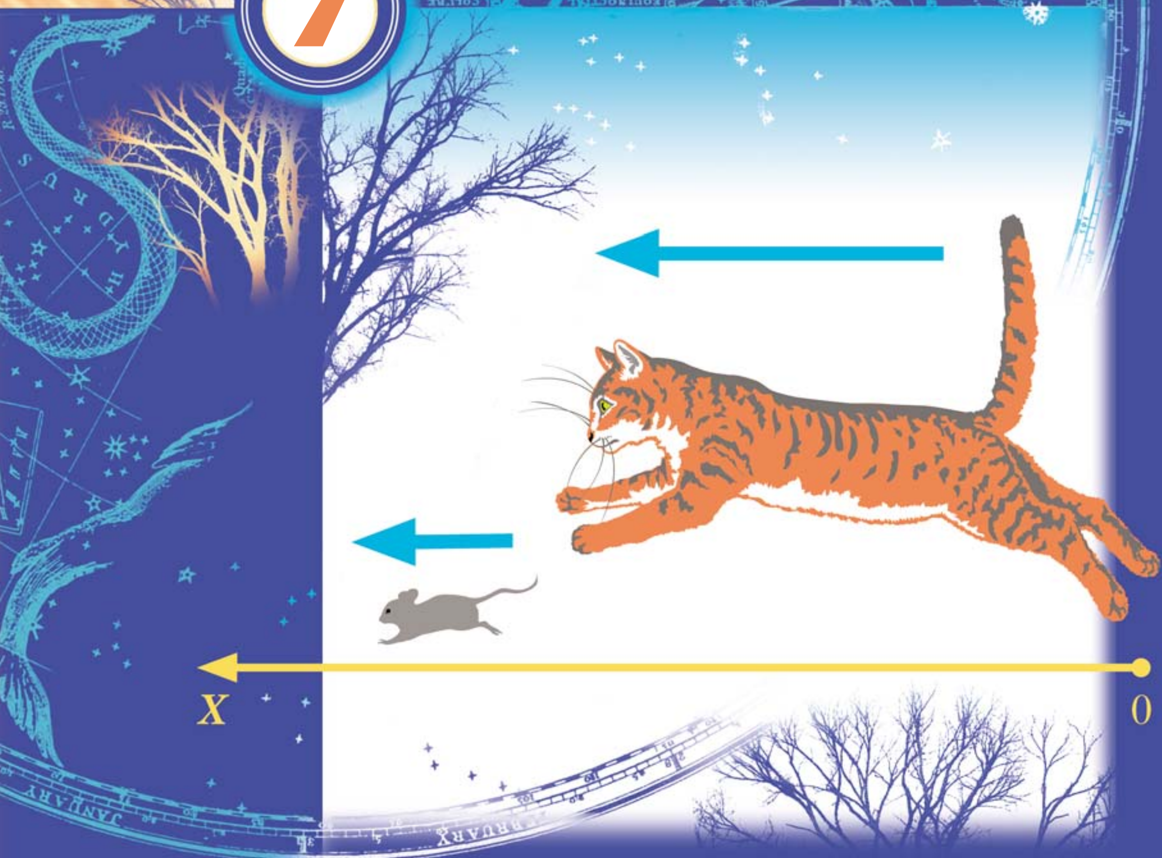
А. В. Грачёв
В. А. Погожев
А. В. Селиверстов

Физика

7



А. В. Грачёв
В. А. Погожев
А. В. Селиверстов

Физика

7 класс

Учебник

Допущено
Министерством просвещения
Российской Федерации

9-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2022

УДК 373.167.1:53+53(075.3)
ББК 22.3я721
Г78

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 254 от 20.05.2020 (в редакции приказа № 766 от 23.12.2020).

Издание выходит в pdf-формате.

Грачёв, Александр Васильевич.

Г78 Физика : 7-й класс : учебник : издание в pdf-формате / А. В. Грачёв, В. А. Погожев, А. В. Селиверстов. — 9-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2022. — 287, [1] с. : ил.

ISBN 978-5-09-101313-9 (электр. изд.). — Текст : электронный.
ISBN 978-5-09-091798-8 (печ. изд.).

Учебник рассчитан на учащихся общеобразовательных организаций, приступающих к систематическому изучению физики.

Настоящее издание вместе с рабочими тетрадями, тетрадью для лабораторных работ и методическим пособием для учителей составляет учебно-методический комплект по физике для 7 класса. В учебнике представлен раздел «Механические явления».

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:53+53(075.3)
ББК 22.3я721

ISBN 978-5-09-101313-9 (электр. изд.)
ISBN 978-5-09-091798-8 (печ. изд.)

Как работать с учебником

Дорогие ребята!

Этот учебник вы будете использовать во время урока, например, чтобы усвоить новый материал, научиться правильно решать задачи. Но с учебником можно работать и дома: самому разобраться в проблеме, найти ответ на непростой вопрос, хорошо подготовиться к уроку или контрольной работе. В учебнике достаточно подробно изложены нужные вам знания, и, если на уроке вы что-то упустили, поработайте самостоятельно — внимательно прочтите текст параграфа, постарайтесь выполнить предложенные в нём упражнения. Обращайте внимание на места, где стоят значки.

Это важно! Так отмечены основные положения в тексте параграфа.

Комментарии. Это вспомогательные тексты, поясняющие отдельные положения параграфа; советы, как ими пользоваться; различные напоминания и т. п.

Справочные материалы: сведения из истории физики; интересная дополнительная информация; данные, которые могут потребоваться, например, при решении задач.

Совместная работа. Так отмечены задания, требующие совместной работы двух или более учащихся.

Проектная и исследовательская деятельность. Так отмечены задания, предназначенные для проектной и исследовательской деятельности.

Итоги. В конце каждого параграфа собраны и приведены сведения, которые помогут вам понять, что является главным, без чего нельзя усвоить дальнейшее содержание учебника. Внимательно прочтите каждый вывод, спрашивая себя: всё ли в нём понятно? При необходимости ещё раз обратитесь к соответствующему месту в учебнике.

Вопросы. Для того чтобы проверить, насколько успешно вы усвоили основной материал в данном параграфе, постарайтесь ответить на заданные вопросы и только после этого переходите к упражнениям.

Упражнения. В конце параграфа приводятся упражнения, которые вы будете выполнять дома, после того как убедитесь, что поняли содержание параграфа и его итоги. Встретятся вам и сложные упражнения; они отмечены знаком * и рассчитаны на самостоятельную работу.

Знаком (*для дополнительного изучения*) в учебнике отмечены те места, в том числе параграфы, которые адресованы всем, кто заинтересуется физикой и захочет расширить свои знания.

Кроме условных обозначений, облегчающих работу с книгой, вам встретятся в тексте учебника и особо выделенные места.

Так, **формулировки законов** набраны другим шрифтом и цветом.

Таким же шрифтом обычного цвета набраны тексты **определений**.

Текст, на который при чтении следует обратить внимание, выделен *курсивом*. Как правило, это отдельные выводы или ключевые для понимания слова.

В разделе «Ответы» приведены ответы к отдельным вопросам и задачам в учебнике, чтобы можно было проверить свою работу.

В конце учебника дан предметный указатель. Если вам потребуется найти в книге страницу, на которой впервые появляется тот или иной физический термин, загляните в указатель.

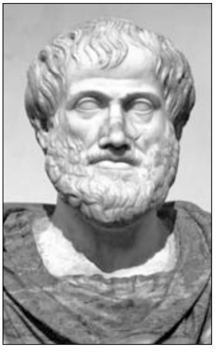
Надеемся, всё это облегчит вам работу с учебником.

Физические явления и методы их изучения

§ 1 Что такое физика. Роль физики в формировании естественно-научной грамотности. Научный метод познания

Вы держите в руках учебник по новому для вас учебному предмету — физике. Несмотря на то что вы только приступаете к её изучению, объект исследования этой науки хорошо вам знаком. С ним вы сталкивались и в школе, и дома, и на прогулке. Ведь физика изучает окружающий нас мир, и даже её название происходит от греческого слова φύσις (фюсис) — «природа». Но значит ли это, что физика изучает всё на свете?

Само название «физика» было придумано в эпоху Античности греческим философом Аристотелем (384–322 до н. э.). Вначале оно действительно означало всю совокупность знаний о природе. Однако по мере накопления таких знаний и совершенствования методов исследования из физики выделились отдельные науки (астрономия, география, химия и др.), которые принято называть *естественными*. Отличительная особенность естественных наук заключается в том, что источником знаний о природе и критерием их истинности является опыт.



Аристотель

Чем же современная физика отличается от остальных естественных наук? Чтобы разобраться в этом, рассмотрим, с чего началось изучение природы.

С древних времён люди наблюдали самые разные явления на Земле и в небе: восход и заход светил, смену дня и ночи, движение и столкновение предметов, свет и звук, тепло и холод, проявления стихии — разливы рек, ураганы, грозы и многое другое. Явлений вокруг было множество. Но, несмотря на такое разнообразие, окружающий мир всегда виделся человеку единым целым. Ни одно из явлений не было изоли-

Древний астроном наблюдает расположение небесных светил с помощью угломерных палочек

рованным, не происходило отдельно от других. Некоторые из них повторялись (например, смена времён года). Другие (такие как дождь, гроза, радуга) происходили одновременно или следовали друг за другом. Это наводило на мысли о том, что у разных явлений должны иметься какие-то общие причины — законы, скрытые от человека.

В Древнем мире закономерности различных явлений подмечали, записывали и хранили в глубокой тайне жрецы храмов. Целью их занятий было предсказание, например, разливов рек, солнечных и лунных затмений, т. е. тех природных явлений, от которых зависела жизнь человека.

Но учение Древнего мира о природе ещё не было наукой. *Объяснения явлений природы*, которые давали посвящённые в «высшие» знания люди, *не содержали природных причин*. Например, восходы и заходы Солнца, смену времён года, проявления стихии — грозу, ветер, землетрясение — связывали с действиями богов. Поэтому деятельность учёных того времени ограничивалась лишь собиранием разных фактов и общим описанием явлений.

Исследование природы в современном понимании — *описание её явлений и изучение их закономерностей на основе продуманных экспериментов* — началось лишь в эпоху Возрождения. К этому времени объём накопленных знаний стал столь значительным, что науку о природе пришлось разделить на части. Появился ряд новых дисциплин, исследующих окружающий мир в более узких областях: живую природу стали изучать своими методами зоология и ботаника, небесные тела — астрономия, поверхность и недра Земли — география и геология, превращения веществ — химия. При этом физики стали широко применять новые методы исследования, используя всё более совершенные инструменты. В то же время физика сохранила прежнюю цель — искать объяснения разнообразным явлениям окружающего мира, изучать их причины, выявлять общие свойства, находить закономерности и взаимосвязи между явлениями и процессами. Именно в этом заключается роль физики в процессе познания окружающего мира.

! В наши дни интересы учёных включают в себя физику микромира, изучающую свойства мельчайших частиц вещества, макрофизику, рассматривающую окружающие нас объекты, и мегафизику — физику космических объектов (галактик и Вселенной в целом.

Эти закономерности (или, по-другому, физические законы) *описывают количественные соотношения в природе*. Часто они записываются на математическом языке, с помощью формул. Поэтому при изучении физики знание математики так же необходимо, как знание языка при чтении книг.

Как же учёные открывают эти закономерности? На начальном этапе познания проводили наблюдения явлений природы. Анализ этих наблюдений позволил найти количественные характеристики для их описания. Это, в свою очередь, позволило устанавливать связи между этими характеристиками.

В современной науке не ограничиваются пассивным наблюдением, дожидаясь, пока интересующее их явление будет происходить самопроизвольно. Для его изучения проводят специально подготовленный опыт — *эксперимент*, во время которого изучаемое природное явление воспроизводится в строго определённых условиях заранее продуманным образом. Эксперимент для получения новых знаний использовал итальянский физик и астроном Галилео Галилей (1564–1642). Исследуя движение, он сбрасывал предметы одинаковой формы с наклонной Пизанской башни и изучал, зависит ли время их падения от массы. С исследований Галилея берёт начало история современной физики.

