛОГО ПО ЕГО ЧАСТИ

Задача 2. Известно, что в различных олимпиадах приняли участие 28 пятиклассников, что составило $\frac{2}{3}$ всех учащихся пятых классов. Сколько пятиклассников в школе?



Сюжет тот же, а задача совсем другая, и решается она иначе.

Теперь известна часть целого — число 28; этой части соответствует дробь $\frac{2}{3}$. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно по дроби $\frac{2}{3}$ найти неизвестное целое (рис. 9.5).

Так как 28 — это $\frac{2}{3}$ всех пятиклассников, то $\frac{1}{3}$ — это $28 : 2 = 14$.

А всё целое — это $\frac{3}{3}$, и оно равно $14 \cdot 3 = 42$.

Итак, всего в школе 42 пятиклассника.

Но, как и при решении первой задачи, ответ можно получить другим способом, воспользовавшись соответствующим правилом действия с дробями. В самом деле, разделив число 28 на дробь $\frac{2}{3}$, получим тот же результат:

$$28 : \frac{2}{3} = 28 \cdot \frac{3}{2} = \frac{14 \cdot 28 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 42.$$

Вообще, если требуется по части найти целое, можно пользоваться следующим правилом:

Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, нужно разделить на эту дробь число, ей соответствующее.

Задача 3. Оля истратила треть имевшейся у неё суммы денег, а потом ещё 100 р. В итоге она истратила половину суммы. Сколько денег было у Оли первоначально?

Эта задача потруднее, и, чтобы разобраться в её условии, обратимся к рисунку 9.6.

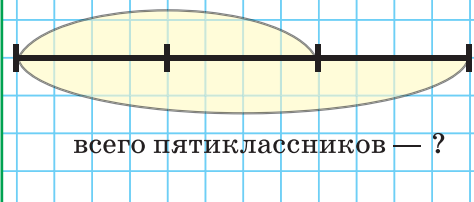
Сначала узнаем, какую часть всей суммы составляют 100 р.:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Теперь мы знаем, что 100 р. — это $\frac{1}{6}$ всей суммы. И чтобы ответить на вопрос задачи, нужно найти целое по его части, т. е. 100 р. разделить на $\frac{1}{6}$ или попросту 100 р. умножить на 6.

Получим, что у Оли было 600 р.

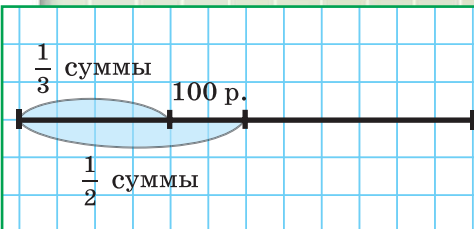
$\frac{2}{3}$ пятиклассников —
это 28 учащихся



9.5

9.6

$\frac{1}{3}$ суммы
100 р.
 $\frac{1}{2}$ суммы



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сформулируйте правило нахождения части от числа. Определите, сколько минут в $\frac{5}{12}$ ч.
- Сформулируйте правило нахождения целого по его части. Определите, сколько литров воды помещается в ведре, если 9 л составляют $\frac{3}{4}$ его вместимости.

УПРАЖНЕНИЯ

НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ЦЕЛОГО

647

а) В классе 32 ученика, $\frac{3}{4}$ из них приняли участие в лыжной гонке. Сколько учеников участвовало в лыжной гонке?

б) Велосипедисты за три дня проехали 144 км. В первый день они проехали $\frac{1}{3}$ всего пути, а во второй — $\frac{5}{12}$ всего пути. Сколько километров они проехали в третий день?

648

а) Ребята заработали 3500 р. На подарки к Новому году для детей подшефного детского сада они потратили $\frac{5}{7}$ всех денег. Сколько денег осталось?

Образец.

Способ 1.

$$1) 3500 \cdot \frac{5}{7} = 2500 \text{ (р.) — столько денег потратили.}$$

$$2) 3500 - 2500 = 1000 \text{ (р.) — столько денег осталось.}$$

Способ 2.

$$1) 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \text{ — такая часть денег осталась.}$$

$$2) 3500 \cdot \frac{2}{7} = 1000 \text{ (р.) — столько денег осталось.}$$

б) В тетради 24 страницы. В ней уже исписаны $\frac{5}{8}$ всех страниц. Сколько в тетради чистых страниц?

649

а) В драмкружке занимается несколько мальчиков и 24 девочки. Число всех мальчиков составляет $\frac{3}{8}$ числа девочек. Сколько всего учащихся занимается в драмкружке?

б) Фильм длится 80 мин. При трансляции по телевидению фильм прерывается рекламой, длительность которой составляет $\frac{3}{40}$ длительности фильма. Сколько времени займёт трансляция фильма (вместе с рекламой) по телевидению?

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕЛОГО ПО ЕГО ЧАСТИ

650

Сыну 10 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Сколько лет отцу?

651

а) На пути от дома к озеру Фёдор встретил друга. Они вместе прошли оставшиеся 300 м, что составило $\frac{2}{5}$ расстояния от дома Фёдора до озера. На каком расстоянии от дома Фёдора находится озеро?

б) До обеда продали 900 кг арбузов, что составило $\frac{8}{15}$ всех привезённых для продажи арбузов. Сколько килограммов арбузов привезли для продажи?

652

а) В сборнике фантастики две повести. Первая занимает 35 страниц, а вторая — $\frac{2}{7}$ книги. Сколько всего страниц в книге?

б) Автомобиль едет из Старицы в Тверь. Проехав 36 км, автомобиль сделал остановку, и после этого ему осталось проехать $\frac{2}{5}$ всего пути. Чему равна длина всего пути от Старицы до Твери?

РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

653

а) Тане на приобретение школьных принадлежностей дали 1000 р. На тетради она истратила $\frac{1}{5}$ этой суммы, а на учебники — $\frac{3}{4}$ остатка. Сколько рублей осталось?

б) Туристы за три дня прошли 48 км. В первый день они прошли $\frac{1}{4}$ всего расстояния, а во второй день — $\frac{5}{9}$ остатка. Сколько километров они прошли в третий день?

654

При подготовке к диктанту по английскому языку Оля выучила четверть всех слов, заданных учителем. Если бы она выучила ещё 4 слова, то была бы выучена треть всех слов. Сколько всего слов надо было выучить Оле?

655

Перед началом футбольного матча продавец продал $\frac{1}{2}$ пирожков, а в перерыве — ещё 15 штук. После этого у него осталось $\frac{2}{7}$ того количества пирожков, которые он принёс для продажи. Сколько пирожков было у него вначале?

656

Туристы прошли свой маршрут за два дня. В первый день они прошли $\frac{3}{10}$ маршрута и ещё $4\frac{1}{2}$ км, во второй день — $\frac{3}{5}$ маршрута и оставшиеся $5\frac{1}{2}$ км. Какова длина маршрута?

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Какой приём используют при решении задач на совместную работу

ЗАДАЧИ
НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

Вам уже встречались так называемые задачи на совместную работу. Теперь вы познакомитесь с этими задачами более основательно и, главное, узнаете общий приём их решения.

РЕШАЕМ ЗНАКОМУЮ ЗАДАЧУ «Библиотеке надо переплести 900 книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, а вторая — за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу мастерские, если будут работать вместе?»

Решение.

1) $900 : 10 = 90$ (кн.) — столько книг может переплести за один день первая мастерская;

2) $900 : 15 = 60$ (кн.) — столько книг может переплести за один день вторая мастерская;

3) $90 + 60 = 150$ (кн.) — столько книг переплетут за один день две мастерские, если будут работать вместе;

4) $900 : 150 = 6$ (дн.) — за столько дней переплетут книги мастерские при совместной работе.

Ответ: за 6 дней.

Поменяем теперь в задаче первое условие: будем считать, что библиотеке надо переплести не 900, а 1200 книг, а остальные условия оставим прежними.

Решим задачу с изменённым условием:

1) $1200 : 10 = 120$ (кн.);

2) $1200 : 15 = 80$ (кн.);

3) $120 + 80 = 200$ (кн.);

4) $1200 : 200 = 6$ (дн.).

Решив задачу с новым условием, мы получили тот же самый ответ: при совместной работе мастерские смогут переплести 1200 книг по-прежнему за 6 дней.

Оказывается, ответ задачи не зависит от того, сколько книг требуется переплести, а значит, эту задачу можно решить, не учитывая первое условие.

Сформулируем нашу задачу по-новому:

«Библиотеке надо переплести некоторое количество книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, а вторая — за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу мастерские, если будут работать вместе?»



Решение.

Весь объём работы, которую должны выполнить мастерские, — это целое. Удобно считать, что этот объём равен единице. Тогда легко узнать, какую часть всей работы может выполнить за один день каждая мастерская.

1) $1 : 10 = \frac{1}{10}$ — такую часть работы может выполнить за один день первая мастерская;

2) $1 : 15 = \frac{1}{15}$ — такую часть работы может выполнить за один день вторая мастерская;

3) $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ — такую часть работы могут выполнить за один день две мастерские вместе;

4) $1 : \frac{1}{6} = 6$ (дн.) — за столько дней переплетут книги мастерские, если будут работать вместе.

Подобным образом и рассуждают обычно при решении задач на совместную работу.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ Следующая задача решается так же, как и задача на совместную работу. Только на этот раз работа заключается в прохождении пути.

Задача. Грузовая машина проезжает расстояние между двумя городами за 30 ч. Однажды навстречу друг другу из этих городов одновременно выехали грузовая и легковая машины и встретились через 12 ч. За сколько часов легковая машина проезжает расстояние между этими городами?

Решение.

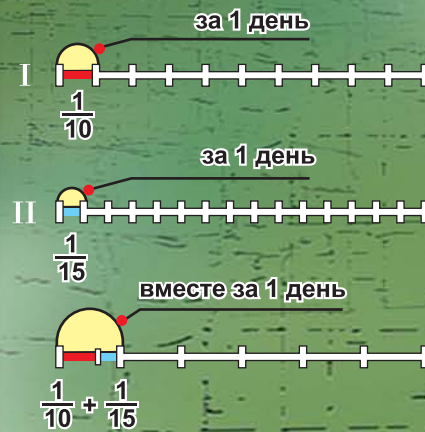
Примем расстояние между городами за единицу.

1) $1 : 12 = \frac{1}{12}$ — на такую часть расстояния сближаются машины за 1 ч;

2) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ — такую часть расстояния проезжает грузовая машина за 1 ч;

3) $\frac{1}{12} - \frac{1}{30} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ — такую часть расстояния проезжает легковая машина за 1 ч;

4) $1 : \frac{1}{20} = 20$ (ч) — за столько часов проезжает расстояние между городами легковая машина.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Известно, что к бассейну подведены две трубы. Через одну из них бассейн наполняется за 4 ч, а через другую — за 3 ч.

Используя эти данные, составьте задачу на совместную работу и решите её.

УПРАЖНЕНИЯ

ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

657

Через первую трубу бассейн наполняется водой за 3 ч, через вторую — за 6 ч.

- 1) Какую часть бассейна наполнит каждая труба за 1 ч?
- 2) Какую часть бассейна наполнят за 1 ч две трубы вместе?
- 3) За сколько часов наполнится весь бассейн, если открыть обе трубы одновременно?

658

а) Через первую трубу можно наполнить бак водой за 4 мин, через вторую — за 12 мин. За сколько минут можно наполнить бак через две трубы?

б) Одна бригада может выполнить работу за 6 дней, а другая — за 12 дней. За сколько дней две бригады выполнят ту же работу вместе?

659

а) На птицеферму привезли корм, которого уткам хватило бы на 30 дней, а гусям — на 45 дней. Рассчитайте, хватит ли привезённого корма уткам и гусям вместе на 20 дней.

б) В школу привезли мел, которого хватит для шестых классов на 30 дней, а для пятых — на 60 дней. Рассчитайте, хватит ли привезённого мела на 15 дней для пятых и шестых классов вместе.

660

Одна швея может выполнить работу за 4 ч, другая — за 5 ч. Какую часть работы выполнят они, работая вместе, за 2 ч? Какая часть работы останется невыполненной?

661

В турпоходе дежурные Иван и Марат должны начистить ведро картофеля. Один Иван может справиться с этой работой за 15 мин, один Марат — за 18 мин. Успеют ли они начистить ведро картофеля за 10 мин, если будут работать вместе?

662

Таня, Наташа и Алёша упаковывают подарки. Таня может выполнить всю работу за 20 мин, если будет работать одна, Наташа — за 15 мин, а Алёша — за 12 мин. Какую часть работы выполнят они за 1 мин, работая вместе? Упакут ли они половину всех подарков за 2 мин?

663

а) Ивану потребуется 4 ч, чтобы набрать текст доклада на компьютере. Пётр хуже владеет этим умением, и ему потребуется на эту работу 6 ч. Николай же сможет набрать этот текст за 12 ч. За какое время сделают эту работу мальчики, работая вместе?

б) Школьникам в летнем спортивном лагере дали задание покрасить ограду территории лагеря. Один отряд может выполнить эту работу за 2 ч, другой — за 3 ч, а третий — за 6 ч. За какое время выполнят эту работу школьники, если все три отряда будут работать вместе?

664

а) Заготовленных материалов хватит для работы двух цехов в течение 10 дней или одного первого цеха в течение 30 дней. На сколько дней хватило бы этих материалов для работы одного второго цеха?

б) Два тракториста вспахали поле за 6 ч совместной работы. Первый тракторист мог бы вспахать это поле за 10 ч. За сколько часов второй тракторист может вспахать поле?

665

Первая бригада может выполнить задание за 9 дней, а вторая — за 12 дней. Первая бригада работала над выполнением этого задания 3 дня, потом вторая бригада закончила работу. За сколько дней было выполнено задание?

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

666

а) Грузовая машина проезжает расстояние между двумя городами за 30 ч, а легковая — за 20 ч. Машины одновременно выехали из этих городов навстречу друг другу. Через сколько часов они встретятся?

б) Расстояние от станции до турбазы велосипедист проезжает за 4 ч, а турист проходит за 12 ч. Они отправились из этих двух пунктов навстречу друг другу одновременно. Через сколько часов они встретятся?

667

а) Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Один может проехать расстояние за 3 ч, а другой — за 2 ч. Какая часть расстояния будет между ними через 1 ч?

б) С двух турбаз одновременно навстречу друг другу вышли два туриста. Один турист может пройти расстояние между турбазами за 5 ч, а другой — за 3 ч. Какая часть расстояния окажется между ними через 1 ч?

668

Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Первый проезжает расстояние между A и B за 3 ч, а второй — за 4 ч. Состоялась ли встреча автомобилей, если они находятся в пути 1 ч? 2 ч?

669

а) Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Они встретились через 40 мин после своего выхода, а через 32 мин после встречи первый пришёл в B . Через сколько часов после своего выхода из B второй пришёл в A ?

б) Из пункта A в пункт B выехала грузовая машина. Одновременно с ней из пункта B в A выехала легковая машина. Грузовая машина через 2 ч после начала движения встретила легковую и ещё через 3 ч прибыла в пункт B . Сколько времени потратила легковая машина на путь из B в A ?

670

Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 4 ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 12 ч. Сколько времени затратит лодка на такой же путь:

а) по течению реки;

б) против течения реки?

671

Катер проплывает некоторое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки за 5 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по реке?

672

Плот от A до B плывёт 40 ч, а катер — 4 ч. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть от B до A ?