Галилео Галилей

Эксперимент в современной физике — один из ведущих методов изучения природы. На основании результатов эксперимента строится физическая теория. При её построении используют модели. Это связано с тем, что описываемые теоретически реальные явления, процессы и объекты весьма сложны. Поэтому их описание начинают с выделения главных факторов и признаков, характеризующих явление, процесс или объект, и отбрасывания второстепенных, не оказывающих существенного влияния, с точки зрения исследователя.

Исаак Ньютон

Модель в физике — упрощённая версия реального явления (процесса, объекта), сохраняющая её (его) основные черты, с точки зрения исследователя.

После выбора модели учёные начинают строить теорию, используя основные черты этой модели. В результате предсказываются новые свойства явления, выдвигаются гипотезы, из которых вытекают следствия. Теория развивается. Появляется возможность предсказать новые, ещё не открытые явления и закономерности. Это позволяет провести новые эксперименты, с помощью которых можно понять, соответствует ли выбранная учёными модель реальному явлению или при её выборе не были учтены какие-либо важные факторы. Таким образом, *эксперимент является не только источником, но и критерием истинности наших знаний о природе*.

По мере развития подкреплённой экспериментами и наблюдениями теории учёные всё лучше понимают, какие причины и условия протекания изучаемых явлений и процессов являются определяющими, а какие — несущественными или вовсе не относящимися к ним. В результате появляется возможность проведения модельных экспериментов.

Модельным называют эксперимент, в котором реализуют лишь основные, играющие, с точки зрения исследователя, принципиальную роль, причины и условия протекания изучаемого явления или процесса.

Модельный подход позволяет не только упростить подготовку и реализацию эксперимента, но и более полно проверить выдвигаемые гипотезы.

Второй, не менее важный способ познания — *теоретическое описание* явлений окружающего нас мира. На основе физических теорий учёные получают общие законы природы, объясняют с их помощью уже известные явления и предсказывают новые, ещё не открытые. Основоположник теоретического метода в физике — английский физик и математик Исаак Ньютон (1643–1727), создавший первую физическую теорию (классическую механику).

Изобретение и усовершенствование компьютеров привело к развитию самого молодого научного способа познания окружающего мира. Это — компьютерное моделирование явлений и процессов, или *численный эксперимент*.

Эксперимент, теоретическое описание и компьютерное моделирование — основные научные методы познания природы. В современной физике они используются совместно.

Но зачем физика занимается исследованием природы? Что движет учёными, кроме обычного любопытства? Ещё в самом начале цивилизации люди поняли, что знания об окружающем мире делают человека сильнее и помогают обустроить жизнь. Открытие законов природы изменило отношение человека к окружающему миру, что привело к появлению техники. У человека появились новые возможности: рычаг сделал его сильнее, паровой двигатель освободил от тяжёлого труда. С помощью самолёта люди покорили воздушное пространство, а с помощью ракеты — космос. Мобильный телефон, СВЧ-печь, компьютер, Всемирная сеть Интернет — вот очевидные успехи прикладной физики последних десятилетий. Можно сказать, что в наши дни благодаря развитию науки и техники человек живёт уже в новом окружающем мире и физика играет в этом мире всё более важную роль. Знание законов природы позволяет человеку использовать её для своих нужд, создавать новые приборы, устройства, материалы. А поскольку наши потребности и возможности всё время растут, то и физика постоянно развивается.

В школьном курсе невозможно рассказать обо всех направлениях современной науки. Чтобы упростить изучение физики, изучаемые ею явления принято делить на механические, тепловые, электромагнитные, световые и квантовые.

Эти явления изучаются в различных разделах физики: механике, молекулярной физике, термодинамике, электромагнетизме, оптике, атомной и ядерной физике. Но нужно помнить: природа не знает о том, что люди разделили знания о ней на части. Поэтому для объяснения того или иного явления могут потребоваться законы, изучаемые не только в разных разделах физики, но и в разных естественных науках.

Итоги

Физика появилась в результате наблюдений разнообразных явлений природы и стремления понять причины возникновения этих явлений.

Физика стала наукой в современном понимании лишь в эпоху Возрождения, когда люди начали описывать явления и изучать их закономерности на основе продуманных экспериментов.

Основные *научные методы познания природы — эксперимент, теоретическое описание* и *компьютерное моделирование*. В современной физике они используются совместно.

Физические законы описывают количественные соотношения в природе. Часто они записываются на математическом языке, с помощью формул. Физические законы основываются и проверяются на экспериментальных фактах.

Знание законов природы изменило отношение человека к окружающему миру и привело к появлению техники.

Вопросы

1. Назовите, какие из перечисленных явлений изучает физика, а какие — другие науки: падение камня, рост дерева, полёт самолёта, горение спички, свечение лампочки, извержение вулкана.
2. Как в древние времена люди отвечали на вопрос о причинах природных явлений? Почему их учение о природе ещё не было наукой? Когда физика стала наукой в современном понимании?
3. Запланируйте и проведите наблюдение и описание известного вам физического явления, например ветра или кипения воды в кастрюле. Сформулируйте цель исследования, обстоятельства и условия проведения наблюдения. Укажите различные проявления этого явления. Какие понятия потребовались вам для описания?
4. Что такое эксперимент, чем он отличается от наблюдения? Перечислите основные научные методы познания природы, используемые в физике.

*5. Приведите примеры физических явлений, которые: а) происходят периодически (повторяются); б) происходят одновременно; в) следуют друг за другом.

6. Что называют моделью в физике?
7. Какой эксперимент называют модельным?

§ 2 Физические величины

Физика, как мы уже установили, изучает общие закономерности в окружающем нас мире. Для этого учёные проводят наблюдения физических явлений. Однако при описании явлений принято использовать не повседневный язык, а специальные слова, имеющие строго определённый смысл, — *термины*. Некоторые физические термины уже встречались вам в предыдущем параграфе. Многие термины вам только предстоит узнать и запомнить их значения.

Кроме того, физикам необходимо описывать различные свойства (характеристики) физических явлений и процессов, причём характеризовать их не только качественно, но и количественно. Приведём пример.

Исследуем зависимость времени падения камня от высоты, с которой он падает. Опыт показывает: чем *больше* высота, тем *больше* время падения. Это *качественное* описание, оно не позволяет подробно описать результат эксперимента. Чтобы понять закономерность такого явления, как падение, нужно знать, например, что при *увеличении высоты в 4 раза* время падения камня обычно *увеличивается в 2 раза*. Это и есть пример *количественных* характеристик свойств явления и взаимосвязи между ними.

Для того чтобы количественно описывать свойства (характеристики) физических объектов, процессов или явлений, используют *физические величины*. Примеры известных вам физических величин — *длина*, *время*, *масса*, *скорость*.

! Физические величины количественно описывают свойства физических тел, процессов, явлений.

С некоторыми величинами вам доводилось сталкиваться раньше. На уроках математики, решая задачи, вы измеряли длины отрезков, определяли пройденный путь. При этом вы пользовались одной и той же физической величиной — *длиной*. В других случаях вы находили продолжительность движения различных объектов: пешехода, автомобиля, муравья — и также использовали для этого только одну физическую величину — *время*. Как вы уже заметили, для разных объектов одна и та же физическая величина принимает различные значения. Например, длины разных отрезков могут быть неодинаковы. Поэтому *одна и та же физическая величина может принимать разные значения и быть использована для характеристики самых разных объектов, процессов и явлений.*

Необходимость введения физических величин заключается ещё и в том, что с их помощью записывают законы физики.

В формулах и при расчётах физические величины обозначают буквами латинского и греческого алфавитов. Есть общепринятые обозначения, например длина — l или L, время — t или T, масса — m или M, температура — t или T, площадь — S, объём — V и т. п.

Если вы запишете значение физической величины (ту же самую длину отрезка, получив её в результате измерения), то заметите: это значение — не просто число. Сказав, что длина отрезка равна 100, обязательно нужно уточнить, в каких единицах она выражена: в метрах, сантиметрах, километрах или в чём-то ещё. Поэтому говорят, что *значение физической величины — именованное число*. Его можно представить как число, за которым указано наименование единицы этой величины.

! Значение физической величины = Число × Единица величины.

Единицы многих физических величин (например, длины, времени, массы) первоначально возникли из потребностей обыденной жизни. Для них в разные времена разными народами были придуманы различные единицы. Интересно, что названия многих единиц величин у разных народов совпадают, потому что при выборе этих единиц использовались размеры тела человека. Например, единица длины, называемая «локоть», использовалась в Древнем Египте, Вавилоне, арабском мире, Англии, России.

Но длину измеряли не только локтями, но и в вершках, футах, лье и т. п. Следует сказать, что даже при одинаковых названиях единицы одной и той же величины у разных народов были разными. В 1960 г. учёные разработали *Международную систему единиц* (СИ, или SI, – сокращение от фр. Système International d'Unitès). Эта система принята многими странами, в том числе и Россией. Поэтому использование единиц этой системы является обязательным.

Принято различать *основные* и *производные* единицы физических величин. В СИ основные механические единицы – длина, время и масса. *Длину измеряют в метрах* (м), *время — в секундах* (с), *массу — в килограммах* (кг). Производные единицы образуют из основных, используя соотношения между физическими величинами. Например, единица площади – квадратный метр ($м^2$) – равна площади квадрата с длиной стороны один метр.

При измерениях и вычислениях часто приходится иметь дело с физическими величинами, численные значения которых во много раз отличаются от единицы величины. В таких случаях к названию единицы добавляют приставку, означающую умножение или деление единицы на некоторое число. Очень часто используют умножение принятой единицы на 10, 100, 1000 и т. д. (*кратные* величины), а также деление единицы на 10, 100, 1000 и т. д. (*дольные* величины, т. е. *доли*). Например, тысяча метров – это один километр (1000 м = 1 км), приставка – *кило*-.

Приставки, означающие умножение и деление единиц физических величин на десять, сто и тысячу, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Приставки для кратных и дольных единиц величин

Множитель	Приставка	Обозначение
10	дека-	да
100	гекто-	г
1000	кило-	к

Множитель	Приставка	Обозначение
0,1	деци-	д
0,01	санти-	с
0,001	милли-	м

22 июня 1799 г. во Франции были изготовлены два эталона из платины для измерения длины (эталонный метр) и массы (эталонный килограмм). Эту дату принято считать днём рождения СИ. В нашей стране эта система единиц была введена в 1963 г. СИ — универсальная система единиц, её рекомендуется использовать во всех областях науки и техники. Отметим, что некоторые единицы физических величин, не входящие в СИ (внесистемные единицы), все ещё широко используются в практической деятельности.

Итоги

Физическая величина является *количественной характеристикой* свойств физических объектов, процессов или явлений.

Физическая величина характеризует одно и то же свойство самых разных физических объектов и процессов.

Значение физической величины — именованное число.
Значение физической величины = Число × Единица величины.

Вопросы

1. Для чего используют физические величины? Приведите примеры физических величин.
2. Какие из перечисленных ниже терминов являются физическими величинами, а какие нет?
   Линейка, автомобиль, холод, длина, скорость, температура, вода, звук, масса.
3. Как записывают значения физических величин?
4. Что такое СИ? Для чего она нужна?

*5. Какие единицы физических величин называют основными, а какие — производными? Приведите примеры.

Упражнения

1. Найдите в тексте § 1 и 2 физические термины и выпишите их.
2. Масса тела равна 250 г. Выразите массу этого тела в килограммах (кг) и миллиграммах (мг).
3. Выразите расстояние $0{,}135$ км в метрах (м) и в миллиметрах (мм).
4. На практике часто используют внесистемную единицу объёма — *литр*: 1 л $= 1$ дм^3. В СИ единица объёма носит название *кубический метр*. Сколько литров в одном кубическом метре? Найдите, какой объём воды содержит кубик с ребром 1 см, и выразите этот объём в литрах (л) и кубических метрах (м^3), используя необходимые приставки.
5. Назовите физические величины, которые необходимы для описания свойств такого физического явления, как ветер (*см.* § 1).