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1) 1) Сформулируйте и запишите с помощью букв правила сложения и вычитания дробей.
2) Выполните действие:
а) $\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$; б) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$; в) $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$; г) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$; д) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.
- 2) 1) Сформулируйте и запишите с помощью букв правила умножения и деления дробей.
2) Выполните действие: а) $\frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5}$; б) $\frac{14}{15} \cdot \frac{10}{49}$; в) $\frac{4}{15} : \frac{2}{5}$.
- 3) 1) Как называется число $2\frac{1}{3}$? Что означает эта запись?
2) Представьте число $7\frac{2}{5}$ в виде неправильной дроби. Выделите целую часть дроби $\frac{30}{7}$.
3) Выполните действие со смешанными дробями:
а) $3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$; б) $2\frac{5}{6} - 1\frac{5}{12}$; в) $4 - 1\frac{2}{3}$; г) $3\frac{2}{7} - \frac{6}{7}$; д) $1\frac{1}{3} \cdot 4$; е) $3\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$; ж) $2\frac{1}{4} : 3$; з) $20 : 2\frac{1}{2}$.
- 4) Старший брат покрасил $\frac{7}{10}$ забора, а младший — $\frac{1}{4}$. Какая часть забора осталась непокрашенной?
- 5) В одной коробке $7\frac{1}{2}$ кг яблок, а в другой — в 3 раза меньше. Сколько килограммов яблок в двух коробках?
- 6) Найдите значение выражения: а) $\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{4}{9}\right)$; б) $\frac{4}{5} - \frac{1}{4} : \frac{5}{6}$.
- 7) 1) Расскажите, как решают задачи на нахождение части целого и целого по его части.
2) Решите задачу:
а) Для ремонта привезли 36 кг краски. Израсходовали $\frac{4}{9}$ всей краски. Сколько килограммов краски израсходовали?
б) Цена упаковки составляет $\frac{7}{100}$ от цены игрушки. Найдите стоимость игрушки в упаковке, если цена игрушки 300 р.
в) Математический кружок посещают 40 пятиклассников, что составляет $\frac{5}{16}$ всех пятиклассников школы. Сколько всего учащихся в пятых классах этой школы?

Глава 10

МНОГОГРАННИКИ

- ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ИХ ИЗОБРАЖЕНИЕ
- ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД И ПИРАМИДА
- ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА
- РАЗВЁРТКИ

ИНТЕРЕСНО

О познаниях древних народов в области геометрии можно судить по тому, какие сооружения они возводили. Наиболее простые и распространённые формы зданий — это куб и параллелепипед. Они встречаются практически у всех народов.

Древние люди умели не только строить, но и находить объёмы некоторых пространственных тел. Например, египтяне знали, как вычислять объёмы куба, параллелепипеда, цилиндра, а также усечённой пирамиды.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что среди пространственных тел выделяют многогранники
- Как изображают многогранники
- Термины, связанные с многогранниками

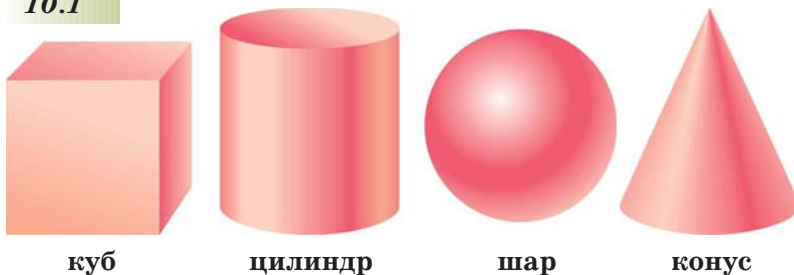
Названия многих геометрических тел произошли от соответствующих предметов. Например, из Древней Греции пришли термины «конус» — предмет, которым затыкали бочку; «пирамида» — огонь, костёр; «цилиндр» — валик.

В переводе с греческого «сфера» означает «шар», а мы называем сферой только поверхность шара. Поэтому воздушный шарик правильно было бы назвать «сферик».

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ИХ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Нас окружает множество предметов. Они отличаются формой, размерами, материалом, из которого изготовлены, окраской и другими качествами.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА Математиков интересуют лишь форма предметов и их размеры, поэтому вместо предметов они рассматривают геометрические тела, например **куб**, **цилиндр**, **шар**, **конус** (рис. 10.1).

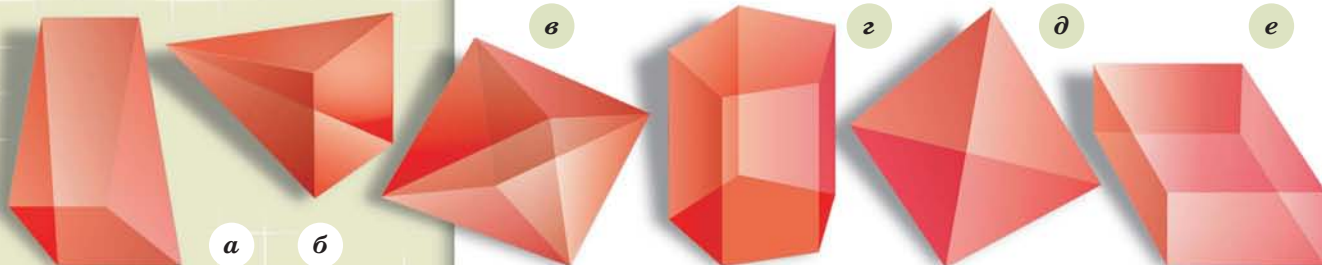
10.1

Форму шара имеет, например, мяч. Многие небесные тела имеют форму, близкую к форме шара. Стакан и карандаш часто имеют форму цилиндра.

Вспомним, что замкнутая линия разбивает плоскость на две области: внутреннюю и внешнюю. Сама данная линия для каждой из областей является границей. Точно так же поверхность каждого геометрического тела разбивает пространство на внутреннюю и внешнюю области. Границей этих областей служит поверхность тела. Поверхность шара называется сферой, а для поверхностей других геометрических тел специальных терминов нет, говорят просто: поверхность конуса, поверхность куба и т. д.

МНОГОГРАННИКИ

Среди множества геометрических тел есть большая группа **многогранников**. Некоторые из них вы видите на рисунке 10.2. При всём разнообразии многогранники имеют ряд общих свойств.

10.2

Поверхность любого многогранника состоит из многоугольников. Каждый из этих многоугольников называют *гранью* многогранника. Вершины этих многоугольников являются вершинами многогранника, а стороны — *рёбрами* многогранника.

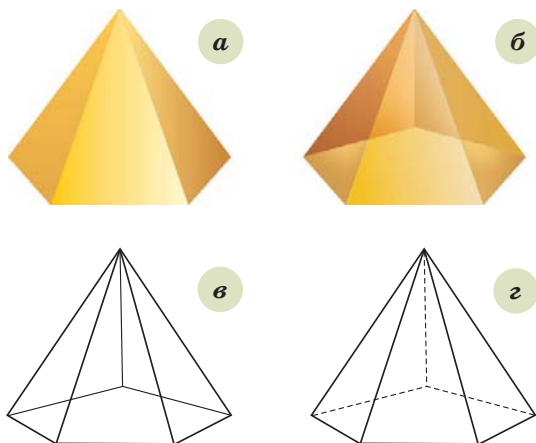


Обратите внимание: у многоугольника вершин столько же, сколько сторон, а у многогранника число вершин и число граней необязательно одинаково.

ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛ С давних пор люди искали различные способы изображения объёмных тел, передающие ощущение глубины пространства. Были разработаны специальные приёмы, позволяющие обмануть зрение. Один из них — *перспектива*.

Примером перспективы может служить изображение на фотографии: рельсы кажутся сходящимися в одной точке, что и создаёт иллюзию объёмного изображения. А как изображают пространственные тела в геометрии?

Посмотрите на рисунок **10.3, а**. Здесь изображён многогранник. Хорошо видны три его грани, но, не «обойдя» его, невозможно представить себе, как он выглядит сзади.



10.3

Представьте себе, что этот многогранник прозрачный (рис. **10.3, б**). Теперь мы видим все его грани, рёбра, вершины. Но изображать многогранник прозрачным не очень удобно: получается набор линий, как на рисунке **10.3, в**, в котором трудно разобраться. Глядя на этот рисунок, невозможно понять, как линии расположены в пространстве. Поэтому договорились линии, которые скрыты от глаз наблюдателя, изображать не сплошными, а штриховыми, как показано на рисунке **10.3, г**.

Слово «перспектива» имеет латинское происхождение, означает оно «смотреть сквозь», «проникать взором».

Действительно, перспектива — это изображение предметов в соответствии с тем кажущимся изменением их величины и очертаний, которое зависит от степени отдалённости от зрителя.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- У многогранников все части поверхности плоские. Поверхности каких геометрических тел, изображённых на рисунке **10.1**, состоят не только из плоских частей? Какую форму имеют плоские части?
- Охарактеризуйте каждый многогранник (рис. **10.2**) по плану:
 - число граней, их форма;
 - число рёбер;
 - число вершин;
 - число рёбер, исходящих из каждой вершины.
- Сделайте из палочек и пластилина каркасную модель одного из многогранников.

УПРАЖНЕНИЯ

673

РАССМАТРИВАЕМ МНОГОГРАННИК

Возьмите куб и определите, сколько у него граней, вершин, рёбер. Определите число рёбер и число граней куба, сходящихся в каждой его вершине. Поставьте куб на стол. Сколько граней куба имеют общие рёбра с нижней гранью? Сколько граней куба не имеют общих рёбер с нижней гранью?

674

От куба отрезали угол (рис. 10.4).

1) Сколько граней у получившегося многогранника? Какую форму они имеют? Сколько у него вершин? Сколько рёбер? Сколько граней на этом рисунке не видно? А сколько вершин?

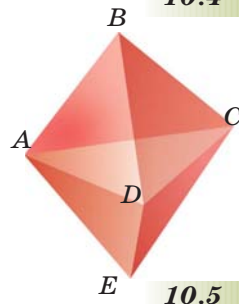
2) Начертите пятиугольную грань многогранника, если ребро куба 4 см, а разрез проходит через середины рёбер куба.

3) Как вы думаете, сколько граней будет у этого многогранника, если отрезать ещё один угол?



10.4

675 Как пройти по всем рёбрам многогранника, изображённого на рисунке 10.5, проходя каждое ребро только один раз? Выпишите последовательность вершин при таком обходе. *Подсказка.* Надо правильно выбрать начало обхода.



10.5

675

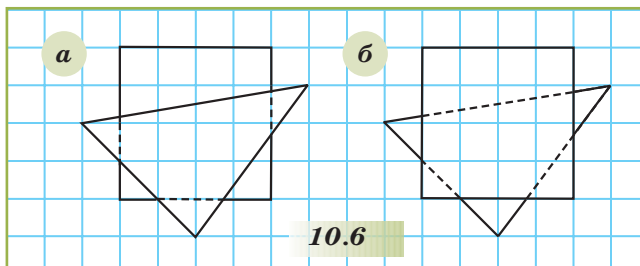
ЧИТАЕМ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

676

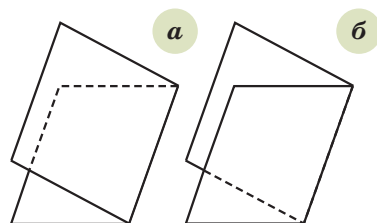
Какая фигура на рисунке 10.6, а–б сверху: треугольник или квадрат? Перенесите рисунок в тетрадь и раскрасьте верхнюю фигуру.

677

Сверните лист бумаги пополам и расположите его так, как показано на рисунке 10.7, а; на рисунке 10.7, б.



10.6



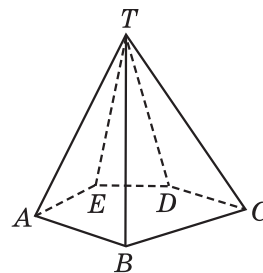
10.7

678

На рисунке 10.8 изображён многогранник.

1) Назовите его невидимые рёбра. Назовите грани, у которых: а) все рёбра видимые; б) есть видимые и невидимые рёбра; в) все рёбра невидимые. В каких случаях грань будет видимой, а в каких нет?

2) Сколько рёбер сходится в вершине А? Какие из них видимые, а какие невидимые? Назовите вершины, в которых сходятся: а) и видимые, и невидимые рёбра; б) только видимые рёбра; в) только невидимые рёбра. В каких случаях вершина видима, а в каких нет?

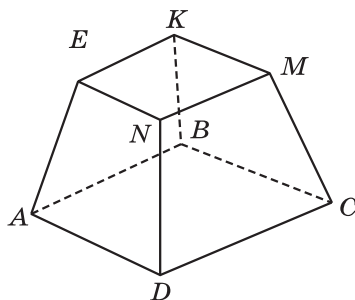


10.8

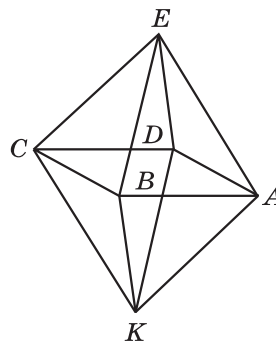
679

Назовите видимые и невидимые грани многогранника (рис. 10.9). Сколько у него граней? Какова их форма? Сколько граней имеют общую вершину A ? Какие из этих граней видимые?

10.9



10.10



680

Взяли три одинаковых проволочных квадрата и спаяли их в вершинах так, что получилась каркасная модель многогранника, изображённая на рисунке 10.10. Найдите исходные квадраты на рисунке и назовите их. Возьмите три таких проволочных квадрата и попробуйте сложить из них многогранник, изображённый на рисунке.

РИСУЕМ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТЕЛА

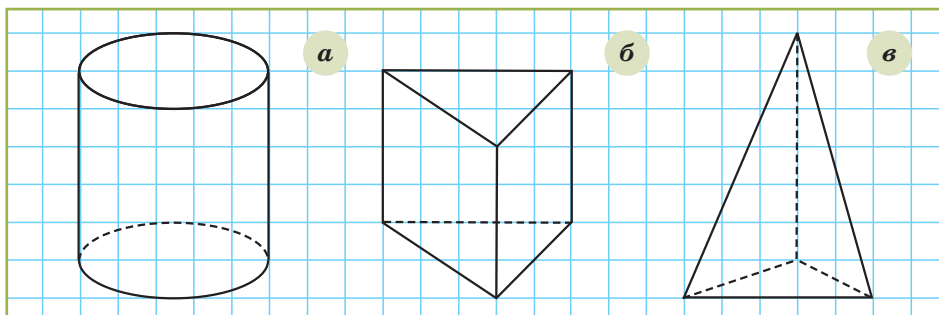
681

Перерисуйте от руки в тетрадь цилиндр (рис. 10.11, а).

682

а) Перерисуйте в тетрадь многогранник (рис. 10.11, б). Закрасьте его видимые грани, используя для каждой грани свой цвет.
 б) Перерисуйте в тетрадь многогранник, изображённый на рисунке 10.11, в, так, чтобы видимые грани стали невидимыми, а невидимые грани стали видимыми.

10.11



683

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

Какие многогранники могут получиться при разрезании куба плоскостью? Проведите эксперимент: вылепите кубик из пластилина и, выбирая разные направления, разрежьте его на две части. Нарисуйте куб и покажите для каждого случая, как проходит по кубу линия разреза.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Сколько рёбер и граней у параллелепипеда, какую форму имеют его грани
- Какую форму имеют грани пирамиды



Форма прямоугольного параллелепипеда служит основой многих сооружений древних зодчих. Греческий храм Парфенон до сих пор поражает величием и гармонией.

Современные архитекторы также используют форму прямоугольного параллелепипеда при проектировании зданий.

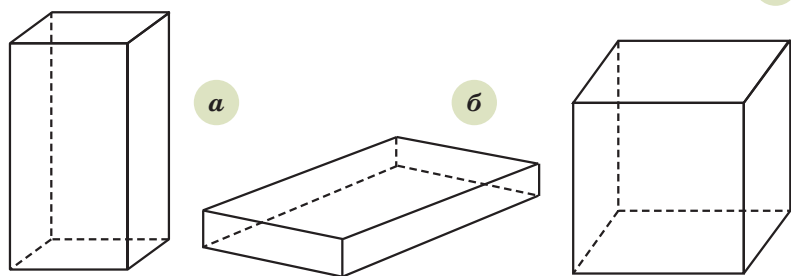


ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД И ПИРАМИДА

Многогранники могут иметь самую различную форму. Мы рассмотрим два наиболее важных среди них — **параллелепипед** и **пирамиду**.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, КУБ Обычный, всем известный кирпич с точки зрения геометрии является прямоугольным параллелепипедом. Форму прямоугольного параллелепипеда имеют многие предметы, с которыми мы встречаемся в жизни, например коробки, используемые для упаковки различных товаров.

10.12



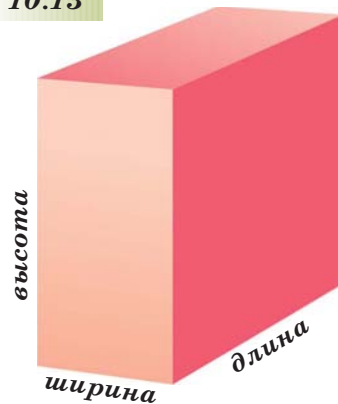
У прямоугольного параллелепипеда 8 вершин, 12 рёбер и 6 граней. Каждая грань прямоугольного параллелепипеда — прямоугольник (рис. 10.12). Противоположные грани параллелепипеда равны.

Каждый прямоугольный параллелепипед имеет три измерения: длину, ширину и высоту (рис. 10.13).

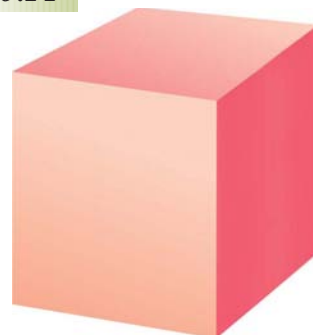
Среди всех параллелепипедов особую роль играет один, хорошо вам известный — куб (рис. 10.14).

Куб — это такой прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны, поэтому все его грани — квадраты. Понятно, что все три измерения куба равны между собой.

10.13



10.14

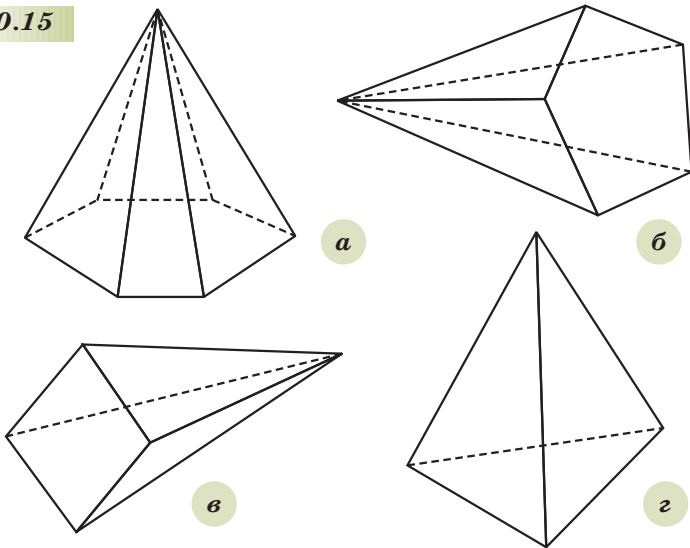


ПИРАМИДА Форму пирамид имели гробницы фараонов в Древнем Египте. Древнеегипетские пирамиды сохранились до наших дней. Одна из самых знаменитых — пирамида Хеопса, высота которой достигает 147 м. Сооружения, похожие на египетские пирамиды, строили и древние майя, жившие на американском континенте. Их храмы имели форму *усечённой пирамиды*.

У пирамиды различают основание и боковые грани. Боковые грани — треугольники, сходящиеся в одной вершине, а основание — многоугольник, противолежащий этой вершине.

В основании пирамиды может лежать многоугольник с любым количеством сторон. Называют пирамиду по числу сторон её основания: треугольная, четырёхугольная, шестиугольная и т. д.

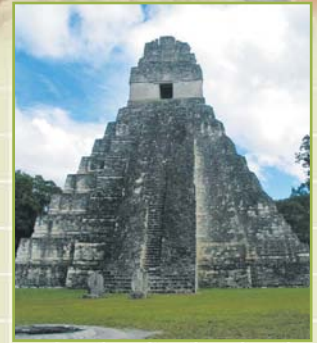
10.15



Простейшей пирамидой является *треугольная пирамида* (рис. 10.15, г). Все её грани — треугольники, и каждая из них может считаться её основанием. У треугольной пирамиды 4 грани, 6 рёбер и 4 вершины.



Египет.
Пирамиды Гизы



Гватемала.
Древний Тикаль

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Назовите три предмета, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда.

● Возьмите шесть одинаковых кубиков и сложите из них разные прямоугольные параллелепипеды. Сколько всего параллелепипедов можно сложить? Для каждого из них найдите длину, ширину и высоту.

● В качестве прямоугольного параллелепипеда возьмите спичечный коробок. Обведите одним и тем же цветом его равные рёбра. Сколько разных цветов для этого потребуется? Сколько рёбер параллелепипеда выходит из каждой его вершины? Как они окрашены на коробке? Сколько равных граней у параллелепипеда? Как они расположены? Сколько граней параллелепипеда сходится в каждой вершине? Как окрашены рёбра этих граней на спичечном коробке?

● Назовите пирамиды на рисунке 10.15.

● Сколько у пятиугольной пирамиды рёбер основания? боковых рёбер? всего рёбер? Сколько у неё боковых граней? всего граней? вершин? Ответьте на те же вопросы для семиугольной пирамиды.



Ни у одного многогранника не может быть меньшего числа граней, вершин или рёбер, чем у треугольной пирамиды.

УПРАЖНЕНИЯ

ИЗОБРАЖАЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД И ПИРАМИДУ

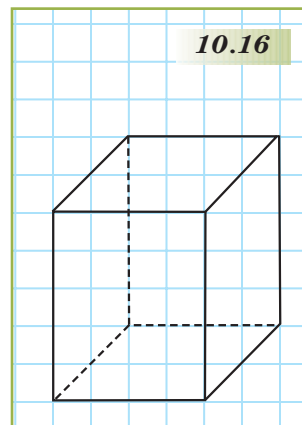
684

Скопируйте в тетрадь параллелепипед, изображённый на рисунке 10.16, следующим образом:

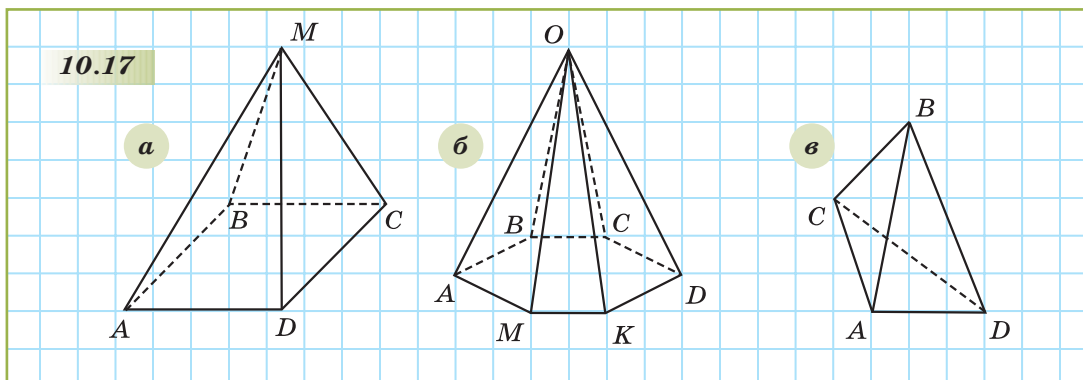
- начертите переднюю (видимую) грань параллелепипеда;
- проведите видимые и невидимые рёбра боковых граней;
- начертите заднюю (невидимую) грань.

685

Назовите пирамиду (рис. 10.17, а–в). Укажите её основание и боковые грани. Начертите все пирамиды в тетради.



10.16



10.17

а

б

в

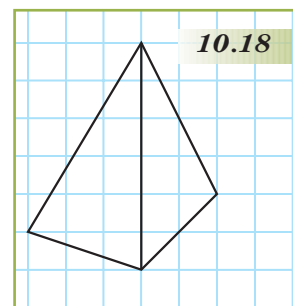
686

Начертите пирамиду изображённую на рисунке 10.17, а так, чтобы основание $ABCD$ было видимым.

687

Скопируйте рисунок 10.18 в тетрадь и дорисуйте его: а) до треугольной пирамиды; б) до четырёхугольной пирамиды.

Подсказка. Можно сопоставить этот рисунок с рисунком 10.17, а–в.



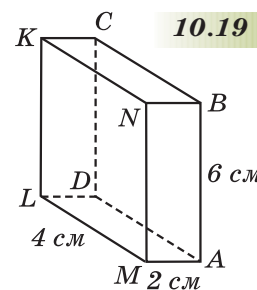
10.18

РЁБРА, ГРАНИ И ВЕРШИНЫ

688

На рисунке 10.19 изображён прямоугольный параллелепипед. Известны длины его рёбер: $AB = 6$ см, $ML = 4$ см, $AM = 2$ см.

- 1) Определите длины всех рёбер данного прямоугольного параллелепипеда.
- 2) Каковы размеры граней $AMNB$, $BNKC$, $MLKN$? Назовите равные им грани.
- 3) Определите периметр грани $ABCD$.
- 4) Начертите грань $CDLK$ в натуральную величину.
- 5) Три грани прямоугольного параллелепипеда, имеющие общую вершину M , хотят окрасить в красный цвет, а остальные — в синий. Какие грани будут красными? синими? Назовите общую вершину всех синих граней.



10.19

689

Сколько вершин, граней, рёбер: а) у шестиугольной пирамиды; б) у десятиугольной пирамиды; в) у стоугольной пирамиды?

690

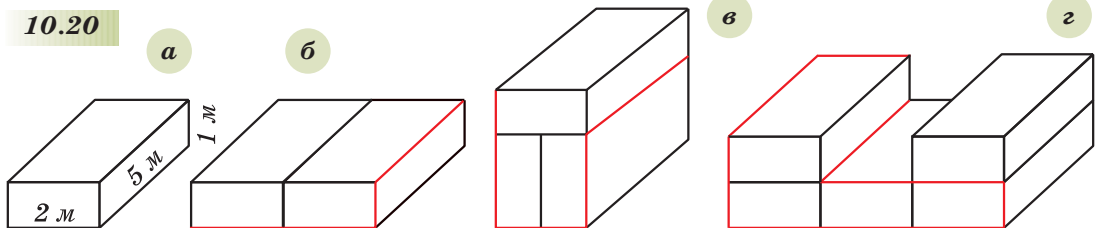
Какой длины проволоку достаточно взять, чтобы сделать каркасную модель: а) куба с ребром 10 см; б) прямоугольного параллелепипеда с измерениями 6 см, 10 см, 14 см?

691

Нужно изготовить каркасную модель треугольной пирамиды, все рёбра которой равны 7 см. Сколько потребуется проволоки?

692

Многогранники на рисунке **10.20**, составлены из одинаковых параллелепипедов, один из которых изображён на рисунке **10.20, а**. Определите длины выделенных ломаных.



693

- У пирамиды 1883 вершины. Сколько вершин в основании пирамиды?
- У пирамиды 1800 рёбер. Какая это пирамида?
- У пирамиды 28 граней. Сколько у неё вершин?
- Существует ли пирамида, у которой 1999 рёбер?
- Сумма числа рёбер и вершин пирамиды равна 25. Какая это пирамида?

ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

694

У прямоугольного параллелепипеда длина равна 5 см, ширина — 3 см, высота — 2 см. Начертите все различные грани этого прямоугольного параллелепипеда в натуральную величину.

695

Найдите измерения прямоугольных параллелепипедов (рис. **10.20, б–в**).

696

Сколько фигур и какие надо вырезать из стекла, чтобы сделать аквариум, длина которого равна 40 см, ширина — 20 см, а высота — 30 см?

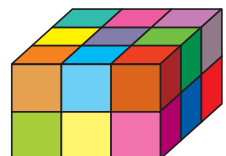
697

Найдите сумму площадей всех граней: а) куба с ребром 6 дм; б) параллелепипеда, длина которого равна 8 см, ширина — 4 см, высота — 3 см.

698

Из кубиков с ребром 2 см сложили параллелепипед (рис. **10.21**). Определите его длину, ширину и высоту. Из скольких кубиков сложен этот параллелепипед?

10.21



699

В какую коробку войдёт больше кубиков с ребром 1 см: с размерами 4 см, 3 см и 2 см или 2 см, 2 см и 5 см?

41

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Правило вычисления объёма параллелепипеда
- Какие используют единицы объёма в метрической системе мер

В Киевской Руси существовала мера зерна — кадь. (Это примерно 230 кг.)

Жидкости же мерили бочками и ведрами. В XIX в. система мер жидкости имела вид:

- 1 бочка = 40 вёдрам,
- 1 ведро = 10 штофам,
- 1 штоф = 2 бутылкам,
- 1 бутылка = 10 чаркам.

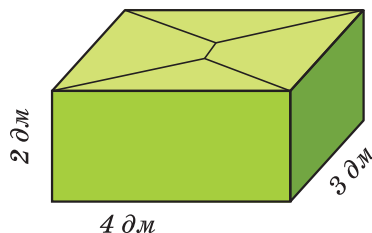


ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

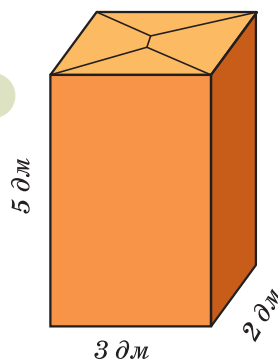
Ещё в глубокой древности у людей возникла необходимость в измерении количества различных веществ. Сыпучие вещества и жидкости можно было мерить, наполняя ими сосуды определённой вместимости, т. е. определяя их количество по объёму.

ЕДИНИЦЫ ОБЪЁМА На рисунке 10.22 вы видите две коробки. Какая из них вместительнее? Чтобы ответить на этот вопрос, можно заполнить одну из коробок, например, песком, а затем проверить, весь ли песок поместится в другой коробке и если весь, то заполнит ли он её полностью.

а



б



10.22

Однако решить эту задачу можно иначе — вычислить объёмы коробок. Для этого нам нужны единицы объёмов. Интересно, что ещё в Древнем Вавилоне единицами объёмов служили кубы, ребром которых являлись единицы длины (рис. 10.23). Точно так же поступают и сейчас: объём куба с ребром 1 см принимают за один *кубический сантиметр* (1 см^3), объём куба с ребром 1 м — за один *кубический метр* (1 м^3) и т. д.

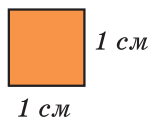
В метрической системе:

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3, \quad 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3, \\ 1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3.$$

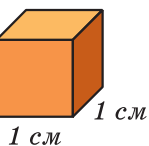
а



б



в



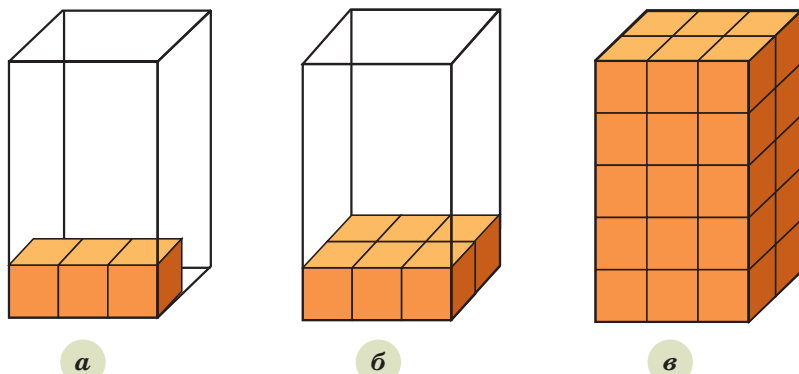
10.23

Единица объёма, равная одному кубическому дециметру, имеет и другое название — *литр*. В литрах обычно измеряют объёмы жидкостей и сыпучих веществ.

ОБЪЁМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА Вычислим объёмы наших коробок в *кубических дециметрах*.

На основании оранжевой коробки вдоль ребра, равного 3 дм, уложатся 3 кубика (рис. 10.24, а). Чтобы выложить кубиками всё основание, потребуется 2 таких ряда, т. е. $3 \cdot 2 = 6$ кубиков (рис. 10.24, б). Для заполнения всей коробки кубики нужно уложить в 5 слоёв, так как её высота равна 5 дм. Таким образом, объём этой коробки равен $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$ дм³ (рис. 10.24, в).

10.24



Рассуждая аналогично, получим, что объём зелёной коробки равен $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ дм³. Следовательно, оранжевая коробка вместительнее зелёной коробки.

Обратите внимание, что каждая коробка имеет форму параллелепипеда. И, вычисляя объём, мы перемножали измерения параллелепипедов. Таким образом, мы пришли к *правилу вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда*.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений: длины, ширины и высоты.

Пример 1. Найдём объём прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 6 мм, 10 мм и 15 мм:

$$6 \cdot 10 \cdot 15 = 900 \text{ (мм}^3\text{)}.$$

Пример 2. Найдём объём куба, ребро которого равно 5 дм:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ (дм}^3\text{)}.$$

Пример 3. Выразим 4 дм³ в кубических миллиметрах:

$$4 \text{ дм}^3 = 4 \cdot 1000 \text{ см}^3 = 4 \cdot 1000 \cdot 1000 \text{ мм}^3 = 4\,000\,000 \text{ мм}^3 \text{ (или 4 млн мм}^3\text{)}.$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

а) Вылепите из пластилина куб с ребром 1 см. Это кубический сантиметр.

б) Изготовьте каркасную модель куба объёмом 1 дм³.

Выразите:

а) в кубических дециметрах: 1 м³, 4 м³, 42 м³;

б) в кубических сантиметрах: 1 дм³, 3 дм³, 2 м³;

в) в кубических миллиметрах: 1 см³, 5 см³, 3 дм³.

Заполните пропуски:

$$1 \text{ м } 25 \text{ см} = \dots \text{ см}, 1 \text{ м}^3 25 \text{ см}^2 = \dots \text{ см}^2, 1 \text{ м}^3 25 \text{ см}^3 = \dots \text{ см}^3.$$

Сравните:

а) 70 мм³ и 7 см³;

б) 300 см³ и 3 дм³;

в) 50 000 дм³ и 5 м³;

г) 1000 см³ и 1 м³;

д) 40 000 мм³ и 4 см³;

е) 80 000 мм³ и 8 дм³;

ж) 2 000 000 см³ и 2 м³.

Вместимость какого сосуда может быть равной 5 дм³: стакана? кастрюли? флакона духов? мензурки?

Сколько литров воды вмещает бак, имеющий форму куба с ребром 6 дм?

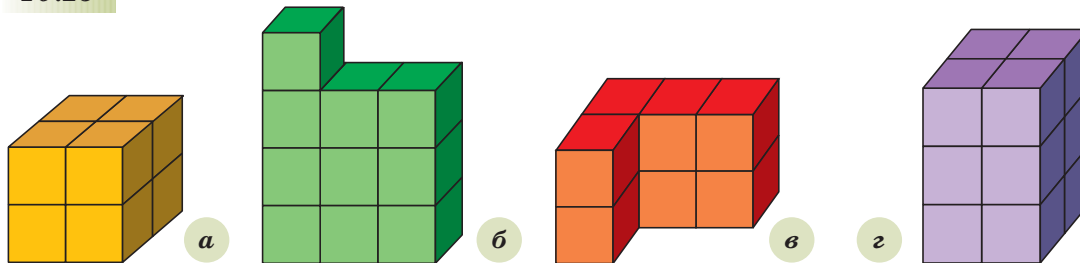
УПРАЖНЕНИЯ

СКЛАДЫВАЕМ ИЗ КУБИКОВ

700

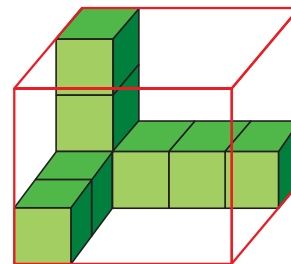
Чему равны объёмы тел, сложенных из одинаковых кубиков (рис. 10.25, $a-z$), если объём одного кубика равен 1 кубической единице (1 куб. ед.)? Есть ли среди них тела с равными объёмами?

10.25



701

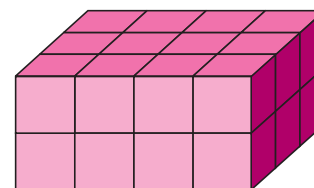
- 1) Коробку заполняют кубиками с ребром, равным единице длины (рис. 10.26). Сколько кубиков войдёт в коробку? Каков её объём?
- 2) Кубики с ребром 1 дм укладывают в коробку, имеющую размеры 4 дм, 2 дм, 3 дм. Сколько кубиков войдёт в коробку? Каков объём коробки?



10.26

702

- 1) Из кубиков с ребром 2 см сложили параллелепипед (рис. 10.27). Определите его измерения и объём.
- 2) Из 12 кубиков с ребром 5 см можно сложить 4 разных прямоугольных параллелепипеда. Каковы их измерения? Чему равен объём?



10.27

ВЫЧИСЛЯЕМ ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

703

- а) Проведите измерения (в мм) и определите объём спичечного коробка.
- б) Возьмите две коробочки и сравните их объёмы (в мм³).

704

Найдите объём параллелепипеда, измерения которого равны:

- а) 1 м, 3 м, 2 м;
- б) 9 см, 7 см, 10 см;
- в) 5 мм, 6 мм, 11 см 8 мм;
- г) 1 м, 1 м 5 дм, 4 дм.

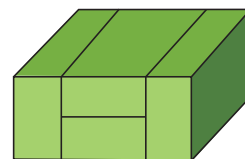
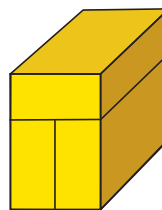
705

Длина параллелепипеда равна 3 см, ширина — 2 см, высота — 4 см. Каков объём параллелепипеда? У каких из его граней наибольшая площадь и чему она равна?

706

Бруски, из которых сложены параллелепипеды (рис. 10.28), одинаковы и имеют измерения 8 см, 4 см, 2 см. Вычислите объёмы параллелепипедов.

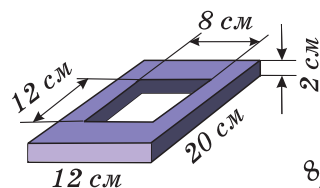
Указание. Сделайте это двумя способами: а) сложив объёмы соответствующих брусков; б) перемножив измерения параллелепипедов.



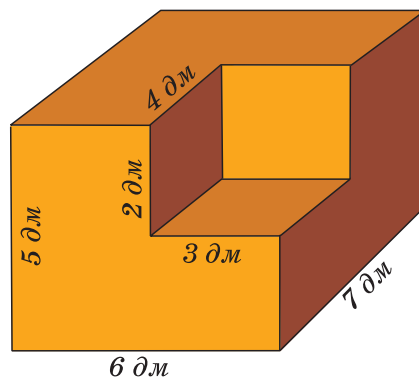
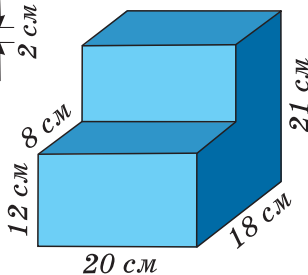
10.28

707

Найдите объёмы тел, изображённых на рисунке 10.29.



10.29

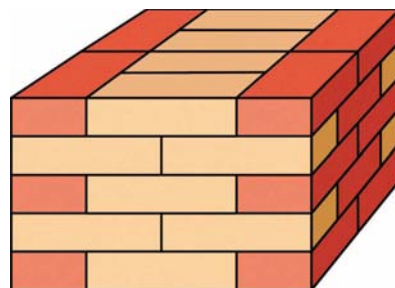


708

Бруски размером 2 дм, 4 дм, 8 дм сложили штабелем (рис. 10.30). Каковы размеры штабеля? Сколько в нём брусков? Каков его объём?

ЕДИНИЦЫ ОБЪЁМА

10.30



709

В каких единицах вы будете измерять: а) длину своего прыжка; б) площадь квартиры; в) вместимость ведра; г) периметр школьного участка; д) объём комнаты; е) вместимость стакана; ж) высоту дома?

710

а) Сколько литров воды вмещает аквариум длиной 95 см, шириной 32 см и высотой 50 см?

б) Есть два аквариума: первый — длиной 40 см, шириной 30 см, высотой 50 см, второй — длиной 50 см, шириной 30 см, высотой 40 см. Их заполнили водой так, что уровень воды в каждом ниже верхнего края на 10 см. В каком аквариуме больше воды?

711

За сутки человек совершает вдох и выдох примерно 23 000 раз. За один вдох в лёгкие поступает 500 см^3 воздуха. Какой объём воздуха (в л) проходит через лёгкие человека за сутки?

712

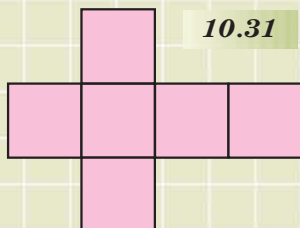
Куб с ребром 1 м разрезали на кубики с ребром 1 см и выстроили в один ряд. Какой длины получился ряд?

42

РАЗВЁРТКИ

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что такое развёртка многогранника
- Как сделать развёртку куба



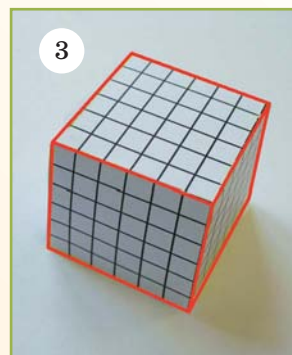
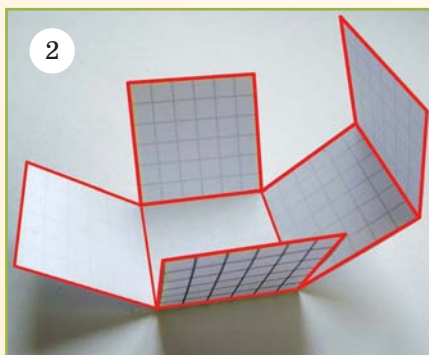
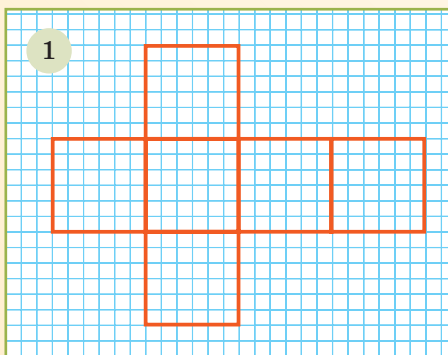
10.31

ЧТО ТАКОЕ РАЗВЁРТКА Развёртка многогранника — это плоская фигура, составленная из многоугольников, являющихся его гранями и расположенных определённым образом.

На рисунке **10.31** изображена некоторая фигура. Это развёртка куба.



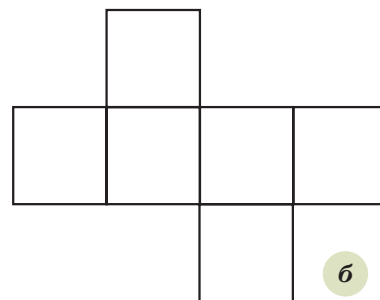
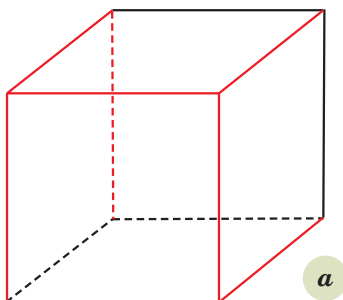
- 1) Перечертите развёртку на лист клетчатой бумаги, увеличив так, чтобы сторона каждого квадрата была равна 3 см (рис. **1**).
- 2) Вырежьте фигуру из бумаги и сложите, как показано на рисунке **2**. У вас получится куб (рис. **3**).



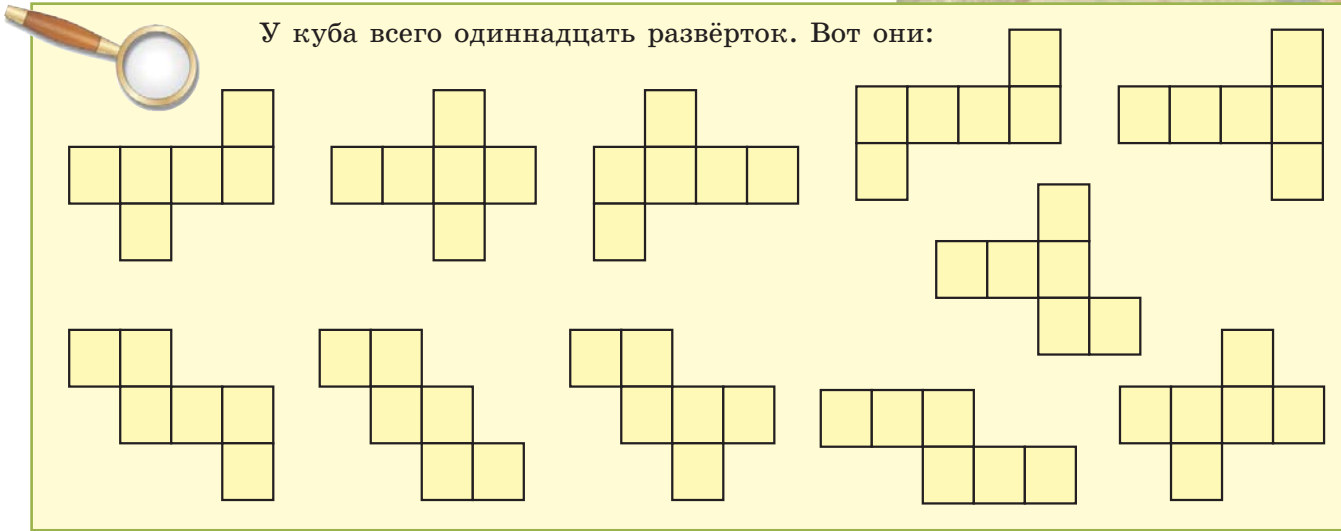
И наоборот, разрезав поверхность куба по некоторым рёбрам, мы можем развернуть её в плоскую фигуру. При этом мы получим развёртку куба.

Куб, изображённый на рисунке **10.32, а**, разрезали по рёбрам, выделенным красным цветом, и получили развёртку, изображённую на рисунке **10.32, б**.