*6. Какие старинные и современные единицы длины, времени и массы вы знаете?

§ 3 Измерение физических величин

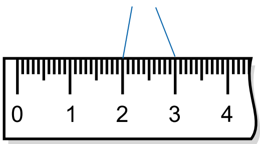
Теперь мы знаем, что такое физическая величина и как её записать. Для того чтобы узнать её значение в каждом конкретном случае, проводят измерения.

Нахождение значения физической величины опытным путём с помощью специальных технических средств называют измерением физической величины.

Только проводя измерения с помощью соответствующих приборов, физики экспериментально устанавливают количественные соотношения между физическими величинами. Великий русский учёный Дмитрий Иванович Менделеев писал: «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять; точная наука немыслима без меры».

! Без проведения измерений физических величин невозможно описать свойства объектов и обнаружить количественные закономерности в природе.

Расстояние между подписанными штрихами равно 10 мм



Между подписанными штрихами находится 10 делений — значит, цена деления равна 10 мм : 10 делений = 1 мм

Рис. 1 Определение цены деления шкалы линейки

В самом простом случае, чтобы измерить какую-либо величину, необходимо сравнить её с единицей этой величины, т. е. определить, во сколько раз измеряемая величина отличается от её единицы. К примеру, при измерении длины ручки можно использовать линейку. Линейка является простейшим физическим прибором, предназначенным для измерений длин. Как и на других приборах, например на часах, термометрах, на линейке нанесена шкала — ряд делений.

Прежде чем проводить измерения с помощью прибора, имеющего шкалу, необходимо определить *цену деления* его шкалы (рис. 1). То есть нужно узнать, сколько единиц измеряемой величины приходится на одно деление — расстояние между двумя соседними отметками шкалы (штрихами). Обычно одно деление линейки соответствует 1 мм. Определять цену деления других измерительных приборов вы научитесь, выполняя лабораторные работы.

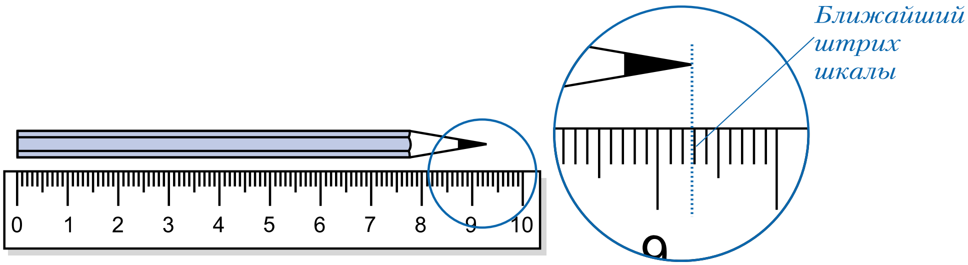


Рис. 2 Измерение длины карандаша

Цена деления шкалы — разность значений измеряемой величины, соответствующих двум соседним отметкам (штрихам) шкалы.

После нахождения цены деления шкалы можно проводить измерение длины. Измерим с помощью линейки длину карандаша (рис. 2). Для этого совместим один из концов карандаша с началом шкалы. Затем найдём штрих на шкале, ближайший ко второму концу карандаша (на рисунке он отмечен пунктирной линией). Подсчитаем число делений шкалы между началом и найденным штрихом. После этого цену деления умножим на найденное число делений. Полученный результат можно выразить в различных единицах (например, в миллиметрах, сантиметрах или метрах).

Но линейкой нельзя измерить точно длину предмета, по крайней мере, по двум причинам. Первая заключается в том, что *невозможно точно нанести штрихи на шкалу*. Вторая причина: *измеряемый предмет может оказаться чуть длиннее или короче, чем длина целого числа делений шкалы*. Имеется и целый ряд других причин. Так, человеческий глаз улавливает различия в длине только до определённого значения, штрихи имеют конечную толщину, торец карандаша не идеально ровный и т. п. Обычно линейки изготавливают так, чтобы ошибка (погрешность) при измерении не превышала половины цены деления в любом месте шкалы. Поэтому, как правило, не имеет смысла пытаться измерить длину предмета с точностью, превышающей половину цены деления линейки. В данной ситуации можно лишь утверждать, что измеренная длина карандаша больше 92, но меньше 93 мм. К

К Как правило, для линеек цена деления шкалы составляет 1 мм. Поэтому не имеет смысла пытаться измерить длину предмета с помощью линейки с точностью, превышающей половину цены деления шкалы линейки, — 0,5 мм.

1

2

3

4

К сожалению, за очень редким исключением, любое измерение не в состоянии дать результат без погрешности. Поэтому почти *все измеренные физические величины известны нам приблизительно*. Следовательно, обычно мы можем говорить лишь об измерении с некоторой точностью, которая зависит от измерительного прибора и метода измерения.

Развитие физики связано с появлением всё более точных приборов и методов измерений, дающих всё меньшую погрешность. Очень наглядно это проявилось при измерении такой физической величины, как время. В древнейшие времена единицами времени были сутки и год. Наблюдения за движением Солнца по небу позволили создать солнечные часы. С их помощью в древнем Вавилоне научились измерять более короткие отрезки времени, разделив и день, и ночь на 12 часов, а час на 60 минут. Люди поняли, что час нужно задавать как постоянный промежуток времени. Его длительность можно определить через регулярно повторяющийся природный процесс, например суточное вращение небесной сферы.

Изобретение стекла дало возможность создать песочные часы (*1*). К сожалению, такие часы не позволяли измерять интервалы времени, меньшие нескольких секунд. Галилео Галилей в начале XVII в. в экспериментах по изучению движения тел измерял временны́е промежутки, считая удары собственного пульса (примерно один удар в секунду), пока не открыл периодичность колебаний маятника. Используя это открытие, другой физик, Христиан Гюйгенс (1629–1695), изобрёл маятниковые часы (*2*).

Открытие и исследования электрических явлений привели к созданию многих электронных приборов, в том числе и электронных часов (*3*). А открытие тайн микромира позволило изготовить сверхточные атомные часы.

В древнем Вавилоне использовалась не десятичная система счисления, а двенадцатеричная (и основанная на ней шестидесятеричная). Напоминанием об этих древних временах служит деление суток на 24 часа, часа на 60 минут, а минуты на 60 секунд.

Интересно, что усовершенствование измерительных приборов подталкивает развитие всех наук. Например, изобретение хронометра — точных механических часов (*4*) — дало возможность морякам определять своё положение в море и привело к множеству географических открытий; развитие угломерных инструментов позволило получить более точную информацию о небесных телах и Земле и т. п. Поэтому в физике уделяется большое внимание усовершенствованию методов измерений и созданию новых приборов.

Итоги

Измерение физической величины — нахождение её значения опытным путём с помощью специальных технических средств.

Чтобы измерить какую-либо величину, необходимо сравнить её с единицей этой величины, т. е. определить, какое число раз в измеряемой величине содержится эта единица.

Перед проведением измерения с помощью измерительного прибора, имеющего шкалу, определяют *цену деления шкалы*.

Все измерения физических величин производятся с *погрешностью*. Для простых приборов со шкалой (например, линейки) погрешность обычно принимают равной половине цены деления шкалы.

Вопросы

1. Что такое измерение физической величины? Для чего необходимо измерять физические величины?
2. Как провести измерение физической величины? С чем сравнивают физическую величину при её измерении?
3. Что такое цена деления шкалы? Как её определить?
4. Почему с помощью линейки нельзя точно измерить длину любого тела?

*5. Как погрешность измерения связана с ценой деления шкалы измерительного прибора?

Упражнения

1. Определите, какую длину имеет ластик, изображённый на рис. 3.

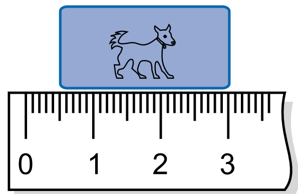


Рис. 3

2 Можно ли утверждать, что ластик (*см.* рис. 3) имеет длину 25 мм; 24 мм; $24{,}5$ мм?

3 Запишите цену деления измерительных приборов, которые есть у вас дома (термометр, весы или безмен, рулетка, часы, секундомер, барометр).

4 Прижмите карандаш или ручку к линейке. Возьмите линейку с прижатым к ней карандашом в руки и посмотрите на неё с расстояния 20–25 см попеременно то правым, то левым глазом. Почему положения конца карандаша или ручки различаются при наблюдении правым и левым глазом? Приводит ли это к дополнительной погрешности измерения? Если да, то можно ли её уменьшить?

5 Перечислите приборы, необходимые, с вашей точки зрения, для измерения физических величин из упражнения 5 § 2. Проведите физический эксперимент с целью измерения выбранных вами величин.

6 Сделайте описание часов (секундомера), компаса, рулетки или других устройств, которыми вы пользовались при выполнении упражнения 5. Найдите в учебной и справочной литературе описание флюгера.

7 Запланируйте и проведите эксперимент с целью измерения температуры вашего тела, воздуха в комнате, воздуха на улице.

Для дополнительного изучения

§ 4 Роль и место механики в физике

Изучение физики, как правило, начинают с механики. И это не случайно. Физика возникла в древности из интереса к *устройству* окружающего мира. Наблюдая за движением небесных тел — Солнца, Луны, звёзд и планет, обращаясь к движению земных предметов, люди задавались вопросом: «Чем определяется установленный в природе всеобщий порядок?», искали закономерности в изменении положения светил с течением времени. Знание этих скрытых от человека высших законов — *единого механизма природы* — позволило бы, как полагали в античные времена, использовать силы окружающего мира, во много раз превышающие человеческие, наконец, создать собственные механизмы. Это и стало главной целью механики во времена её зарождения — получение самых важных, определяющих движение законов, которые лежат в основе всей природы.

Таким образом, изучение природы началось со взгляда на неё как на единый механизм, действие которого следует раскрыть.

Термин «**механика**» происходит от греческого слова μηχανή (механэ), которое переводится дословно: «хитрость», «выдумка», «машина». Древние греки считали, что с помощью механики человек сможет перехитрить природу, используя различные приспособления — механизмы.

Появившись раньше других наук — наравне с математикой, — механика до наших дней сохранила своё значение для практической деятельности людей, а в физике оставила за собой очень важное место. Это произошло благодаря тому, что законы механики, открытые за столетия развития науки, имеют всеобщий, или, как ещё говорят, универсальный, характер. Окружающему нас миру свойственны движение, изменчивость. Поэтому законы движения и взаимодействия тел лежат *в основе* объяснения многих явлений природы. В этом мы убедимся, когда будем изучать, например, тепловые и электрические явления, строение и свойства вещества, квантовые явления. Без знания механики понять эти разделы физики невозможно.

В наше время законы механики используют практически везде — при проектировании, создании и эксплуатации автомобилей, речных и морских судов, космических аппаратов и самолётов, водных каналов, различных сооружений, зданий и механизмов. Таким образом, механику используют во многих областях жизни. Это и строительство, и транспорт, и машиностроение. В атомной энергетике законы механики применяют при создании оборудования для управления ядерными реакциями.

Самые первые и необходимые в будущем сведения по механике и содержит эта книга.

Итоги

Механика возникла в древности из интереса к устройству единого механизма природы и наблюдения за движением небесных тел. Механика стала началом физики как науки о природе и с тех пор является её основой.

В современном понимании *механика — наука о механическом движении тел, изучающая способы описания этого движения и причины его возникновения*.

Методы, развитые в механике, широко применяют при описании различных явлений и процессов.

Глава 1 Кинематика

Наблюдая вокруг себя самые разнообразные объекты: облака, звёзды и планеты, автомобили, летящую птицу, мы говорим, что тот или иной объект движется. Что же имеют в виду, произнося слово «движение»? В русском языке слово «движение» означает любое изменение, в отличие от состояния неподвижности, покоя. Например, говорят о «душевном движении», «общественном движении» и т. п. Мы же, изучая механику, будем использовать понятие «механическое движение», при этом часто ради краткости будем говорить просто «движение», опуская прилагательное «механическое».