10.32



У куба всего одиннадцать развёрток. Вот они:

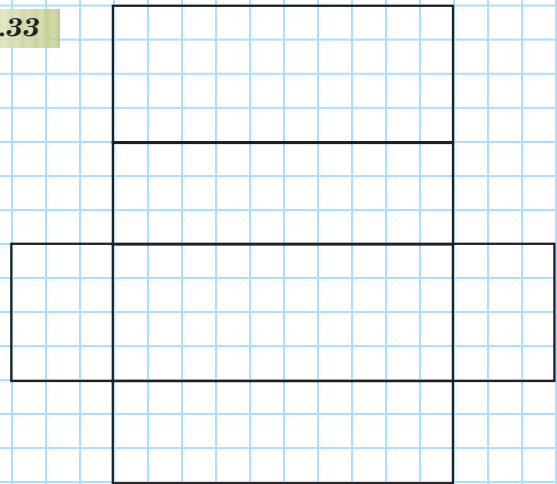


РАЗВЁРТКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИДЕДА И ПИРАМИДЫ

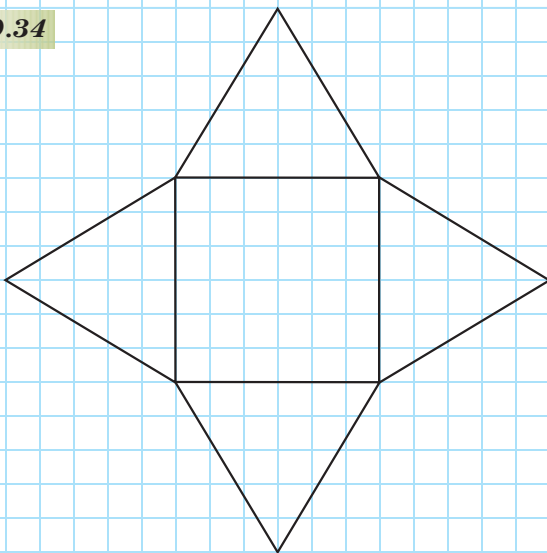
Точно так же можно изготовить модель и некоторых других многогранников: начертить на бумаге развёртку, вырезать её, свернуть по линиям, соответствующим рёбрам, и склеить. Для склеивания можно по контуру развёртки в некоторых местах оставить узенькие полоски бумаги.

На рисунке **10.33** изображена развёртка прямоугольного параллелепипеда, а на рисунке **10.34** — развёртка четырёхугольной пирамиды.

10.33



10.34



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

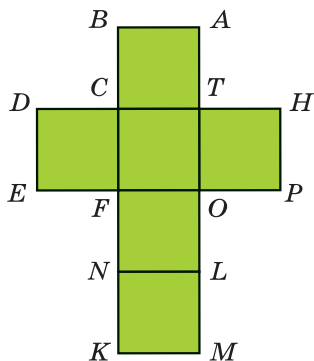
- Скопируйте на лист бумаги развёртки параллелепипеда и пирамиды, увеличив каждый размер вдвое. Вырежьте их и сверните многогранники.
- Возьмите куб, который вы сделали из развёртки, изображённой на рисунке **10.31**. Пронумеруйте его грани. Поставьте его на одну из граней. Какие из квадратов развёртки соединились при сворачивании куба? Какой из квадратов развёртки является верхней гранью куба?

УПРАЖНЕНИЯ

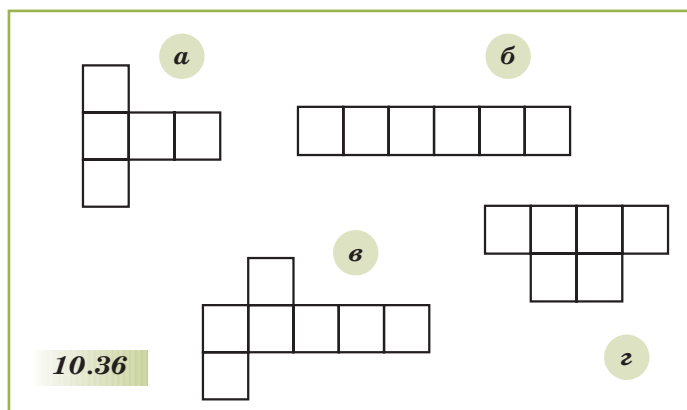
РАЗВЁРТКИ КУБА

713

Какие точки совместятся с точкой A при склеивании куба из развёртки, изображённой на рисунке 10.35?



10.35



10.36

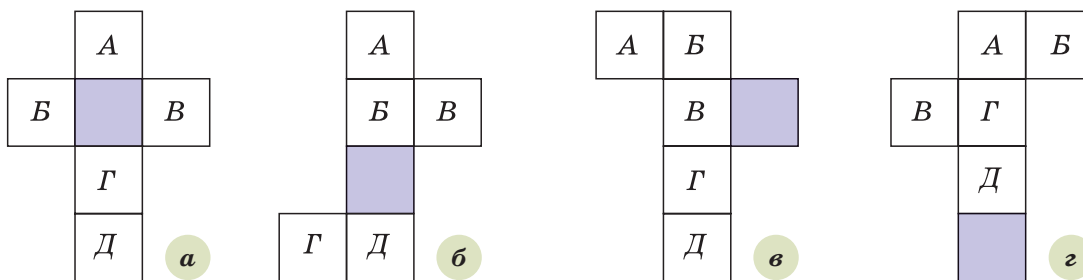
714

Почему фигуры, изображённые на рисунке 10.36, не могут быть развёртками куба?

715

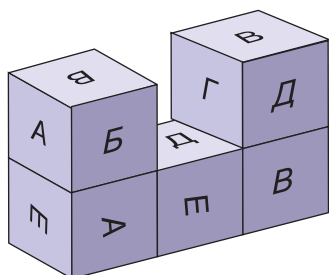
Мысленно сверните куб из развёрток (рис. 10.37, а–г) и определите, какая грань является верхней, если закрашенная грань нижняя.

10.37

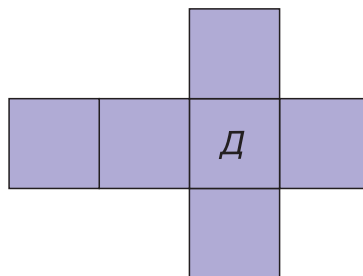


716

Все кубики, из которых сложен многогранник (рис. 10.38), одинаковы. Перечертите в тетрадь развёртку кубика и нанесите на неё недостающие буквы.



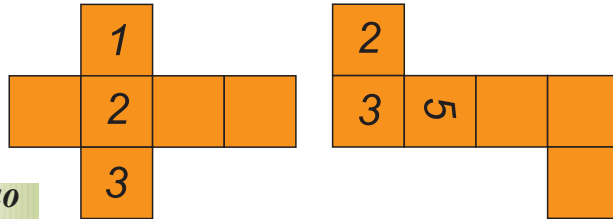
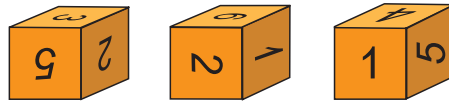
10.38



717

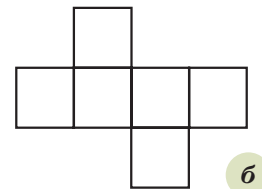
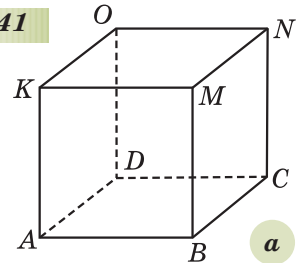
На грани куба нанесены цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Три положения этого куба изображены на рисунке 10.39. В каждом случае определите, какая цифра находится на нижней грани. Перечертите в тетрадь развёртку этого куба (рис. 10.40) и нанесите на них недостающие цифры.

10.39

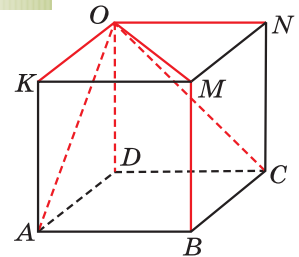


10.40

10.41



10.42



718

Нарисуйте куб (рис. 10.41, а) в тетради и покажите один из способов, как разрезать его, чтобы получить изображённую на рисунке 10.41, б развёртку.

719

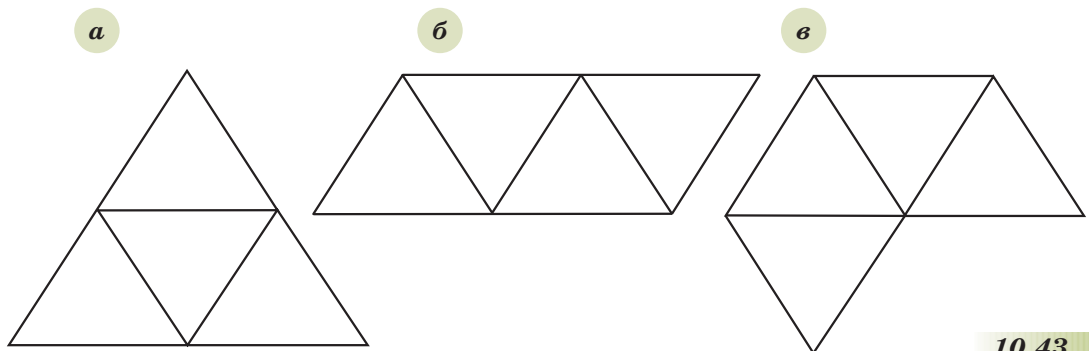
Поверхность куба (рис. 10.42) разрезали по отрезкам $OK, ON, OM, OA, OD, OC, MB$ и развернули. Нарисуйте получившуюся развёртку.

720

Перенесите изображённую на рисунке 10.34 (с. 199) развёртку на лист бумаги, вырежьте развёртку и сверните из неё четырёхугольную пирамиду. Какая фигура является основанием этой пирамиды?

721

Являются ли развёртками треугольной пирамиды многоугольники, изображённые на рисунке 10.43, а–в? Скопируйте их на лист бумаги и проверьте.



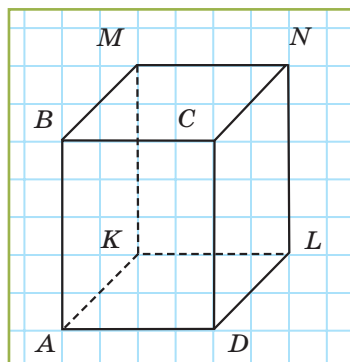
10.43

722

Сделайте развёртку параллелепипеда, измерения которого равны 9 см, 6 см, 5 см.

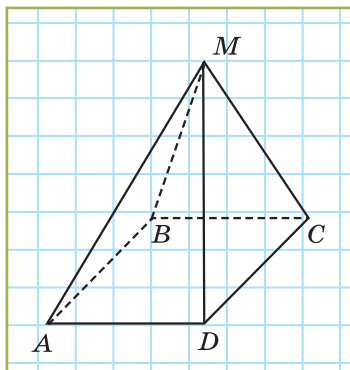
ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1 Возьмите какую-нибудь модель многогранника и определите число его вершин.
Сколько у этого многогранника рёбер? Измерьте и запишите длину каждого ребра многогранника.
Сколько у данного многогранника граней? Какую форму они имеют?
- 2 Выпишите все видимые грани параллелепипеда.



Известны длины рёбер: $AB = 2$ см 5 мм, $AD = 2$ см, $AK = 4$ см. Запишите длины рёбер CD , DL , KL . Начертите грань $BMNC$ в натуральную величину.

- 3 Измерения параллелепипеда равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите площадь наибольшей грани параллелепипеда.
- 4 На рисунке изображена пирамида.



Назовите её основание и боковые грани. Как называется пирамида?

- 5 Найдите объём:
 - а) параллелепипеда с измерениями 2 см, 6 см, 11 см;
 - б) куба с ребром 7 дм.

Глава 11

ТАБЛИЦЫ И ДИАГРАММЫ

- ЧТЕНИЕ И СОСТАВЛЕНИЕ ТАБЛИЦ
- ДИАГРАММЫ
- ОПРОС ОБЩЕСТВЕННОГО МНЕНИЯ

ИНТЕРЕСНО:

Таблицы как удобный способ хранения информации использовались человечеством с незапамятных времён. Несколько тысячелетий назад египтяне, научившись делать папирус, стали составлять различные таблицы и описи. Самая большая из дошедших до нас таких таблиц вмещала 87 столбцов. При этом для наглядности текущие записи велись чёрной тушью, итоги же записывались красной.

А древние шумеры оставили тысячи глиняных астрономических таблиц, известных под названием «эфemerиды», при помощи которых они могли с замечательной точностью предсказывать солнечное затмение, различные фазы Луны и траектории движения планет. И сегодня никто не знает, каким образом они были так точно рассчитаны.

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Как представляют информацию в виде таблиц
- Как читать и составлять таблицы

ЧТЕНИЕ И СОСТАВЛЕНИЕ ТАБЛИЦ

Ежедневно нам необходима разнообразная информация. Она может быть представлена в самых разных формах. Одним из наиболее частых и привычных способов представления информации являются таблицы.

КАК УСТРОЕНЫ ТАБЛИЦЫ Рассмотрим одну из важных для каждого пятиклассника таблиц — страницу классного журнала. Перед вами часть таблицы с оценками по математике за две недели октября.

№ п/п	Список учащихся	Октябрь									
		13	14	15	16	17	20	21	22	23	24
1	Аржанов Иван	4	4						5	5	
2	Баталин Олег		3	2			5		4		
3	Бибичев Андрей	5	4		4				4		
4	Дунаева Ольга		4	4		4			4		
5	Захарова Елена		3		4	н	н		2		3
6	Иванов Денис		5	5					5		

Вы наверняка умеете пользоваться такой таблицей: извлекать из неё и анализировать необходимую информацию. Например, можно определить, какие оценки получил каждый ученик, сравнить результаты одноклассников и даже сделать прогноз о том, какие оценки они получают за первую четверть.

Рассмотрим таблицу по вертикали. Первый столбец (колонка) — номера ребят по списку, второй столбец — список фамилий, записанных по алфавиту. Дальше идут столбцы оценок, полученных учениками в определённый день. Например, 14 и 22 октября (контрольные работы) оценки стоят у всех.

Однако чаще ученика интересует не вся таблица, а только одна её строка. Например, Олю Дунаеву, конечно, интересует четвёртая строка, в которой представлены её оценки. Оля учится ровно, и в первой четверти она, скорее всего, получит «4». А вот у Олега Баталина оценки от «2» до «5», и его отметку за четверть предсказать трудно.

КАК СОСТАВЛЯТЬ ТАБЛИЦЫ Часто приходится не только пользоваться готовыми таблицами, но и составлять их самим. Рассмотрим примеры.

Пример 1. В школе проводилась олимпиада по математике. При правильном решении всех задач можно было получить 40 баллов. Работы оценивались так:

Вы все знакомы с такими таблицами, как расписание уроков, таблица умножения, страница школьного дневника, таблица первенства по футболу, таблица результатов шахматного турнира, календарь, программа передач телевидения, расписание движения автобусов и поездов...

от 1 до 10 баллов — слабо; от 11 до 20 баллов — удовлетворительно; от 21 до 30 баллов — хорошо; от 31 до 40 баллов — отлично.

Было решено за отличные результаты давать приз, а за хорошие — грамоту.

При подведении итогов олимпиады её результаты заносили в таблицу, используя такие условные обозначения: / — 1 человек, ### — 5 человек.

Из этой таблицы видно, что только три участника показали низкие результаты. Десять участников отлично или хорошо справились с работой. По условиям проведения олимпиады четверо из них должны получить приз, а шестеро — грамоты.

Пример 2. Таблица, помещённая ниже, представляет итоговый результат шахматного турнира с четырьмя участниками, каждый из которых сыграл с остальными по одному разу.

№ п/п	Фамилия, имя	1	2	3	4	Очки	Место
1	Виноградов Олег		0	0	1	1	3–4
2	Галкин Михаил	1		$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	1
3	Поликарпов Сергей	1	$\frac{1}{2}$		0	$1\frac{1}{2}$	2
4	Антипов Евгений	0	0	1		1	3–4

Участникам турнира присвоены номера. В клетках таблицы на пересечении строк и столбцов помещены результаты партий шахматистов: 1 — победа, 0 — проигрыш, $\frac{1}{2}$ — ничья.

Результат каждой игры записывается в двух клетках таблицы. Например, в клетке на пересечении строки «2» и столбца «4» стоит 1. Это означает, что Галкин (№ 2) выиграл у Антипова (№ 4). При этом, естественно, Антипов (№ 4) проиграл Галкину (№ 2), и поэтому на пересечении строки «4» и столбца «2» стоит 0.

Клетки на пересечении строк и столбцов с одинаковыми номерами закрашены — шахматист не может играть сам с собой.

Такая таблица составляется перед турниром. Вначале в ней содержатся только номера и фамилии участников. В ходе турнира она постепенно заполняется.

Число баллов	Подсчёты	Число учащихся
1 — 10	///	3
11 — 20	### //	7
21 — 30	### /	6
31 — 40	////	4
Всего		20

Каждому, кто интересуется спортивными играми, знакомы так называемые турнирные таблицы. В них записываются ход соревнования и его окончательные результаты.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

● Приведите примеры разных таблиц.

● По таблице к примеру 1 ответьте на следующие вопросы:

1) Сколько участников олимпиады показали отличный результат?

2) Сколько участников получили не более 20 баллов?

● По таблице к примеру 2 ответьте на следующие вопросы:

1) Как сыграли между собой Виноградов и Антипов?

2) Сколько партий сыграно вничью?

Придумайте ещё какие-нибудь вопросы.

УПРАЖНЕНИЯ

ЧТЕНИЕ ТАБЛИЦ

723

В таблице представлены результаты наблюдений за погодой в течение четырёх месяцев.

Погода	Месяцы				Всего
	Декабрь	Январь	Февраль	Март	
Ясно	5	9	7	10	
Пасмурно	19	10	15	10	
Переменная облачность	7	12	6	11	

Заполните последний столбец таблицы.

Используя таблицу, ответьте на вопросы:

- В каком месяце было больше всего ясных дней?
- В каких месяцах было одинаковое число пасмурных дней?
- Сколько всего пасмурных дней было за четыре месяца?
- Сколько ясных дней было за всю зиму?

724

В следующей таблице указано число шайб, заброшенных и пропущенных каждой из трёх хоккейных команд в пяти матчах.

Название команды	Матчи				
	1	2	3	4	5
«Метеор»	3 : 2	4 : 1	1 : 2	2 : 0	3 : 0
«Ракета»	2 : 1	2 : 2	3 : 1	1 : 1	4 : 2
«Марс»	3 : 1	0 : 4	1 : 2	2 : 1	0 : 2

Запись 3 : 2 означает, что команда забросила 3 шайбы и пропустила 2 шайбы. Ответьте на вопросы:

- Сколько шайб забросила «Ракета» в пятом матче?
- Сколько шайб забросил и сколько пропустил «Марс» в первых трёх матчах?
- Сколько шайб забросил и пропустил «Метеор» в пяти матчах?
- Какая команда провела пять матчей хуже всех?

725

В таблице указано число учащихся в каждой из пяти школ. Символ * обозначает 50 учащихся. Используя таблицу, ответьте на следующие вопросы:

- Сколько учащихся в четвёртой школе?
- В какой школе больше всего учащихся? А меньше всего?
- Есть ли школы, в которых одинаковое число учащихся?
- В какой школе больше учащихся: в первой или во второй?
- На сколько больше учеников в школе с наибольшим числом учащихся, чем в школе с наименьшим числом учащихся?

Номер школы	Число учащихся
1	*****
2	****
3	*****
4	*****
5	*****

726

В школе проводился конкурс «Знарок города». На слепой карте города (карта, на которой нет никаких названий) надо было написать названия улиц. Результаты участников приведены в таблице.

а) Сколько школьников участвовали в конкурсе?

б) Можно ли по данным таблицы определить, сколько участников правильно назвали 13 улиц? 16 улиц? 30 улиц?

в) Сколько учащихся правильно назвали меньше 11 улиц? больше 15 улиц?

г) Сколько учащихся получили значок «Знарок города», если для этого надо было правильно указать названия более 20 улиц?

д) Сколько учащихся получили в подарок книгу об истории города, если для этого надо было правильно назвать более 30 улиц?

е) Какие награды получил участник, который правильно назвал 20 улиц? 24 улицы? 30 улиц? 32 улицы?

ж) Названия скольких улиц правильно указали большинство участников?

Количество названных улиц	Число участников
1 — 5	1
6 — 10	7
11 — 15	12
16 — 20	19
21 — 25	5
26 — 30	4
31 — 35	2
36 — 40	1
Более 40	1

СОСТАВЛЕНИЕ ТАБЛИЦ

727

Школьные садоводы принесли из дома саженцы кустов, чтобы посадить их на пришкольном участке. Сведения о количестве принесённых ими саженцев представлены в таблице. Ответьте на вопросы и закончите заполнение таблицы:

а) Сколько ребят принесли по 3 саженца? по 2 саженца?

б) Сколько всего ребят принесли саженцы?

в) Сколько всего саженцев принесли садоводы?

Принесли саженцев	Число ребят	Число саженцев
по 1	///	$1 \cdot 3 = 3$
по 2	—	
по 3	////	
по 4	//	
Всего		

728

Начертите в своей тетради таблицу, в первом столбце которой запишите три буквы алфавита: *а*, *ж*, *с*.

Буква	Подсчёты	Число букв на странице
<i>а</i>		
<i>ж</i>		
<i>с</i>		

Прочитайте первый абзац объяснительного текста п. 43. Внимательно просматривайте каждое слово в этом абзаце и каждый раз, как вам встретится буква *а*, отмечайте её в вашей таблице знаком «/» в строке *а*. Затем подсчитайте, сколько всего раз вам встретилась буква *а*, и запишите это число в последнем столбце таблицы.

Таким же образом подсчитайте число букв *ж* и *с* в этом абзаце.

Какая из букв: *а*, *ж* или *с* — встречалась чаще, а какая реже?

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Что для наглядности информацию представляют в виде диаграмм
- Как работать с некоторыми наиболее распространёнными видами диаграмм

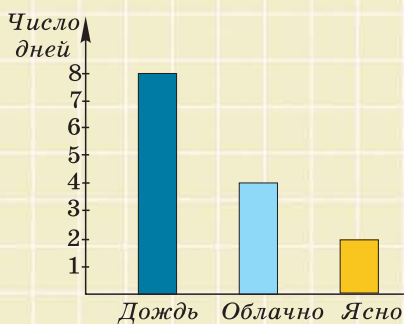


Диаграмма 1

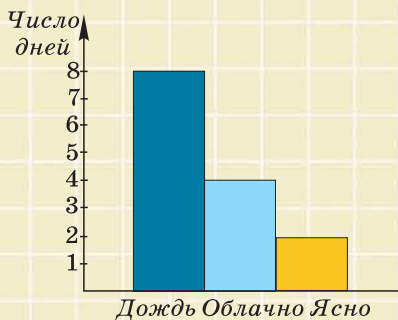


Диаграмма 2

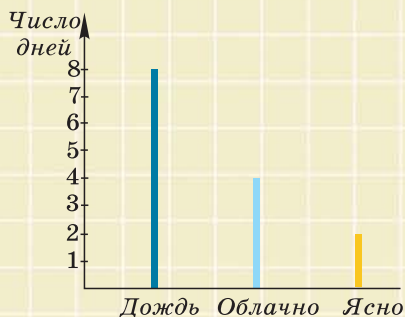


Диаграмма 3

ДИАГРАММЫ

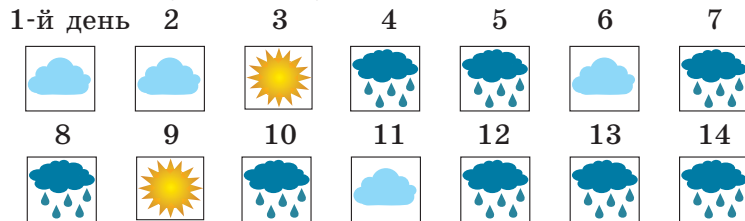
Известно, что человек лучше воспринимает и запоминает информацию, которая представлена в наглядной форме. Поэтому в газетах и журналах, в телевизионных передачах, кроме таблиц, используют особые рисунки, которые наглядно иллюстрируют соотношения между рассматриваемыми величинами.

ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ

Пятиклассникам поручили выяснить, какая погода преобладала в начале октября. В течение двух недель они проводили наблюдения и делали записи, используя обозначения:

ясно — , облачно — , дождь — .

Вот что у них получилось:



Однако при такой записи трудно понять, какая преобладала погода. Тогда ребята подсчитали число облачных, дождливых и ясных дней в отдельности и изобразили полученные данные в виде столбчатой диаграммы (диаграмма 1). Для этого они построили прямой угол. На его горизонтальной стороне указали погоду, на его вертикальной стороне, выбрав единицу измерения, отметили число дней и построили три столбика. Высота первого столбика, равная 8, показывает, сколько было дождливых дней, второго столбика — сколько было облачных дней, а третьего — сколько было ясных дней. На диаграмме хорошо видно, что в начале октября погода в основном была дождливой или облачной.



При построении столбчатых диаграмм можно выбрать любую ширину столбиков и любое расстояние между ними.

Однако все столбики должны быть одинаковой ширины и расположены на равном расстоянии один от другого.

Например, данные диаграммы 1 можно представить и в виде диаграммы 2, поместив столбики рядом, и в виде диаграммы 3, изобразив вместо столбиков от-

резки той же высоты. Такие диаграммы, как диаграмма 3, иногда называют линейными.

Пример 1. Годовое количество осадков в разных местах Земли неодинаково, и для их наглядного представления используют диаграммы. Так, на диаграммах 4 и 5 показано количество годовых осадков в Москве и во Владивостоке. Сравнение диаграмм позволит ответить на ряд вопросов.

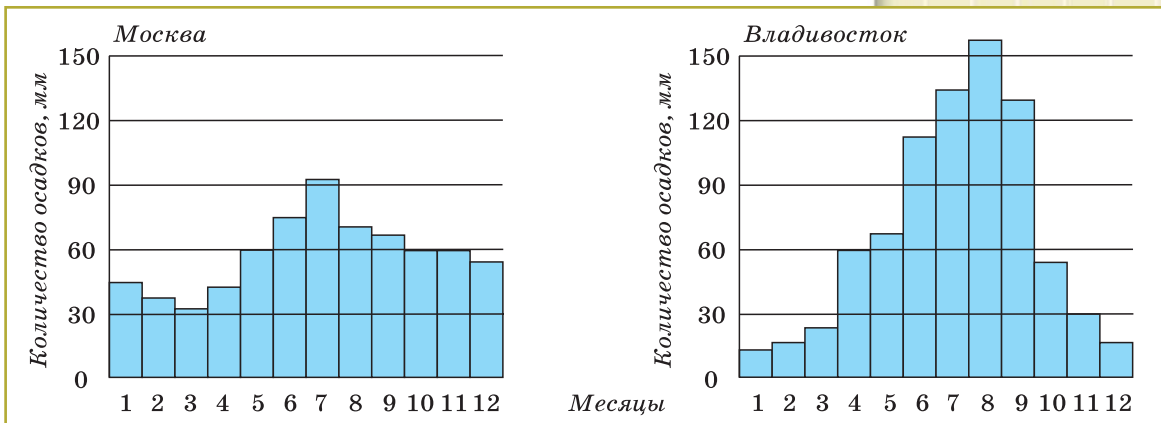


Диаграмма 4

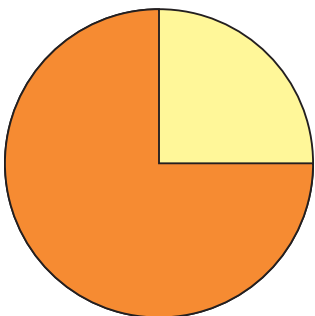
Диаграмма 5

Например, чтобы определить, в какие месяцы в Москве выпадает меньше осадков, чем во Владивостоке, последовательно сравним высоты соответствующих столбиков и увидим, что столбики на диаграмме 5 выше столбиков на диаграмме 4 с мая по сентябрь.

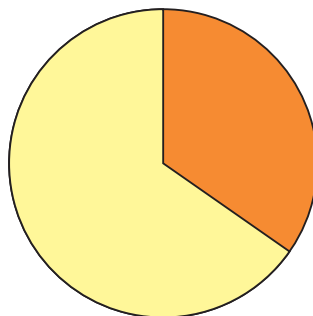
Пример 2. Во многих случаях для представления информации удобно использовать круговые диаграммы. На круговых диаграммах 6 и 7 показана оранжевым цветом доля городского населения материка: для Северной Америки она составляет примерно три четверти населения материка, для Африки — примерно треть.

Диаграмма 6

Диаграмма 7



Северная Америка



Африка

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- По Диаграмме 5 определите:
 - а) В какие месяцы во Владивостоке выпадает более 60 мм осадков;
 - б) В какие месяцы выпадает менее 30 мм осадков.
- Рассмотрите в географическом атласе диаграмму «Наибольшие глубины океанов». Определите, какой из океанов самый глубокий. Придумайте свой вопрос.

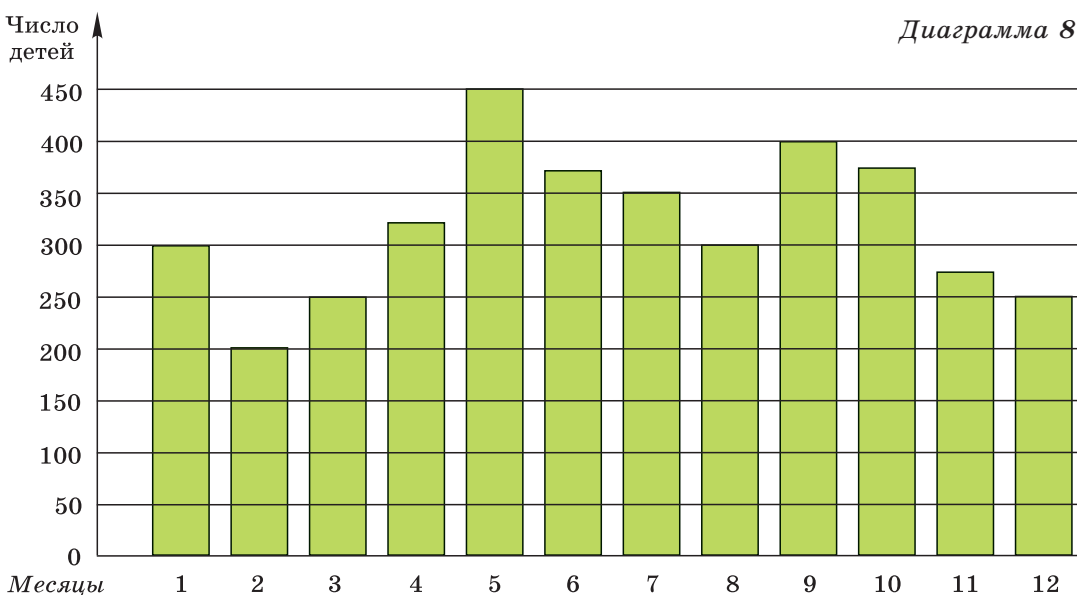
УПРАЖНЕНИЯ

СТОЛБЧАТЫЕ ДИАГРАММЫ

729

На диаграмме 8 показана рождаемость в г. Новинске в течение года. Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- Сколько детей родилось в городе Новинске в январе? в мае?
- В каком месяце родилось 400 детей?
- В какие месяцы родилось по 250 детей?
- Сколько детей родилось зимой?
- В какие месяцы родилось меньше 350 детей?
- В каком месяце родилось больше 400 детей?