Дать определение механического движения учёные смогли, лишь обобщив все накопленные за многие века знания. В настоящее время говорят:

механическое движение — это изменение положения тела или его частей относительно других тел с течением времени.

Попробуем разобраться в этом определении, чтобы научиться правильно его использовать.

Ясно, что любое реальное тело имеет определённые размеры. Чтобы описать изменение его положения при механическом движении относительно других тел, мы должны рассматривать, как движутся все части этого тела. В ряде случаев, например при объезде автомобилем крупного препятствия на дороге, размеры и форма тел играют решающую роль. Однако вначале мы будем изучать наиболее простые виды движения. При этом мы будем рассматривать движение тел, размерами которых пренебрегают. Такие тела называют *точечными телами*. О точечном теле можно говорить, что в данный момент времени оно находится в некоторой точке пространства.

Очевидно, что реальное тело можно считать точечным лишь тогда, когда нас не интересует различие в движении или положении отдельных частей этого тела. Например, если нас интересует только время движения поезда, выехавшего из Москвы во Владивосток, то этот поезд разумно считать точкой. Если же нас интересует время, за которое этот поезд проследует мимо километрового столба или какой-либо станции, то очевидно, что нам нельзя рассматривать поезд как точку, иначе мы не ответим на вопрос задачи. Также нельзя считать этот поезд точкой, если нас интересует, например, движение разных частей колеса этого поезда.

Следовательно, можно ли принять всё тело за точку, зависит от поставленной задачи.

Мы начнём изучение механики с изучения движения точечного тела, т. е. будем рассматривать ситуации, когда реальное тело можно принять за точку. Изучение механики традиционно начинают с *кинематики*.

Кинематика — раздел механики, в котором рассматривают способы описания механического движения тел без выяснения причин изменения характера их движения.

Сами причины мы рассмотрим в других разделах механики, а здесь попытаемся ответить на вопрос: «Как описать движение тела?» Для этого прежде всего необходимо научиться отвечать на два важнейших вопроса: «*Где* (в какой точке пространства) и *когда* (в какой момент времени) находилось, находится или будет находиться тело в процессе своего движения?» Начнём с ответа на первый вопрос — выясним, как можно описать положение тела в пространстве.

§ 5 Положение тела в пространстве

Наверняка каждый из вас неоднократно договаривался с другом, родителями или учителем о встрече. При этом всегда возникал вопрос: где встретиться? Хорошо, если намечаемое место встречи было известно и вы могли его назвать или показать. Но как быть, если вы договариваетесь о месте встречи по телефону или сообщаете о нём в письме?

Обратимся за примером к одному из древних авторов, который сообщал в послании другу, как найти зарытый в землю клад: «Найдя одинокий дуб перед воротами моего замка, прижмись к его стволу спиной. Обратив лицо к восходящему Солнцу, отсчитай десять шагов вперёд, и ты окажешься над искомым». При использовании подобного наставления трудно не найти спрятанный сундук с сокровищами. Ясно, что найти клад было бы значительно труднее, если бы в послании говорилось, что надо отсчитать десять шагов от замка, а не от достаточно малого по размерам конкретного места — дуба.

Вдумаемся, что использовал автор послания. Во-первых, он указал точку на поверхности Земли перед своим замком (дуб), от которой надо начинать поиск. Физики говорят, что было указано *тело отсчёта* и *начало отсчёта* (земля вокруг замка и дуб соответственно). Во-вторых, он указал направление (восходящее Солнце, т. е. восток) и расстояние от начала отсчёта до искомого места вдоль этого направления, выраженное в единицах длины — шагах. Говоря иначе, он ввёл ось координат, связанную с телом отсчёта. К

Обратим внимание, что ось координат имеет:

1) начало отсчёта (в данном случае — дуб);

2) положительное направление (восходящее Солнце — восток);

3) нанесённые на неё метки, соответствующие выбранной единице длины (шаг).

Теперь любой точке на этой оси можно приписать *конкретное число, равное расстоянию в заданных единицах длины* (шагах) *от начала отсчёта до этой точки*. Это число называют ***координатой*** точки по этой оси. Например, точка, где находится клад (рис. 4), имеет координату по этой оси $x_{кл} = 10$ шагов. А точка, в которой находится изображённый на рисунке человек, имеет координату $x_ч = 4$ шага. Координата

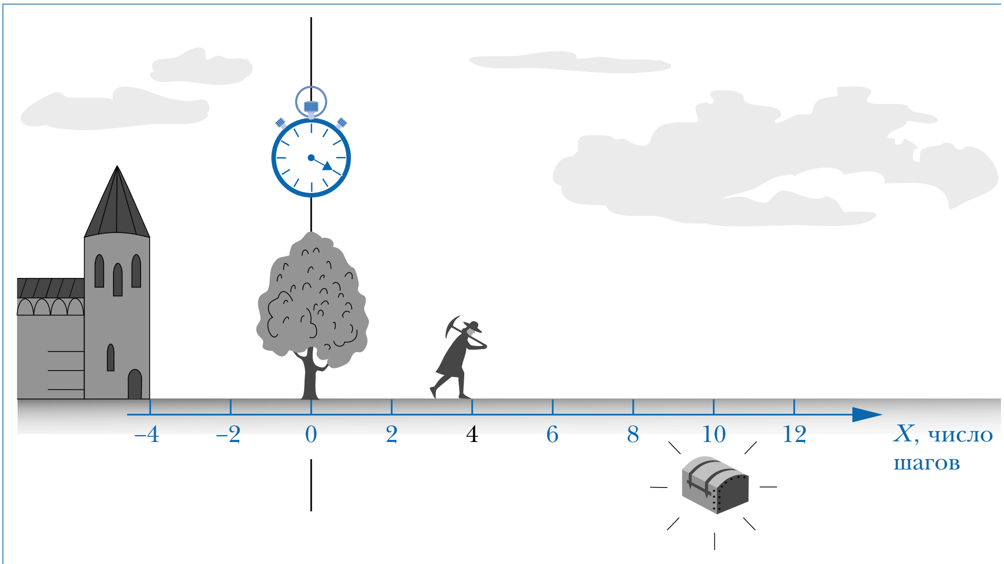


Рис. 4 Положение идущего к кладу человека изменяется с течением времени — его координата увеличивается

К *Телом отсчёта* называют тело, относительно которого определяют положение остальных тел. Некоторую точку этого тела называют *началом отсчёта* и присваивают этой точке координату нуль. Из начала отсчёта в нужном направлении проводят координатную ось.
Отметим, что расстояние между любыми точками тела отсчёта должно быть неизменным.

дуба $x_д = 0$. Отметим ещё раз, что точку с нулевой координатой называют *началом отсчёта*.

Координаты точек, которые находятся на оси от начала отсчёта в направлении, противоположном положительному, считают отрицательными. Поэтому координата стены у ворот замка на рис. 4 имеет отрицательное значение: $x_с = -4$ шага.

Подведём итог нашим рассуждениям. Чтобы описать положение конкретной точки (или тела, заменённого этой точкой), следует:

1) выбрать тело отсчёта, относительно которого будем проводить дальнейшее описание;

2) ввести систему координат, связанную с этим телом отсчёта (т. е. указать начало отсчёта, направление координатной оси и единицу длины);

3) указать координату интересующей нас точки.

Отметим, что для нахождения искомого места необходимо использовать все три понятия: тело отсчёта, координатная ось и координата. Скажем, если кто-то из вас предложит другу встретиться завтра в точке с координатой $x = 18$, не указав ни тела отсчёта, ни оси, ни единицы длины вдоль этой оси, то встречи, скорее всего, не будет. Однако если вы договоритесь с одноклассниками встретиться в 10 метрах на север от памятника А. С. Пушкину на Тверском бульваре, например, 18 марта этого года в 10 часов утра, то, будьте уверены, никто не заблудится.

Обратим внимание на то, что в последнем условии помимо места указано время встречи. Любое устройство, предназначенное для отсчёта времени, называют *часами*.

! Часы — это любое устройство для отсчёта времени.

Пользуясь часами, можно ответить и на другой интересующий нас вопрос — *когда?* То есть в какой момент времени должна, например, произойти встреча в заданной точке пространства. К

Совокупность тела отсчёта, с которым связана система координат, и часов называют системой отсчёта.

Имея систему отсчёта, мы можем ответить на вопросы: «Где и когда находится интересующее нас тело?»

К Можно сказать, что, взяв часы, мы тем самым вводим ещё одну ось — ось времени, на которой, как на секундомере, нанесены метки, соответствующие выбранной единице времени, например секунде.
Точно так же, как на оси координат, на оси времени должно быть отмечено начало отсчёта — нулевая точка. Это может быть, например, момент включения секундомера.

Итоги

Для того чтобы описать положение данного тела в пространстве, необходимо:
1) выбрать *тело отсчёта* и *начало отсчёта* на этом теле;
2) связать с ним *координатную ось*, проходящую через начало отсчёта в нужном направлении, и указать *единицу длины*.

При этом расстояние от начала отсчёта до данного тела, выраженное в выбранных единицах длины и взятое с соответствующим знаком, называют *координатой этого тела*.

Поступив так, мы будем говорить, что описали положение данного тела относительно выбранного тела отсчёта.

Если мы выберем в качестве тела отсчёта другое тело или другую ось координат, то и координата данного тела может стать другой.

Совокупность тела отсчёта, с которым связана система координат, и часов называют системой отсчёта.

Вопросы

1 Что такое ось координат, координата точки, тело отсчёта, часы?

2 Что такое система отсчёта?

3 Что и в какой последовательности нужно сделать для того, чтобы описать положение данного тела в пространстве?

*4 Расскажите, как выбирают тело отсчёта и начало отсчёта. Объясните, почему в качестве тела отсчёта нельзя выбрать точечное тело. Перед ответом на последний вопрос скажите, какое минимальное число точек определяет положение прямой линии.

Упражнения

1 Опишите положение (найдите координаты): а) дуба; б) человека; в) клада, изображённых на рис. 4, если в качестве начала отсчёта выбрать: стену у ворот замка; клад.

2 Опишите систему отсчёта, позволяющую задать на местности координаты (место) и время встречи одноклассников. Для выполнения упражнения используйте компас, часы, рулетку. Какие физические модели вы будете применять при выполнении упражнения?

§ 6 Механическое движение. Относительность механического движения

Итак, мы научились описывать *положение* точечного тела относительно *тела отсчёта* с помощью координаты тела.

Обратимся ещё раз к рис. 4. Ясно, что с течением времени координата клада относительно дуба не изменяется. Значит, его положение относительно выбранного нами тела отсчёта остаётся постоянным. В соответствии с введённым определением механического движения можно сказать, что клад не движется (покоится) в выбранной системе отсчёта. А вот координата идущего к кладу человека изменяется во время его движения, т. е. положение человека относительно дуба изменяется с течением времени. Следовательно, по определению механического движения, человек движется в выбранной системе отсчёта. При этом он удаляется от начала отсчёта (дуба). В результате его координата в выбранной системе отсчёта увеличивается со временем. В этом случае говорят, что человек движется *в положительном направлении выбранной координатной оси*.

Представим теперь себе, что мы выбрали в качестве тела отсчёта *самого идущего человека*. Тогда расстояние от человека до клада, равное координате клада в новой системе отсчёта, будет изменяться со временем. Если человек движется по направлению к кладу, как показано на рис. 5, то расстояние до клада уменьшается со временем. В момент времени t_1 (рис. 5, *а*) координата клада была $x_{\text{кл}1}$ = 6 шагов. В более поздний момент времени t_2 (рис. 5, *б*) координата клада уменьшилась и стала $x_{\text{кл}2}$ = 4 шага. Следовательно, клад изменяет своё положение относительно человека. В соответствии с определением механического движения в системе отсчёта, связанной с человеком, клад движется по направлению к началу отсчёта, т. е. приближается к нему, и, значит, координата клада уменьшается со временем. В этом случае говорят, что тело (клад) движется *в отрицательном направлении выбранной координатной оси*.