730

В таблице приведены данные по каждому месяцу года о количестве картин, проданных в художественном салоне:

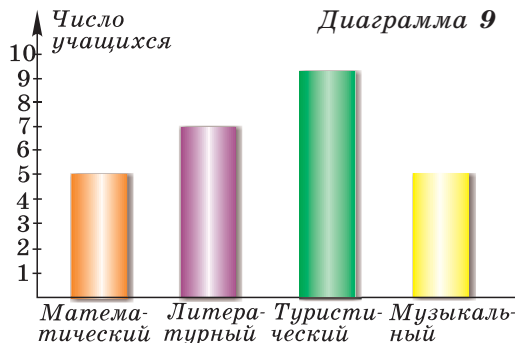
я	ф	м	а	м	и	и	а	с	о	н	д
6	8	9	1	5	3	0	2	4	4	5	7

По данным таблицы постройте столбчатую диаграмму.

731

На диаграмме 9 показано число учащихся, занимающихся в кружках. Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- В каком кружке больше всего учащихся?
- Есть ли кружки, в которых одинаковое число учащихся?
- В каком кружке больше учащихся: в музыкальном или в литературном?

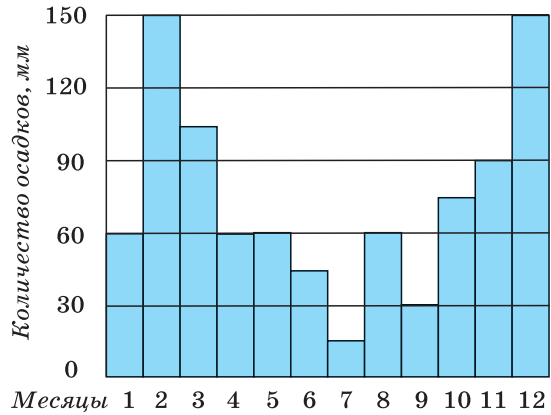


732

На диаграмме **10** показано количество осадков, выпавших за год в Новинске. Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- а) Сколько осадков выпало в марте? в июне? в июле?
- б) В каком месяце было меньше всего осадков?
- в) В какие месяцы выпало одинаковое количество осадков?
- г) На сколько больше осадков выпало в марте, чем в июне?
- д) Сколько примерно осадков выпало за лето? за осень?

Диаграмма 10

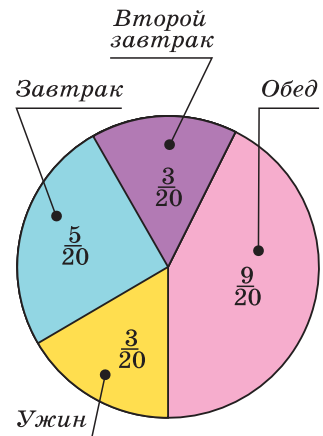


733

На диаграмме **11** показано распределение суточной нормы питания, которую рекомендуют врачи. Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- а) Сколько раз в день рекомендуют питаться врачи-диетологи?
- б) На какую еду приходится большая часть нормы питания за сутки?
- в) На какую половину дня приходится большая часть нормы питания: до полудня или после?

Диаграмма 11



734

Пятиклассники провели сбор игрушек для подшефного детского сада. Старшеклассник Саша вёл учёт и представил данные в виде круговой диаграммы **12**.

День	5А	5Б	5В
1	###	### ////	—
2	### /	###	### /
3	### //	### ////	###
4	///	### ###	//
5	### ////	### ### //	//
За 5 дней	30	45	15

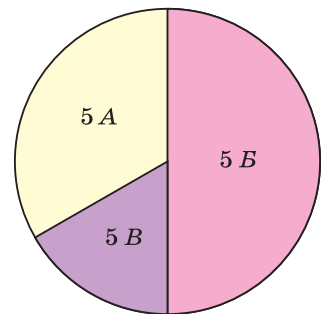


Диаграмма 12

Проверьте, действительно ли круговая диаграмма показывает распределение долей игрушек, принесённых каждым классом, в общем сборе игрушек.

ВЫ УЗНАЕТЕ

● Как изучают мнение людей по определённому вопросу и как можно представить полученную информацию

ОПРОС
ОБЩЕСТВЕННОГО МНЕНИЯ

В жизни часто важно знать мнения людей по самым разным вопросам. Например, если хотят пригласить на гастроли молодёжный ансамбль, то предварительно нужно выяснить, какой из существующих ансамблей наиболее популярен. В противном случае организаторы потерпят убытки. Приведём другой пример. Чтобы сделать заказ для школьного буфета, необходимо знать, что больше всего нравится детям.

СБОР И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

А как узнать мнения людей? Для этого проводят специальные опросы общественного мнения. Полученную при этом информацию обычно представляют в виде таблиц и диаграмм.

Рассмотрим такую ситуацию.

Для праздничного вечера пятиклассники решили купить что-нибудь вкусное. Однако оказалось, что единого мнения на этот счёт нет. Тогда один из ребят предложил всем ответить на вопрос: «Что ты любишь больше всего: пирожные, конфеты, пряники, печенье, мороженое или фрукты?» При этом каждый должен был выбрать что-то одно из предложенного.

Сначала ребята записывали свои пожелания на доске в виде таблицы (табл. 1). Однако быстро сообразили, что такая форма представления информации неудобна: она слишком громоздка. Тогда они составили другую таблицу (табл. 2). Каждый ученик свой выбор отметил знаком «/» в соответствующей строке этой таблицы. В результате получили следующую информацию:

Таблица 1

Данилов	Конфеты
Андреев	Пирожные
Дашкова	Пряники
Ленская	Печенье
Ильин	Мороженое
Михайлов	Фрукты
Евсеев	Конфеты

Таблица 2

Любимые сладости	Подсчёты	Число ребят
Конфеты	### ### ### /	16
Пирожные	### ###	10
Пряники	//	2
Печенье	///	3
Мороженое	### ### //	12
Фрукты	////	4

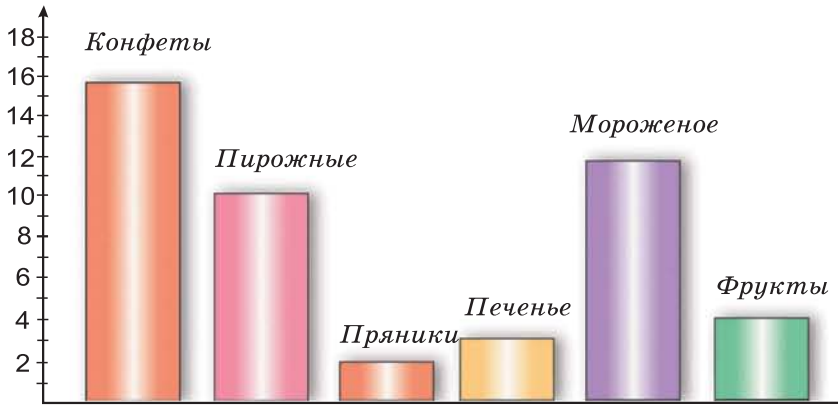
С помощью таблицы 2 уже нетрудно было определить, что надо купить конфеты, пирожные и мороженое.



Эту же информацию можно представить в виде диаграммы.

Число учащихся

Диаграмма 13



ПРИМЕРЫ ОПРОСА ОБЩЕСТВЕННОГО МНЕНИЯ Опрос общественного мнения проводится по самым разным проблемам — социальным, экономическим, политическим; по вопросам культуры и т. д. Во многих странах существуют специальные службы, которые занимаются изучением общественного мнения. Здесь вы видите диаграммы, на которых представлены результаты некоторых исследований, проведённых одной из служб опроса России. В каждом из случаев было опрошено 1600 россиян. Эти примеры могут быть интересны и вам. Вот тематика этих опросов.

Есть ли у вас дома компьютер? (Диаграмма 14.)
 Как изменилась экологическая ситуация в вашем районе за последнее время? (Диаграмма 15.)
 В каких классах нужны уроки физкультуры? (Диаграмма 16.)

Диаграмма 14

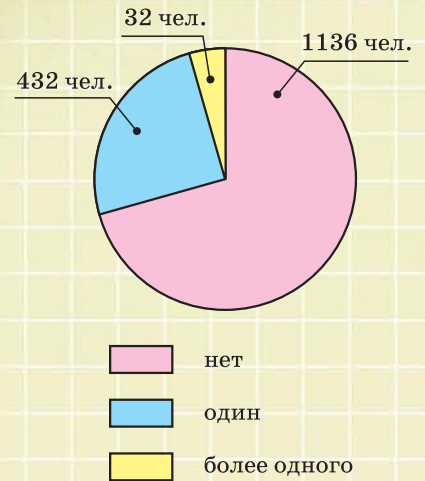
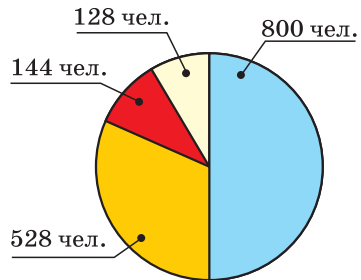


Диаграмма 15



■ ухудшилась
■ не изменилась
■ улучшилась
■ затрудняюсь ответить

Диаграмма 16



■ во всех классах
■ в 1-9 классах
■ в 10-11 классах
■ вообще не нужны

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- 1) Объясните, для чего проводят опросы общественного мнения.
- 2) Как обычно представляют полученную информацию?
- Рассмотрите диаграммы 14–16. Выберите какую-нибудь по наиболее интересной для вас теме. Подумайте, на какие вопросы можно получить ответ, используя эту диаграмму.

УПРАЖНЕНИЯ

ОПРОС ОБЩЕСТВЕННОГО МНЕНИЯ

735

Пятиклассники решили пойти куда-нибудь всем классом. Староста провёл опрос общественного мнения, задав каждому вопрос: «Куда бы ты хотел пойти в выходной день?» Результаты опроса представлены в таблице.

№ п/п	Куда пойти	Подсчёты	Число ребят
1	Театр	//	
2	Выставка	//	
3	Цирк	### ### //	
4	Музей	///	
5	Стадион	### ///	
6	Другое	//	

Заполните последний столбец и ответьте на вопросы. Изобразите результаты опроса в виде столбчатой диаграммы.

- Сколько всего ребят в классе?
- Сколько ребят захотело пойти в музей? в цирк?
- Куда бы вы посоветовали сходить ребятам этого класса?

736

Многие из вас жалуются на нехватку времени. В чём же основная причина? Для многих ребят это просмотр телевизионных передач. А для ребят вашего класса это тоже основная трата времени? Проведите опрос учащихся, задав каждому из них вопрос: «Сколько часов каждый день ты проводишь у телевизора?» Предложите несколько вариантов ответов, приведённых в таблице. Заполните таблицу и постройте столбчатую диаграмму. Сделайте выводы.

№ п/п	Время у телевизора	Подсчёт голосов	Число ребят
1	Совсем не смотрю		
2	1 ч или меньше		
3	2 ч		
4	3 ч		
5	4 ч и больше		
		Всего	

737

Выберите одну тему из перечисленных ниже (или придумайте её самостоятельно) и проведите в классе опрос. Например: что больше нравится ребятам вашего класса:

- из времён года — зима, весна, лето или осень;
- из зимних видов спорта — коньки, лыжи, санки, хоккей;
- отдых — в спортзале, с книгой, во дворе или у телевизора?

Составьте таблицу для записи мнений ваших одноклассников. Проведите опрос и заполните таблицу. Используя полученные вами данные, сделайте выводы о вкусах ваших одноклассников.

738

По субботам Марк подрабатывает — продаёт газеты. Он предложил Даниле тоже заняться продажей газет. Данила решил сначала изучить спрос. В течение двух часов — час утром и час вечером — он записывал количество газет, проданных Марком, и результаты представил в таблице.

Время	Подсчёты	Число газет
11.00 — 11.15	### ### ### ### //	
11.15 — 11.30	### ### ### /	
11.30 — 11.45	### //	
11.45 — 12.00	///	
18.00 — 18.15	### /	
18.15 — 18.30	### ### ###	
18.30 — 18.45	### ### ### ///	
18.45 — 19.00	### ### ### ### ### //	

Заполните последний столбец таблицы и ответьте на вопросы:

- Сколько газет продал Марк с 11.00 до 11.15? с 11.30 до 12.00?
- Почему Данила решил продавать газеты в субботу вечером?
- Почему Данила посоветовал Марку начинать продажу газет в субботу утром с 11.00, а вечером с 18.30?

739

Проводился опрос членов команды лыжников, чтобы выяснить, какого цвета спортивные костюмы они предпочитают. В таблице представлены результаты ответов 30 ребят на вопрос: «Какой цвет тебе нравится больше других?»

Цвет	Подсчёт голосов	Всего ребят
Красный	### ###	10
Розовый	/	1
Жёлтый	//	2
Оранжевый	////	4
Зелёный	### //	7
Голубой	////	4
Синий	/	1
Фиолетовый	/	1
Коричневый	—	—
	Всего	30

Большинство (25 ребят из 30) выбрали цвета: красный, оранжевый, зелёный и голубой. Остальные цвета объедините в одну группу под названием «другие цвета». Полученные данные представьте в виде новой таблицы, в которой цвета запишите в следующем порядке: красный, зелёный, оранжевый, голубой, другие цвета. Затем по данным новой таблицы постройте столбчатую диаграмму.

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

В школе есть возможность организовать занятия по пяти видам спорта. Чтобы определить, какие секции хотели бы посещать пятиклассники, их попросили ответить на вопрос: «Какими из следующих видов спорта вы хотели бы заниматься: баскетболом, волейболом, лыжами, футболом, художественной гимнастикой?» При ответе на вопрос можно было выбрать не более двух из предложенных видов спорта. В таблице представлены результаты проведённого опроса среди учащихся трёх пятых классов.

Вид спорта	Классы						Всего пятиклассников	
	5А		5Б		5В		Девочки	Мальчики
	Девочки	Мальчики	Девочки	Мальчики	Девочки	Мальчики		
Баскетбол	1	—	1	—	1	1	3	1
Волейбол	—	1	2	—	1	—	3	1
Лыжи	5	3	1	5	6	5	12	13
Футбол	—	5	—	4	—	6	—	15
Художественная гимнастика	4	—	1	—	4	—	9	—

Используя таблицу, ответьте на вопросы:

- 1) Сколько мальчиков из 5В выбрали волейбол? лыжи?
- 2) Сколько учащихся из 5Б выбрали баскетбол? лыжи?
- 3) Сколько девочек из всех трёх классов выбрали волейбол? лыжи? гимнастику?
- 4) Сколько всего пятиклассников выбрали волейбол? футбол?
- 5) Какие виды спорта предпочитают девочки из 5А?
- 6) Какие виды спорта популярны среди мальчиков из всех пятых классов?
- 7) Какие спортивные секции вы посоветовали бы организовать прежде всего для пятиклассников в этой школе?
- 8) Можно ли с помощью этой таблицы определить: сколько учащихся в 5А классе? Сколько девочек из 5А класса участвовали в опросе? Сколько всего пятиклассников в этой школе?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вот вы и добрались до последних страниц учебника математики. Надеемся, что вам было интересно на уроках, вы учились рассуждать, мыслить логически, решать задачи, находить закономерности. Вы узнали имена великих учёных, создавших фундамент арифметики и геометрии, это древнегреческие математики Евклид, Пифагор, Эратосфен, а ещё Карл Фридрих Гаусс и др.

Впереди большие летние каникулы – время отдыха, игр, развлечений, увлекательных путешествий. Надо хорошо отдохнуть, набраться сил для штурма новых вершин математики. Но при этом не забывайте, что ум, логика, сообразительность требуют такой же постоянной тренировки, как и спорт, а решать интересные задачки – это не только труд, но и большое удовольствие.