Итак, мы выяснили, что в системе отсчёта, связанной с дубом, клад и ворота замка неподвижны, так как их координаты не изменяются с течением времени в этой системе отсчёта. Наоборот, в системе отсчёта, связанной с человеком, координаты клада и ворот изменяются со временем. Значит, в соответствии с определением механического движения клад и ворота движутся, т. е. изменяют своё положение относительно другого тела (человека) с течением времени.

Выходит, что *одни и те же тела в одной системе отсчёта могут покоиться, а в другой — двигаться*. При этом в разных системах отсчё-

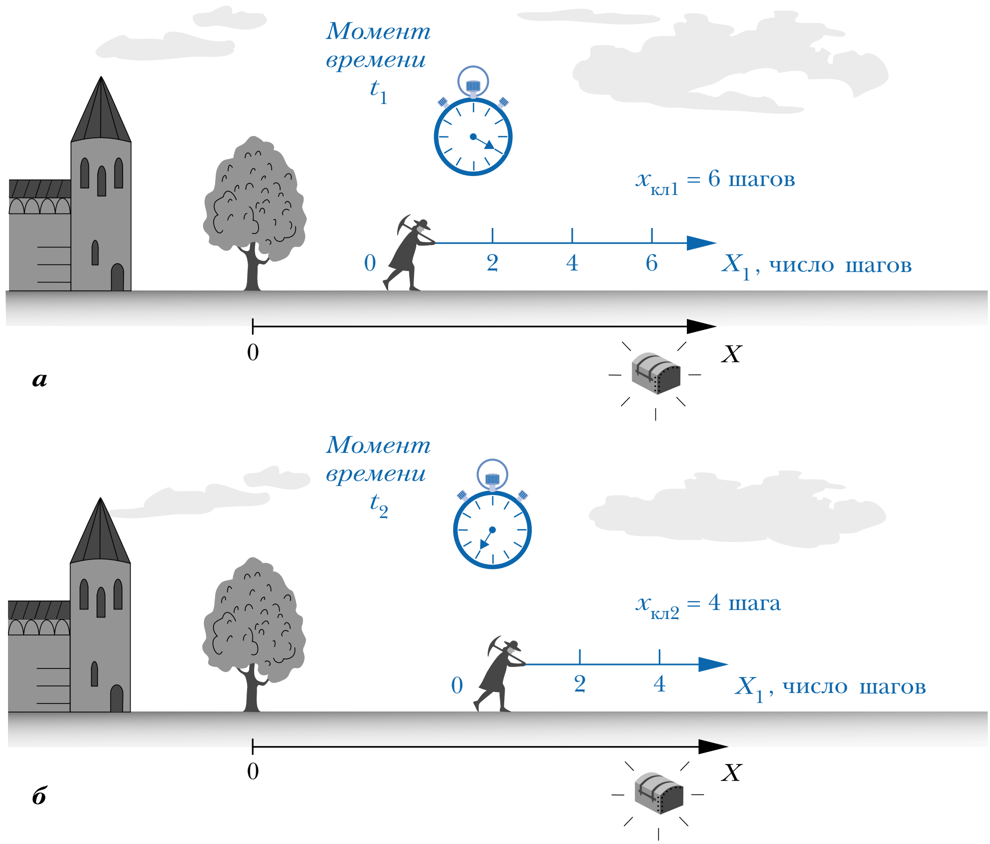


Рис. 5 В системе отсчёта, связанной с идущим человеком, клад приближается к нему и движется в отрицательном направлении оси $0X_1$

та данное тело может двигаться по-разному. В этом проявляется *относительность механического движения*.

Таким образом, *нельзя сказать, как движется данное тело, если не указать, относительно какого тела отсчёта рассматривается его положение в пространстве*. Мы ещё вернёмся к этому очень важному вопросу в дальнейшем.

Например, пассажир, сидящий в автобусе, будет неподвижен в системе отсчёта, связанной с автобусом, который едет по улице. Тот же самый пассажир будет двигаться, как и весь автобус, если выбрана система отсчёта, неподвижная относительно улицы.

Итоги

1. Если координата тела не изменяется с течением времени в выбранной системе отсчёта, то говорят, что это тело в данной системе отсчёта неподвижно, или покоится.
Если координата тела в выбранной системе отсчёта увеличивается со временем, то говорят, что тело движется в положительном направлении координатной оси.
Напротив, если координата тела в выбранной системе отсчёта со временем уменьшается, то говорят, что тело движется в отрицательном направлении координатной оси.

2. Нельзя сказать, как движется тело, если не указать, в какой системе отсчёта рассматривается это тело. Иначе говоря, одно и то же тело в разных системах отсчёта может двигаться по-разному (в том числе покоиться).

Вопросы

1 Что значит: тело неподвижно в некоторой системе отсчёта? Что можно сказать о движении тела, если его координата в выбранной системе отсчёта уменьшается (увеличивается)?

2 Расскажите, в чём проявляется относительность механического движения.

3 Изменяется ли положение дуба в системе отсчёта, связанной с идущим человеком, на рис. 5? Если да, то как оно изменяется и в каком направлении движется дуб?

Упражнения

1 Опишите движение (т. е. укажите, покоится тело или движется, а если движется, то в каком направлении) изображённых на рис. 6 следующих тел:
1) шофёра;
2) сидящих пассажиров;
3) идущего по салону автобуса пассажира;
4) дерева при дороге.

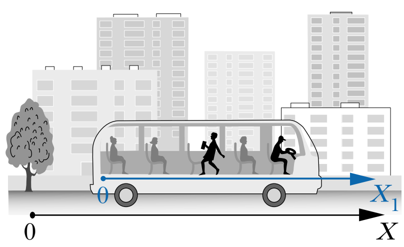


Рис. 6

Дайте описания движения тел в системах отсчёта, связанных:
а) с деревом (ось X);
б) с движущимся по дороге автобусом (ось X_1).

2 Какие тела могут быть приняты за точечные при выполнении упражнения 1, а какие нет?

3 Какие измерительные приборы следует использовать для измерения расстояний и времени движения при выполнении упражнения 1?

§ 7 Способы описания прямолинейного движения

Простейшим видом движения точечного тела является движение вдоль прямой. Такое движение тела называют *прямолинейным*.

Рассмотрим достаточно простой пример прямолинейного движения. Представим себе, что на столе лежит ученическая линейка. В том месте, где у линейки находится нулевая отметка, лежит крупинка сахара. Муравей, схватив крупинку сахара в тот момент, когда мы включили секундомер, начинает бежать вдоль края линейки в сторону увеличения значений её сантиметровых делений (рис. 7, *а*).

Перед нами стоит задача: описать механическое движение этого муравья. Поскольку механическое движение по определению есть изменение положения тела относительно другого тела с течением времени, то для описания изменения положения муравья мы должны выбрать тело отсчёта и связать с ним координатную ось. Пусть таким телом будет стол. За начало отсчёта примем точку, в которой муравей взял крупинку сахара (нулевое деление на линейке). Ось координат X направим параллельно краю линейки в сторону движения муравья. За единицу длины выберем 1 см. Для отсчёта времени будем использовать секундомер.

В результате мы получили то, что называют *системой отсчёта*. В этой системе отсчёта муравей движется вдоль прямой линии — края линейки, т. е. мы имеем дело с прямолинейным движением.

Включим секундомер в момент старта муравья и будем фиксировать по линейке координаты муравья $x_м$ в разные моменты времени, изображённые на рис. 7. Используя эти данные, составим таблицу.

Момент времени t, с	0	1	5	8
Координата $x_м$ муравья, см	0	2	10	16

В первой строке таблицы приведены значения моментов времени, в которые нам известны положения муравья относительно начала отсчёта. Во второй строке приведены соответствующие им координаты муравья.

Такой *способ описания механического движения* называется *табличным*. Ясно, что, чем больше указано в таблице моментов времени, тем точнее описано движение тела. Например, в нашем случае, глядя на таблицу, можно только предполагать, где находился муравей, когда секундомер показывал $t = 2$ с или $t = 6$ с.

Табличный метод является достаточно простым и наглядным. Поэтому он часто используется на практике. Например, если вы посмотрите на расписание движения электропоездов по станциям или рейсовых автобусов по остановкам, то поймёте, что это и есть табличный способ описания движения этих тел.

Наряду с табличным способом задания зависимости одной физической величины от другой часто используют *графический способ*. В нашем случае для построения графика зависимости координаты муравья от времени, в течение которого он двигался, мы должны построить прямоугольную систему координат, в которой начало координат будет началом отсчёта и времени, и координаты движущегося тела. Пусть

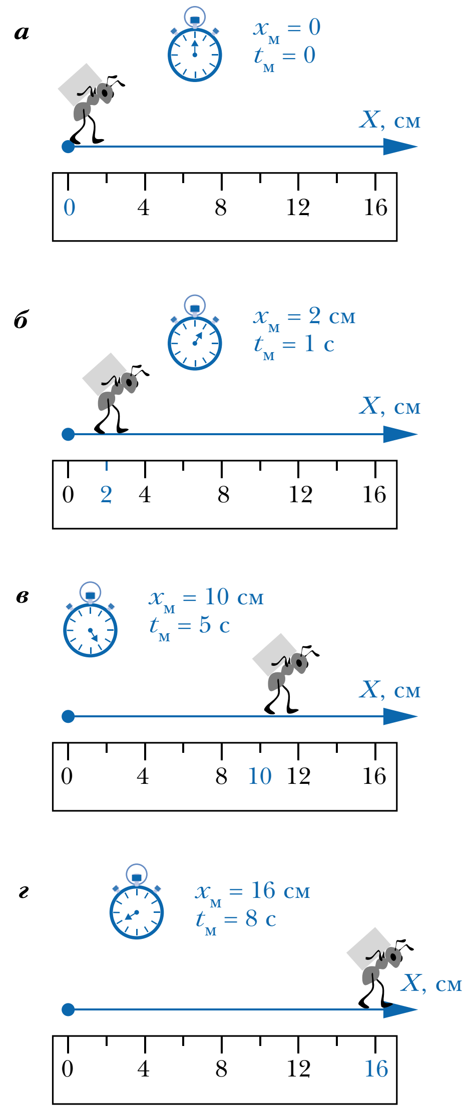


Рис. 7 Положение муравья в выбранной системе отсчёта определено в моменты времени:
а) $t = 0$; *б*) $t = 1$ с; *в*) $t = 5$ с; *г*) $t = 8$ с

при этом ось абсцисс будет осью времени t, а ось ординат — осью координат X.

Нанесём на оси единицы величин: по оси времени — *секунда* (с), по оси координат — *сантиметр* (см). Для построения графика движения следует перенести данные из таблицы на координатную плоскость.

Поскольку мы знаем координаты муравья только в четыре момента времени (t = 0, 1, 5 и 8 с), то график будет состоять только из четырёх точек (рис. 8). Ясно, что если бы нам было известно, где находился муравей в другие моменты времени (например, в моменты t = 2, 3, 4, 6 с и т. д.), то точек на графике было бы больше. В идеальном случае, если бы нам были известны координаты муравья в любой момент времени его движения, наш график превратился бы в некоторую линию (например, в прямую, как на рис. 9). При этом мы получили бы описание движения тела *для любого момента времени*.

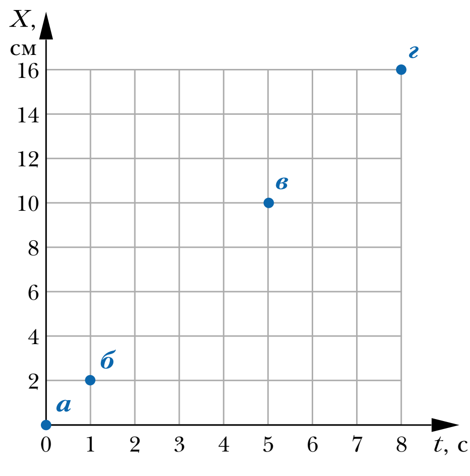


Рис. 8 График зависимости координаты муравья от времени состоит из четырёх точек

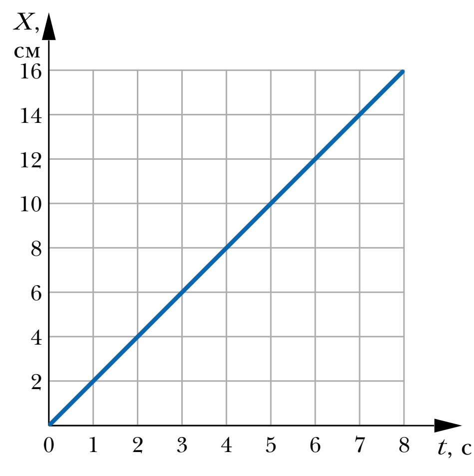


Рис. 9 Непрерывная линия графика описывает движение муравья в любой момент времени

Из математики известно, что любая точка в прямоугольной системе координат задаётся упорядоченной парой чисел, которые называют координатами точки. Первое число задаёт координату точки по оси абсцисс, второе — по оси ординат. Таким образом, положение движущегося вдоль оси X тела в определённый момент времени надо задавать парой чисел: моментом времени t на оси времени (ось абсцисс) и соответствующим ему значением координаты x на оси координат (ось ординат).

Посмотрим, как можно воспользоваться таким графиком. Для этого обратимся к рис. 10, на котором изображён график движения тела (муравья). Пусть нам нужно определить, где находился муравей в тот момент, когда секундомер показывал время $t = 4$ с. Для этого найдём на оси времени точку с координатой $t = 4$ с и из неё проведём вертикальную пунктирную линию до пересечения с графиком движения. От полученной точки проведём горизонтальную пунктирную линию до пересечения с осью X координат муравья. Легко видеть, что эта точка на оси X имеет координату $x_м = 8$ см.

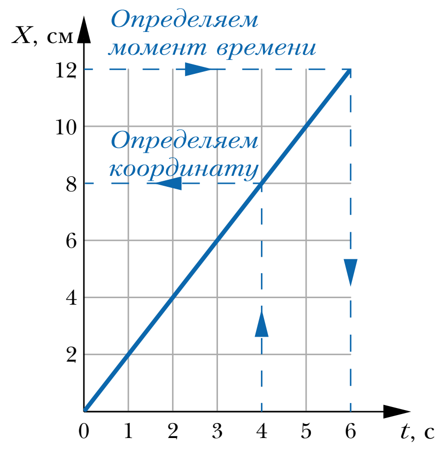


Рис. 10 Для любого момента времени можно определить координату тела. Наоборот, задавая координату, можно установить момент, когда тело имело эту координату

Можно решить и обратную задачу: задать координату муравья и определить, в какой момент времени он находился в выбранной точке пространства. В этом случае, отмечая на оси X точку с выбранной нами координатой, например $x_м = 12$ см, мы должны провести через неё горизонтальную линию до пересечения с графиком движения. Далее от точки пересечения следует провести вертикальную линию вниз и найти интересующее нас значение времени: $t = 6$ с.

Таким образом, мы убедились, что если график движения тела представляет собой непрерывную линию, то мы можем ответить на оба вопроса механики – *где* и *когда* находилось, находится или будет находиться тело. В этом случае говорят, что движение тела описано полностью.

Разобранный нами пример графического способа описания механического движения часто используют на практике. Для иллюстрации сказанного рассмотрим движение муравья, используя график, приведённый на рис. 11.

Из данного графика видно, что в течение первых трёх секунд координата муравья непрерывно увеличивалась. Следовательно, он двигался в *положительном* направлении оси X. Кроме того, за каждую из первых трёх секунд он увеличивал свою координату на 1 см. Далее мы видим, что с момента $t_3 = 3$ с до момента $t_5 = 5$ с координата муравья оставалась равной $x_3 = 3$ см. Это означает, что положение муравья в выбранной системе отсчёта не изменялось. Проще говоря, муравей не двигался. По-видимому, он устал и отдыхал. Начиная с момента времени $t_5 = 5$ с координата муравья опять изменялась. За шестую секунду она увеличилась от $x_5 = 3$ см до $x_6 = 5$ см, т. е. на два сантиметра. На ту же самую величину увеличилась координата муравья и за седьмую секунду движения. Значит, отдохнув, муравей в течение шестой и седьмой секунд двигался быстрее, чем до отдыха. Отметим, что, так как в течение шестой и седьмой секунд движения координата муравья увеличивалась, мы можем сделать вывод, что муравей опять двигался в положительном направлении оси X.

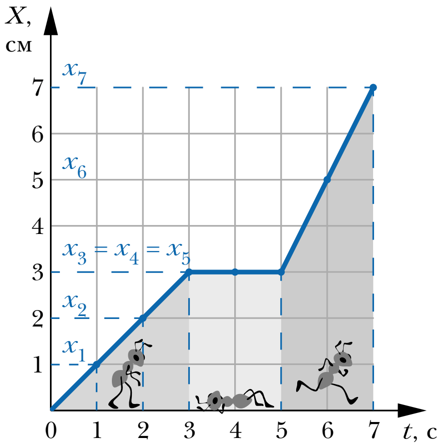


Рис. **11** В разные промежутки времени муравей двигался по-разному

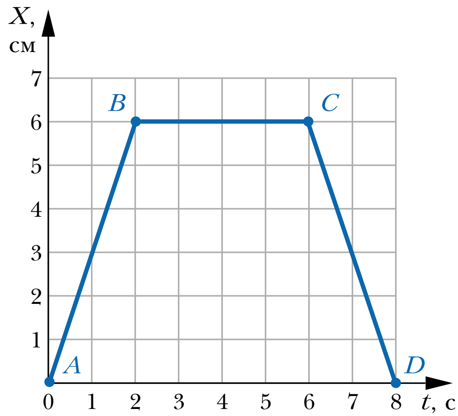


Рис. **12**

Вы, наверное, уже догадались, что, если на каком-либо графике, описывающем движение тела, *координата тела с течением времени уменьшается*, это означает, что *тело движется в отрицательном направлении оси X*.

Итоги

Прямолинейное движение тела — это движение, при котором тело движется по прямой линии в данной системе отсчёта.

Чтобы описать прямолинейное движение в выбранной системе отсчёта, необходимо в момент начала движения включить часы и измерять координату тела в различные моменты времени.

Результаты измерений представляют в виде таблицы (*табличный* способ описания движения) или графика движения в осях: время – координата (*графический* способ описания движения).

Если известна графическая зависимость координаты тела от времени в виде непрерывной линии, то движение тела описано полностью, т. е. можно:

1. Определить координату тела в любой момент времени движения (ответить на вопрос «где?»).

2. Определить момент времени, в который тело имело заданную координату (ответить на вопрос «когда?»).

3. Охарактеризовать движение тела (указать, покоилось ли тело, двигалось ли в положительном или отрицательном направлении координатной оси, как быстро изменялась его координата с течением времени).

Вопросы

1 Назовите два способа описания механического движения точечного тела.
2 В чём заключается табличный способ описания движения?
3 В чём заключается графический способ описания движения?
4 Какой вывод можно сделать о зависимости величин x и t на основании табличных данных и графиков (*см.* рис. 8 и 9)?

Упражнения

1 Определите по рис. 10 координаты муравья в следующие моменты времени: а) $t = 2$ с; б) $t = 3$ с; в) $t = 5$ с; г) $t = 3{,}5$ с.
2 Определите по рис. 10, в какие моменты времени координата муравья была равна: а) $x_м = 8$ см; б) $x_м = 12$ см; в) $x_м = 10$ см; г) $x_м = 7$ см.
3 Охарактеризуйте движение муравья, воспользовавшись графиком, приведённым на рис. 12. *Подсказка:* на участке CD координата муравья уменьшается с течением времени. Что это означает?
4 Какими будут погрешности измерения физических величин при использовании секундомера и линейки, изображённых на рис. 7?

§ 8 Прямолинейное равномерное движение

Изучение прямолинейного движения мы начнём с самого простого его вида. Ещё раз рассмотрим график движения муравья, приведённый на рис. 11. Мы видим, что характер движения муравья менялся дважды. Сначала он двигался, пробегая 1 см за каждую секунду, затем стоял на месте, потом снова двигался в положительном направлении оси X, но уже быстрее, чем раньше, — пробегая за каждую секунду 2 см. В целом за семь секунд движение муравья было *неравномерным*: муравей то бежал, то останавливался.

Вместе с тем в первые три секунды он пробегал по 1 см за каждую секунду. Значит, в первые три секунды за равные промежутки времени (по одной секунде) муравей пробегал в одном и том же направлении равные расстояния (по одному сантиметру). Если это условие будет выполняться для *любых* равных промежутков времени (например, каждые полсекунды, четверть секунды и т. д.), то движение муравья будет равномерным.

Прямолинейное движение тела называют равномерным, если тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении.

В соответствии с этим определением движение муравья в последние две секунды также являлось равномерным: он за любые равные промежутки времени пробегал равные расстояния в одном направлении.

Отметим, что в данном определении, как и в любом другом, каждое слово имеет важное значение. Так, например, если убрать слова «в одном и том же направлении», то движение тела может оказаться неравномерным, даже если это тело будет проходить равные расстояния за любые равные промежутки времени. Это произойдёт в случае, если тело в некоторый момент времени изменит направление своего движения на противоположное.

Чтобы лучше понять данное определение, рассмотрим конкретный пример равномерно движущегося тела.

Пусть по прямолинейной дороге, как показано на рис. 13, катится мальчик на велосипеде. Будем следить за движением фары этого велосипеда, считая её точечным телом.

Как мы уже знаем, для описания механического движения тела (фары) необходимо ввести систему отсчёта. Выберем в качестве тела отсчёта землю, по которой движется велосипед. За начало отсчёта примем место, где растёт дерево на обочине дороги. Координатную ось направим от выбран-

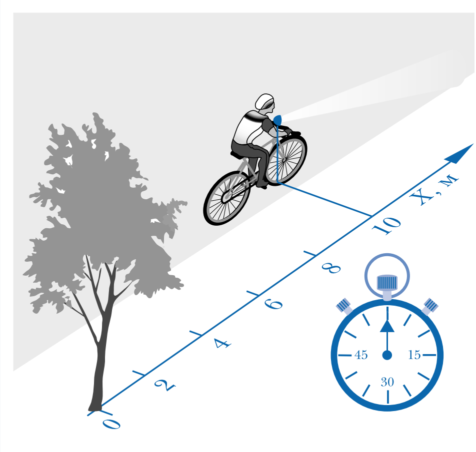


Рис. 13 Описание движения велосипедиста началось, когда он проезжал отметку 10 м от начала отсчёта. В этот момент включили секундомер

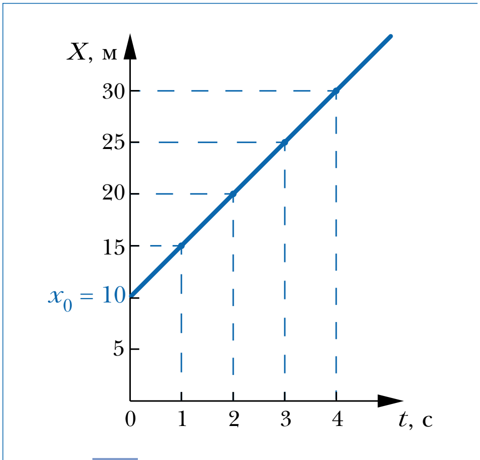


Рис. 14 Движение велосипедиста описано для любого момента времени — полученный график представляет собой непрерывную линию. Отмечены координаты фары в каждую секунду движения

ного начала отсчёта параллельно дороге по направлению движения велосипеда. В качестве единицы длины выберем 1 м. Включим секундомер в тот момент, когда фара была в 10 м от начала отсчёта, и будем фиксировать её координату в последующие моменты времени. Пусть в результате проведённых измерений мы получили график изменения координаты фары с течением времени, изображённый на рис. 14.

Видно, что линия, описывающая зависимость координаты фары от времени, является прямой. Для того чтобы описать движение фары, прежде всего отметим, что она двигалась в положительном направлении оси X. Кроме того, за каждую (любую) секунду движения её координата увеличивалась на 5 м (т. е. на одинаковую величину), за каждые две секунды — на 10 м и т. д. Следовательно, в соответствии с данным в начале этого параграфа определением мы имеем дело с прямолинейным равномерным движением.