Надеемся, что уроки математики помогли вам научиться яснее рассуждать, быстрее соображать, решать непростые задачи, а это наверняка пригодится вам в самых разных жизненных ситуациях.

Но на этом ваше знакомство с удивительной наукой математикой не заканчивается.

До встречи в новом учебном году!

ОТВЕТЫ

ГЛАВА 1

9. а) Да; б) нет; в) да. **24.** 3. **26.** 2) 3 светофора; 3 светофора; 45 светофоров. **30.** а) 9 см 1 мм; б) 5 см 5 мм. **35.** 3. **43.** а) 24 см; 7 см; 20 дм; б) 3 см; 4 см 5 мм; 6 м. **44.** Через центр окружности. **48.** 1) а) $CA = 2$ см; б) $CB = 2$ см 5 мм. **53.** 6 дуг.

ГЛАВА 2

55. д) 159; е) 40; ж) 365; з) 524. **68.** 9876543210 и 1023456789. **76.** в), г), е) Нельзя сравнить. **77.** а) Всего 10 таких чисел; б) всего 11 таких чисел. **91.** б) 9 тыс. слов. **92.** а) 28 тыс.; б) 2388 тыс.; 2 млн. **93.** а) 2 см; б) 3 дм; в) 4 м; г) 36 дм; д) 5 м; е) 6 км. **95.** а) 7 кг; б) 3 ц; в) 47 т; г) 14 кг; д) 5 ц; е) 1 т. **97.** 3700; 4000. **100.** а) 62540, 62500, 63000, 60000. **101.** Любое число от 275 до 284. **104.** 33, 37, 73, 77. **105.** Должно получиться 16 чисел и 12 чисел. *Указание:* сначала запишите все такие числа, затем зачеркните те из них, в записи которых цифра повторяется, например 77. **106.** 10, 11, 12, 20, 21, 22; 4 числа. **107.** Можно. **108.** 123, 132, 213, 231, 312, 321. **109.** 5. **110.** 6 способами. **113.** 6 чисел. **114.** 3 способами. **115.** 6 способами. **116.** 10 вариантов. **117.** Нельзя. *Указание:* см. задачу 115. **118.** 6 способами; 10 пар. **119.** 6 костюмов. **120.** 8 наборов. **121.** 8 способов.

ГЛАВА 3

122. а) 79278; б) 60004; в) 54258; г) 30826; д) 31019; е) 25182; ж) 41080; з) 27816; и) 20538. **124.** а) 109998; б) 99001. **125.** 2. **127.** г) 1081; д) 441; е) 1930; ж) 2278; з) 1126. **135.** б) В 1 ч 55 мин. **136.** 180 пассажиров. **137.** Яблоко — 135 г, апельсин — 280 г, груша — 150 г. **138.** а) 26100; б) 89648; в) 276800; г) 1536000; д) 94470; е) 3624000. **139.** а) 404; б) 707; в) 225; г) 316; д) 518; е) 303. **140.** а) В 248 раз; б) в 203 раза. **141.** 2. **148.** а) 42 коробки; б) 250 г. **149.** Ящик выдержит. **150.** 4 км 800 м. **151.** В 3 раза. **152.** 42 места. **154.** б) 15 мин; 1200 м. **155.** а) 2405; б) 160; в) 11 163; г) 990. **157.** 4. **159.** а) 451; б) 1530; в) 7909; г) 443. **160.** а) 1036; б) 3755. **161.** а) 296; б) 146. **167.** 16 км. **169.** За 3 ч. **170.** 10 страниц в минуту. **171.** За 6 дней. **172.** За 28 ч. **173.** 65 футболок и 55 футболок. **189.** а) 375; б) 676; в) 23; г) 324; д) 468; е) 1100. **191.** в) 11; г) 64; д) 196; е) 1125. **194.** 3. **196.** 420 км. **197.** Через 2 ч. **198.** Через 5 мин. **199.** Через 3 мин. **200.** 80 км. **202.** а) 1850 м; б) 2800 м. **203.** Через 3 ч. **204.** 2300 м. **208.** 73 км. **209.** 5 ч. **210.** 8 ч. **211.** а) 2 км/ч; б) 20 км/ч. **212.** 2250 м; не изменится.

ГЛАВА 4

216. а) 125 км; б) 108 мин. **218.** а) 210; б) 255; в) 20100; г) 15050; д) 1050; е) 10100. **223.** а) 18900; б) 280000. **232.** в) 1100; г) 1400. **233.** а) 560; б) 2100; в) 540; г) 1500. **241.** 6 страниц. **242.** 8 рядов. **243.** Первый — 800 шаров, второй — 480 шаров. **248.** б) 18 мест. **249.** б) 44 страницы. **251.** У Серёжи 16 марок, у Васи 48 марок, у Андрея 96 марок. **253.** 16 грибов. **254.** 38 девочек и 54 мальчика. **256.** а) 22 овцы и 13 овец; б) 17 овец и 23 овцы. **259.** а) 57 и 39; б) 53 и 34. **260.** Василию 12 лет,

Борису 13 лет, Андрею 15 лет. **261.** а) 14 см и 10 см; б) 176 см^2 . **262.** Отцу 45 лет, матери 40 лет, сыну 10 лет, дочери 8 лет.

ГЛАВА 5

273. $AOD > COB$, $AOC > BOD$. **275.** 2) Тупой, прямой, острый. **276.** 1) Прямым. **279.** а) 30° , 90° , 120° , 165° . **286.** а) 45° ; б) 30° ; в) 60° . **288.** а) 34° ; б) 32° . **289.** 41° . **290.** 135° . **291.** 12° . **292.** 1) 45° ; 2) 20° . **293.** 1) Шесть углов; 3) пять лучей. **304.** 12 см. **305.** а) 12 см 8 мм; б) 15 см 3 мм; в) 27 см. **308.** 3 см.

ГЛАВА 6

312. а) 4; б) 3; в) 6; г) 2. **313.** б) По 2, 3, 4, 6, 8, 12 человек. **316.** б) Тремя способами. **324.** а) 45; б) 120 яиц. **327.** Через 120 минут. **328.** 96 спортсменов. **329.** 7 учебников; 82 ученика. **331.** 51. **357.** а) Да; б) нет; в) нет; г) да. **372.** а) 35; б) 18, 204; в) 70, 360; г) 53. **379.** а) 6; б) 7; в) 8; г) 0 или 9. **384.** а) 729; б) 594; в) 2466. **388.** а) 163; б) 409. **389.** а) Получится 20 полных коробок, останется 10 вилок. **390.** а) 22 куски и 10 см останется; б) 11 стульев. **392.** а) 6 мин 40 с; 4 мин 10 с; 26 мин 40 с; б) 2 ч 30 мин; 25 ч; 13 ч 20 мин. **395.** а) Четвергом; б) средой. **398.** 53 или 77 карандашей. **403.** 1) 4 различные цифры; 2) 2, 4, 8, 6; 3) 6, 2, 4, 8.

ГЛАВА 7

406. а) Тупоугольный; б) прямоугольный; в) остроугольный; г) тупоугольный. **408.** а) 4; б) 2. **416.** а) Периметр равен 15 см, сторона — 5 см. **417.** а) 24 см. **418.** а) 13 см; б) 9 см. **422.** а) 8 см; б) 34 см. **424.** 4. **425.** а) 8 см; б) 9 см. **430.** 8 треугольников. Треугольник ABC прямоугольный; треугольник ABO равнобедренный тупоугольный; треугольник BOC равнобедренный остроугольный. **451.** а) 15 см^2 ; б) 6 см^2 ; в) 4 см^2 ; г) 3 см^2 . **452.** а) 450 см^2 . **455.** а) 20 м; б) 10 м; в) 5 м. **457.** а) 15 а; б) 19 га. **458.** 14 см^2 ; 14 см^2 . **459.** 2 кв. ед. **461.** а) 36 см^2 ; б) 48 см^2 .

ГЛАВА 8

492. 3. **502.** а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{28}$. **516.** Саша идёт быстрее. **517.** а) $\frac{9}{24}$, $\frac{10}{24}$, $\frac{11}{24}$. **531.** 3. **540.** а) Второй краски нужно меньше; б) Борис идёт с большей скоростью; в) Алёша работает быстрее.

ГЛАВА 9

554. $\frac{5}{6}$ ч. **558.** $\frac{1}{6}$ часть. **562.** а) 2100 г; б) 4500 г; в) 1750 г; г) 3400 г. **567.** б) $2\frac{1}{2}$ ч. **568.** б) $3\frac{1}{5}$ км; $1\frac{9}{20}$ км; $5\frac{1}{2}$ км; $20\frac{3}{10}$ км. **573.** $4\frac{1}{6}$ ч; 4 ч 10 мин. **574.** $5\frac{3}{4}$ м. **575.** $11\frac{2}{5}$ м. **583.** а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{11}{12}$; в) $\frac{7}{8}$; г) $\frac{5}{6}$; д) $2\frac{1}{30}$. **584.** б) $1\frac{9}{10}$; г) $\frac{24}{35}$; д) $2\frac{17}{20}$. **600.** б) 1; в) $2\frac{1}{3}$. **601.** б) $15\frac{1}{6}$; в) $\frac{5}{28}$. **602.** а) 1; б) $7\frac{37}{40}$. **603.** а) $6\frac{3}{4}$; б) $93\frac{3}{8}$; в) $61\frac{7}{8}$; г) $113\frac{3}{4}$. **604.** б) $8\frac{6}{7}$. **606.** в) 105 мин;

- г) 280 мин. **607.** в) 4250 г; г) 3350 г. **609.** На $2\frac{1}{2}$ кг. **618.** б) 15; г) $\frac{1}{16}$.
624. 8 чашек. **625.** 7 баночек. **626.** в) $3\frac{1}{3}$ ч. **632.** а) $4\frac{1}{4}$; б) $10\frac{1}{2}$.
633. а) $1\frac{2}{7}$; б) $20\frac{2}{5}$. **636.** 76 кг. **637.** 1 ч. **639.** а) Через $1\frac{1}{4}$ ч; в) $4\frac{4}{5}$ ч.
640. $6\frac{2}{5}$ кг и $25\frac{3}{5}$ кг. **641.** 60, 90 и 120 страниц. **642.** 2) $\frac{1}{10}$ ч и $\frac{3}{10}$ ч.
643. Через $1\frac{4}{15}$ ч. **644.** Через $1\frac{3}{5}$ ч и $2\frac{2}{5}$ ч. **649.** а) 33 учащихся; б) 86 мин.
657. 1) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) за 2 ч. **659.** Нет. **664.** а) На 15 дней; б) за 15 ч.
665. За 11 дней. **666.** б) Через 3 ч. **667.** б) $\frac{7}{15}$. **671.** 30 ч. **672.** 5 ч.

ГЛАВА 10

- 674.** 1) 7 граней: три грани имеют форму квадрата, три грани — пятиугольника, одна грань — треугольника; 10 вершин, 15 рёбер. **675.** Начать надо с вершины *B* или *E*. Например, такая последовательность: *B, A, E, C, B, D, C, A, D, E*. **680.** *ABCD, AECK, KDEB*. В каждой вершине соединяли по два квадрата. **689.** а) 7 вершин, 7 граней, 12 рёбер; в) 101 вершина, 101 грань, 200 рёбер. **691.** 42 см. **693.** 1) 1882 вершины; 2) девятьсотугольная пирамида; 3) 28 вершин; 4) нет; 5) восьмиугольная пирамида. **697.** б) 136 см^2 . **701.** 1) 36 куб. ед.; 2) 24 дм^3 . **702.** 1) измерения параллелепипеда — 8, 6 и 4 см, объём 192 см^3 . **706.** 192 см^3 ; 256 см^3 . **708.** Длина — 16 дм, ширина — 16 дм, высота — 10 дм; 40 брусков; 2560 дм^3 . **710.** а) 152 л. **712.** 10 км.



Компоненты действий

$$2 + 3 = 5$$

сумма

слагаемые

$$8 - 3 = 5$$

разность

уменьшаемое

вычитаемое

$$5 \cdot 3 = 15$$

произведение

множители

$$18 : 3 = 6$$

частное

делимое

делитель



Латинский алфавит

Aa	<i>Aa</i>	а	Nn	<i>Nn</i>	ЭН
Bb	<i>Bb</i>	бэ	Oo	<i>Oo</i>	о
Cc	<i>Cc</i>	цэ	Pp	<i>Pp</i>	пэ
Dd	<i>Dd</i>	дэ	Qq	<i>Qq</i>	ку
Ee	<i>Ee</i>	е	Rr	<i>Rr</i>	эр
Ff	<i>Ff</i>	эф	Ss	<i>Ss</i>	эс
Gg	<i>Gg</i>	жэ	Tt	<i>Tt</i>	тэ
Hh	<i>Hh</i>	аш	Uu	<i>Uu</i>	у
Ii	<i>Ii</i>	и	Vv	<i>Vv</i>	вэ
Jj	<i>Jj</i>	жи	Ww	<i>Ww</i>	дубль-вэ
Kk	<i>Kk</i>	ка	Xx	<i>Xx</i>	икс
Ll	<i>Ll</i>	эль	Yy	<i>Yy</i>	игрек
Mm	<i>Mm</i>	эм	Zz	<i>Zz</i>	зет

Таблица простых чисел

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

прямоугольный
треугольник

тупоугольный
треугольник

остроугольный
треугольник

единицы длины

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

единицы площади

$$1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

единицы объёма

$$1 \text{ м}^3 = 1000000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$$

единицы массы

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

Степень

 5^4

показатель степени

основание степени

степени числа 10

степень

 10^6
 10^9
 10^{12}
 10^{15}
 10^{18}

название числа

миллион

миллиард

триллион

квадриллион

квинтиллион

квадраты чисел

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$13^2 = 169$

$14^2 = 196$

$15^2 = 225$

$16^2 = 256$

$17^2 = 289$

$18^2 = 324$

$19^2 = 361$

$20^2 = 400$

$21^2 = 441$

$22^2 = 484$

$23^2 = 529$

$24^2 = 576$

$25^2 = 625$

$26^2 = 676$

$27^2 = 729$

$28^2 = 784$

$29^2 = 841$

$30^2 = 900$

кубы чисел

$1^3 = 1$

$2^3 = 8$

$3^3 = 27$

$4^3 = 64$

$5^3 = 125$

$6^3 = 216$

$7^3 = 343$

$8^3 = 512$

$9^3 = 729$

$10^3 = 1000$

боковые стороны

B

основание

Дробь

числитель дроби

 $\frac{2}{3}$

знаменатель дроби

Смешанная дробь

целая часть

 $2\frac{2}{3}$

дробная часть

Учебное издание

Серия «Сферы»

Бунимович Евгений Абрамович
Дорофеев Георгий Владимирович
Суворова Светлана Борисовна
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

МАТЕМАТИКА

Арифметика. Геометрия

5 класс

Учебник

Центр математики

Ответственный за выпуск *Н.Н. Сорокина*

Редакторы *Н.В. Сафонова, В.В. Черноруцкий*

Художественный редактор *Ю.С. Асеева*

Компьютерная вёрстка *А.И. Барсукова, Д.Ю. Герасимова*

Дизайн обложки *О.В. Поповича, В.А. Прокудина*

Иллюстрации *С.Г. Куркиной, М.А. Григорьевой, А.П. Асеева*

Технический редактор *Н.Н. Бажанова*

Корректор *И.В. Чернова*

Подписано в печать 21.10.2021. Формат 84×108/16.

Гарнитура SchoolBookCSanPin. Уч.-изд. л. 19,07. Усл. печ. л. 23,52.

Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.