Теперь вспомним ещё об одном способе описания движения — табличном. Сделаем заготовку для таблицы и заполним её. При этом значения координаты тела в разные моменты времени мы будем находить не из графика, а из того, что мы знаем: а) начальную координату фары $x_0 = 10$ м и б) то, что за каждую секунду координата фары увеличивалась на 5 м.

Время t по секундомеру, с	0	1	2	3	...	t
Координата x фары, м						

В нижнюю клетку столбца, соответствующую начальному моменту времени $t = 0$, поставим число 10, так как $x_0 = 10$ м. В дальнейшем будем называть этот столбец нулевым.

В следующую клетку, соответствующую моменту времени $t = 1$ с, нужно поставить число, равное координате фары в момент t_1. Найдём это число из следующих рассуждений.

В течение первой секунды фара двигалась в *положительном* направлении оси X. Следовательно, её координата должна была увеличиться. Так как за одну секунду велосипедист проезжал 5 м, координата увеличилась за эту секунду именно на 5 м. Значит, чтобы найти значение координаты x_1 в момент времени $t = 1$ с, надо к начальной координате $x_0 = 10$ м прибавить 5 м.

Поэтому

$$x_1 = (10 + 5)\text{ м} = 15\text{ м}.$$

Чтобы найти координату x_2 в момент $t = 2$ с, вычислим, на сколько изменилась её координата за две секунды после включения секундомера. Поскольку за каждую секунду фара смещается на 5 м, то за две секунды она переместится на $(5 \cdot 2)$ м = 10 м. Так как фара движется в положительном направлении оси X, то её координата за две секунды *увеличится* на $(5 \cdot 2)$ м.

Таким образом,

$$x_2 = (10 + 5 \cdot 2)\text{ м} = 20\text{ м}.$$

Для удобства и краткости записи часто используют переменные с индексом. Например, ранее при описании движения муравья мы использовали для обозначения его координаты символ $x_м$ (читается «икс эм» или «икс с индексом эм»). При описании движения велосипедиста для обозначения координаты фары в начальный момент времени ($t = 0$) будем использовать символ x_0 (читается «икс нулевое» или «икс с индексом нуль»). Соответственно для координаты фары в момент времени t_1 — символ x_1 (читается «икс один»).

Разность между конечным и начальным значениями координаты называют *изменением координаты*. В данном случае изменение координаты фары за две секунды движения (от момента t_0 до момента t_2) составило $x_2 - x_0 = 10$ м.

Проводя аналогичные рассуждения, можно найти изменения координаты фары за три, четыре, пять и шесть секунд движения велосипедиста, а затем и значения координаты фары в каждую из первых шести секунд движения:

$$x_1 = (10 + 5 \cdot 1)\ \text{м} = 15\ \text{м},$$
$$x_2 = (10 + 5 \cdot 2)\ \text{м} = 20\ \text{м},$$
$$x_3 = (10 + 5 \cdot 3)\ \text{м} = 25\ \text{м},$$
$$x_4 = (10 + 5 \cdot 4)\ \text{м} = 30\ \text{м},$$
$$x_5 = (10 + 5 \cdot 5)\ \text{м} = 35\ \text{м},$$
$$x_6 = (10 + 5 \cdot 6)\ \text{м} = 40\ \text{м}.$$

Теперь мы подошли к очень важному моменту. Посмотрим внимательно на полученные нами выражения для координаты фары в разные моменты времени. Можно сказать, что они похожи и написаны по одному правилу. Или, как говорят физики, в этом случае наблюдается определённая закономерность. В чём же она заключается?

Рассмотрим подробно, что представляет собой каждое из чисел при расчёте координаты фары, например в момент времени $t = 7$ с (рис. 15).

Во-первых, для получения значения координаты фары в любой момент времени t надо к её начальной координате x_0 прибавить изменение координаты за промежуток времени от начального момента времени $t = 0$ до t.

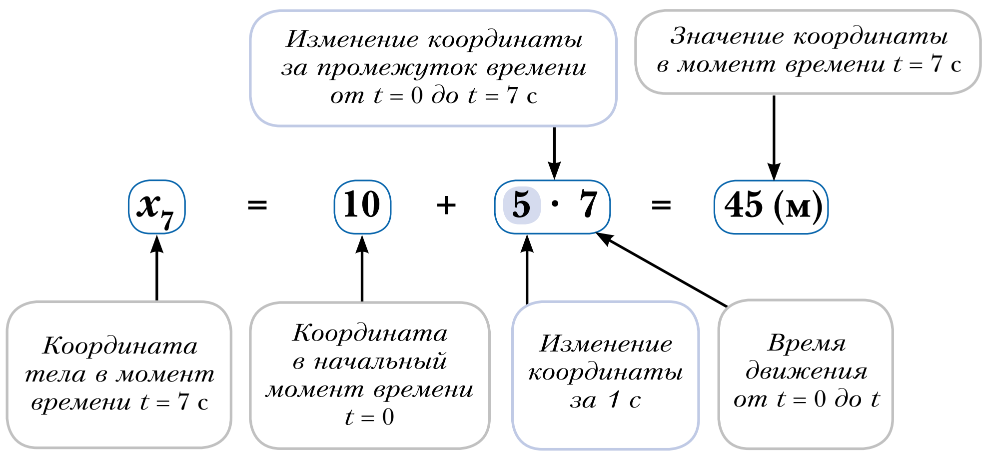


Рис. 15

Во-вторых, при равномерном прямолинейном движении это изменение координаты можно получить, если умножить изменение координаты за одну секунду (в нашем случае — это 5 м) на число секунд, прошедших от момента $t = 0$ до момента t (в нашем случае — это 7 с).

Таким образом, мы получаем выражение, которое позволяет рассчитать координату x фары в любой момент времени t:

$$x = 10 + 5t.$$

В итоге наша таблица примет вид:

Время t по секундомеру, с	0	1	2	3	t
Координата x фары, м	10	$10 + 5 \cdot 1$	$10 + 5 \cdot 2$	$10 + 5 \cdot 3$	$10 + 5t$

Следовательно, если мы знаем начальную координату тела и изменение его координаты за каждую секунду, мы можем получить зависимость координаты тела от времени t.

Выражение, описывающее зависимость координаты тела от времени, называют *законом движения этого тела*. Если в это выражение подставить конкретное значение времени t, то оно превратится в уравнение, позволяющее вычислить координату тела в этот момент.

Отметим, что если мы знаем закон движения тела, то мы можем решить и обратную задачу — определить момент времени, в который тело будет находиться в точке с заданной координатой.

Пример

Определите показание секундомера в тот момент, когда координата фары велосипедиста на рис. 13 равна 60 м, при условии, что велосипедист всё время движется одинаковым образом.

Решение

Поскольку мы знаем начальную координату тела ($x_0 = 10$ м) и расстояние, которое проезжает велосипедист за единицу времени (5 метров за каждую секунду), то закон его движения имеет вид:

$x = 10 + 5t$, где t — искомое показание секундомера.

Подставив координату в интересующий нас момент времени $x = 60$ м в этот закон, получим уравнение:

$60 = 10 + 5t,$

$60 - 10 = 5t,$

$50 = 5 \cdot t$,

$t = 10$ с.

Ответ: секундомер будет показывать 10 с.

В полученном нами выражении $x = 10 + 5t$ *изменение координаты за единицу времени является постоянной величиной*, так как мы рассматриваем прямолинейное *равномерное* движение. Эту величину принято обозначать латинской буквой v. Поэтому найденную нами зависимость в аналитической форме (в виде формулы) можно записать в виде:

$$x = x_0 + v \cdot t.$$

Представление зависимости координаты тела от времени в виде формулы — ещё один, третий способ описания механического движения тела. Его называют *аналитическим*.

Итоги

Прямолинейное движение тела называют равномерным, если тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении.

Изменением координаты тела за промежуток времени от момента t_1 до момента t_2 называют разность $x_2 - x_1$ между конечным и начальным значениями координаты.

Прямолинейное равномерное движение характеризуется тем, что изменение координаты тела за единицу времени (её обычно обозначают латинской буквой v) есть величина постоянная.

График зависимости координаты x тела от времени t для такого движения представляет собой прямую линию.

При этом зависимость координаты тела от времени имеет вид:

$$x = x_0 + v \cdot t,$$

где x_0 — начальная координата тела, t — момент времени после начала движения, v — постоянная величина, равная изменению координаты тела за единицу времени, x — координата тела в момент времени t.

Вопросы

1. В каком случае прямолинейное движение тела называют равномерным?

2 Что называют изменением координаты тела? Как изменяется координата тела при прямолинейном равномерном движении?

Упражнения

1 Зная, что зависимость координаты фары от времени имеет вид $x = 10 + 5t$, где x измеряется в метрах, а t — в секундах, определите:
а) координаты фары в моменты времени: $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 3{,}5$ с; $t = 1{,}4$ с; $t = 4{,}2$ с;
б) значения моментов времени, когда координата фары равна: $x = 75$ м; $x = 110$ м; $x = 24$ м; $x = 32$ м; $x = 20$ м.

2 В каждом из заданий а) и б) предыдущего упражнения проверьте результаты, полученные в последних трёх случаях, по графику на рис. 14.

§ 9 Скорость прямолинейного равномерного движения

Представим себе, что мы имеем дело с равномерно движущимся по прямой велосипедистом, который проезжает за каждую секунду не 5 м (как в § 8), а, например, 10 м. При этом выбрана та же система отсчёта, что и в предыдущем случае. Тогда зависимость координаты фары от времени будет выглядеть несколько иначе, так как в правой части полученного нами выражения на месте числа 5 будет стоять число 10:

$$x = x_0 + 10t.$$

Если при этом включить секундомер в момент времени, когда координата фары будет, например, $x_0 = 15$ м, то мы получим следующее выражение:

$$x = 15 + 10t.$$

Как вы понимаете, в этом случае график движения фары будет отличаться от показанного на рис. 14. Построим новый график. Для этого, используя выражение $x = 15 + 10t$, найдём координаты фары велосипедиста в моменты времени $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с и т. д. Полученные точки соединим прямой линией (рис. 16).

Из этого графика видно, что начальная координата фары за каждую секунду *увеличивается* на 10 м. Значит, велосипедист движется в *положи-*

тельном направлении оси X. Если бы он ехал в *отрицательном* направлении оси X, то координата фары *уменьшалась* бы с течением времени. В этом случае изменение координаты было бы отрицательным и зависимость координаты фары от времени имела бы вид: $x = x_0 - 10t$.

Таким образом, в зависимости от направления движения *изменение координаты* тела (разность между значениями его координаты в последующий и предыдущий моменты времени) *может быть как положительной, так и отрицательной величиной*. Если же конечная и начальная координаты тела совпадают, то изменение координаты этого тела равно нулю.

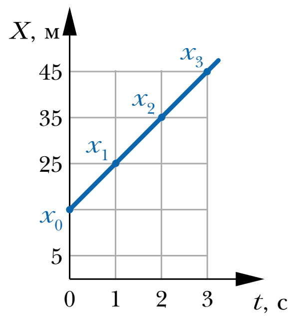


Рис. 16 График показывает, что координата фары в выбранной системе отсчёта увеличивается во времени. Велосипедист движется в положительном направлении оси X

! В зависимости от направления движения изменение координаты тела может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

В общем случае зависимость координаты тела от времени для прямолинейного равномерного движения имеет вид:

$$x = x_0 + v \cdot t.$$

Закон прямолинейного равномерного движения содержит постоянную величину v. Как вы помните, она численно равна изменению координаты тела за единицу времени.

Если тело движется равномерно прямолинейно, то физическую величину v, численно равную изменению его координаты за единицу времени, называют значением скорости равномерного прямолинейного движения.

В СИ единица скорости — *метр в секунду* (сокращённое обозначение — м/с).

Значение скорости показывает, насколько быстро изменяет свою координату равномерно движущееся тело, т. е. какое расстояние проходит оно за каждую секунду. В рассмотренных примерах о движении велосипедиста скорость v имела значения 5 и 10 м/с. Ясно, что для других тел она может принимать другие значения.

Из определения значения скорости равномерного прямолинейного движения можно сделать важные выводы.

1. Если тело движется *в положительном направлении* оси X, то с течением времени его координата *увеличивается*. Значит, изменение координаты x *положительно*. В этом случае значение скорости $v > 0$.

2. Если тело движется *в отрицательном направлении* оси X, то с течением времени его координата *уменьшается*. Значит, изменение координаты x *отрицательно*. В этом случае значение скорости $v < 0$.

3. Если тело *покоится*, т. е. его координата остаётся *постоянной*, то значение скорости $v = 0$.

Получается, что скорость — это величина, которая не только характеризует быстроту изменения координаты тела, но и показывает направление движения тела в выбранной системе отсчёта. Поэтому скорость принято изображать в виде отрезка со стрелкой на конце. Направление стрелки совпадает с направлением движения тела. При этом чем больше значение скорости, тем больше длина отрезка, изображающего скорость.

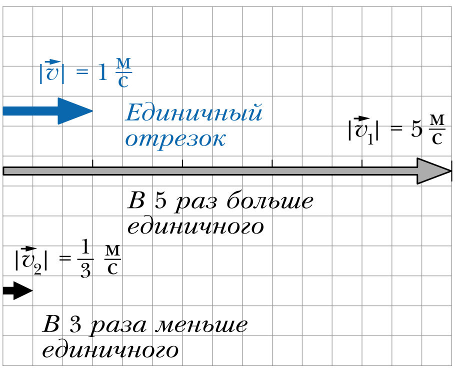


Рис. 17

Величины, которые характеризуются только числовым значением, называют *скалярными*. В отличие от них, величины, которые характеризуются не только числовым значением, но и направлением, называют *векторными*. Таким образом, *скорость — вектор*. Векторы обозначаются буквой со стрелкой над ней. Например, скорость обозначают символом $\vec{v}$.

Для изображения вектора скорости тела поступают следующим образом. Вначале выбирают отрезок, длина которого соответствует модулю единичной скорости 1 м/с, —

Ранее мы рассматривали примеры, в которых скорость муравья составляла 2 см/с (*см.* рис. 9). Кроме того, вы знаете, что скорость, например, автомобилей, поездов, самолётов измеряют в километрах в час (100 км/ч, 60 км/ч, 900 км/ч). Так как в СИ единица этой физической величины — метр в секунду (м/с), другие единицы могут быть приведены к общепринятой единице через коэффициенты. Например, 1 м/с = 3,6 км/ч (если автомобиль движется по дороге со скоростью 30 м/с, то его скорость составляет 30 · 3,6 = 108 км/ч).

единичный отрезок (рис. 17). Теперь, чтобы изобразить скорость, равную, например, 5 м/с, нужно нарисовать отрезок, длина которого в 5 раз больше единичного. Чтобы изобразить скорость, равную $\frac{1}{3}$ м/с, нужно начертить отрезок, длина которого в 3 раза меньше единичного.

Число, выраженное в единицах скорости и равное отношению длины отрезка, изображающего данную скорость, к длине отрезка, изображающего единичную скорость, называют модулем скорости.

Модуль скорости $\vec{v}$ принято записывать в виде $|\vec{v}|$. В приведённом примере (*см.* рис. 17) $|\vec{v}_1| = 5$ м/с, $|\vec{v}_2| = \frac{1}{3}$ м/с.

! Модуль скорости, в отличие от её значения, всегда положителен или равен нулю.

Например, модуль скорости, имеющей значение –5 м/с, равен 5 м/с.

Подведём итоги.

Если значение скорости *положительно*, то скорость *направлена в положительном направлении оси X*. В этом случае её изображают отрезком со стрелкой, направленной в положительном направлении оси X. Так направлен вектор скорости велосипедиста $\vec{v}_в$ на рис. 18. Наоборот, если значение скорости *отрицательно*, то она *направлена в отрицательном направлении оси X*. Тогда её изображают отрезком со стрелкой, направленной в отрицательном направлении оси X (вектор скорости бегуна $\vec{v}_б$ на рис. 18). **K**

Представив закон движения тела в аналитическом виде $x = x_0 + v \cdot t$, в котором известны начальная координата x_0 и значение скорости v, мы *полностью описали* прямолинейное равномерное движение тела.

Теперь можно сформулировать приведённое ранее определение равномерного прямолинейного движения иначе.

Если координата тела изменяется с течением времени по закону
$$x = x_0 + v \cdot t,$$
при этом x_0 и v не зависят от времени, то тело движется вдоль оси X равномерно.

K Длины векторов изображаются на рисунке в масштабе. Так, на рис. 18 длина вектора скорости велосипедиста в два раза больше длины вектора скорости бегуна. Поскольку скорость измеряют в метрах в секунду (м/с), длина отрезка со стрелкой (вектор скорости) не имеет отношения к расстояниям между телами, которые измеряют в метрах.

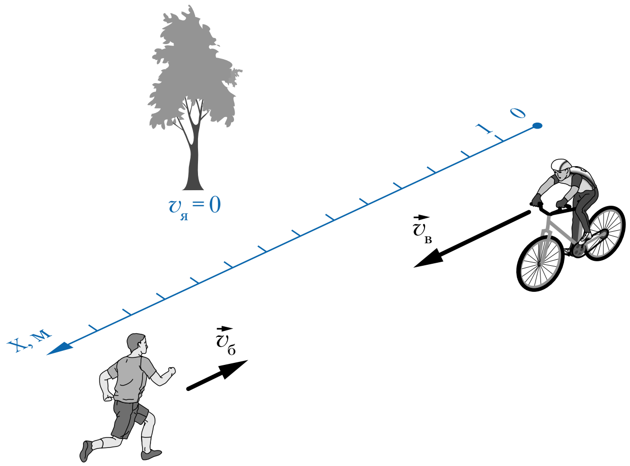


Рис. 18 Координата велосипедиста увеличивается с течением времени. Координата яблони не изменяется во времени. Координата бегуна уменьшается с течением времени

Постоянная величина v в этом выражении равна *значению скорости равномерного прямолинейного движения вдоль оси X*.

Эта формулировка определения равномерного прямолинейного движения является более удобной при решении конкретных задач.

Итоги

Зависимость координаты тела от времени при равномерном прямолинейном движении имеет вид:

$x = x_0 + v \cdot t,$

где x_0 — начальная координата тела, v — значение скорости равномерного прямолинейного движения, t — рассматриваемый момент времени, x — координата тела в момент времени t.

Если тело движется равномерно прямолинейно, то физическую величину v, численно равную изменению его координаты за единицу времени, называют значением скорости равномерного прямолинейного движения.

В СИ единица скорости — *метр в секунду* (м/с).

Скорость — векторная величина, которая характеризуется не только своим модулем, но и направлением.

Если значение скорости *положительно*, то скорость *направлена в положительном направлении оси* X. Если же значение скорости *отрицательно*, то скорость *направлена в отрицательном направлении оси* X.

Вопросы

1. В чём заключается аналитический способ описания механического движения тел? Запишите закон прямолинейного равномерного движения в аналитической форме.
2. Что такое значение скорости равномерного прямолинейного движения? Что оно характеризует?
3. Что означает утверждение, что движение тела описано полностью? Приведите пример.
4. Можно ли однозначно утверждать, что тело покоилось в течение промежутка времени от момента времени $t = 0$ с до момента времени $t = 10$ с, если изменение его координаты за этот промежуток времени равно нулю? Приведите примеры возможных ситуаций.

Упражнения

1. Найдите зависимости координаты тел от времени, используя для этого графики движения тел на рис. 19. Объясните, в каком направлении двигалось тело в выбранной системе отсчёта в этих случаях. Движется ли тело в случае *в*?
2. Постройте графики движения тел, используя следующие законы движения: а) $x = 3 + 2t$; б) $x = 30 - 5t$; в) $x = 7$. В этих законах время выражено в секундах, а расстояния — в метрах.

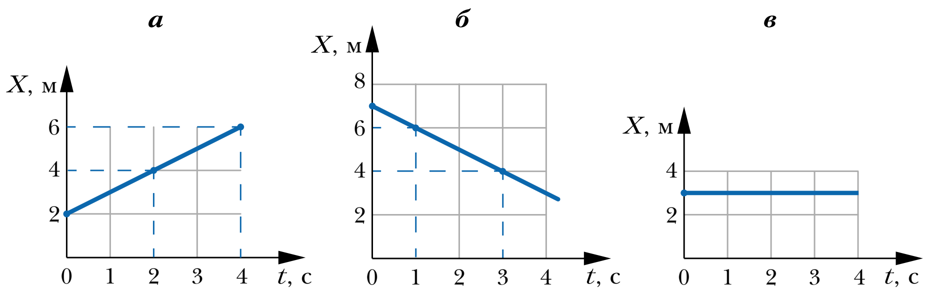


Рис. 19

3 Объясните, в какую сторону двигались тела (если двигались) в выбранной системе отсчёта и на сколько изменялись их координаты за каждую секунду в упражнениях 1 и 2.

4 Чему равны значения скоростей тел, зависимости координат которых от времени даны в упражнениях 1 и 2?

5 Выразите в метрах в секунду значения скоростей: 3,6; 36; 72 км/ч.

6 Выразите в километрах в час значения скоростей: 10; 20; 25 м/с.

7 Запланируйте и проведите эксперимент по определению скорости течения ручья на его прямолинейном участке длиной 10 метров, используя закон прямолинейного равномерного движения.

Для дополнительного изучения

§ 10 Решение задач кинематики. Задача «встреча». Графический способ решения

Теперь, когда мы с вами научились описывать движение тел, применим наши знания для решения практических задач. Начнём с одной из самых важных и распространённых в природе и технике задач — задачи о встрече тел. Наверняка вы неоднократно слышали о стыковках космических аппаратов, видели, как встречные поезда одновременно подъезжают к промежуточной станции, выпущенная из лука стрела попадает в цель, и т. п. Все эти ситуации можно представить как движение двух точечных тел навстречу друг другу. Задача заключается в том, чтобы определить, где произойдёт их встреча и когда, т. е. через какое время после начала движения тел она состоится.

Считается, что два тела встретились, если в некоторый момент времени их положения в пространстве совпали. Иначе говоря, в этот момент времени их координаты в какой-либо системе отсчёта стали равными. Поэтому для решения задачи нам понадобится ввести систему отсчёта, в которой необходимо будет описать движение этих тел (в графическом или аналитическом виде). Только таким образом мы сможем грамотно решить данную задачу.

Рассмотрим простой пример. Пусть по прямолинейной дороге навстречу друг другу одновременно начинают двигаться пешеход и велосипедист. Расстояние между ними в момент начала движения составляет $l = 20$ м. При этом они движутся равномерно относительно дороги навстречу друг другу со скоростями, модули которых $|\vec{v}_п| = 1$ м/с и $|\vec{v}_в| = 3$ м/с соответственно. (Мы поставили знаки модуля у скоростей движущихся тел. Это связано с тем, что, пока не выбрана система отсчёта, мы не можем сказать, у кого из них значение скорости будет положительным, а у кого — отрицательным. Другими словами, мы не можем определить, будут увеличиваться или уменьшаться их координаты в процессе движения.)

Ответим на два вопроса. Где произойдёт встреча пешехода и велосипедиста? Когда (через какое время после начала движения) она состоится?

Рассмотрим каждый шаг решения задачи.

Шаг 1. Введём систему отсчёта (рис. 20). В качестве тела отсчёта выберем землю, а началом отсчёта — место, где растёт дерево, от которого начинает своё движение пешеход. Координатную ось направим вдоль дороги в направлении движения пешехода. В качестве единицы длины выберем 1 м. Будем считать пешехода и велосипедиста точечными телами. Координата каждого из тел будет численно равна расстоянию от дерева до этого тела в заданный момент времени. Часы (секундомер) включим в тот момент, когда начинается движение тел.

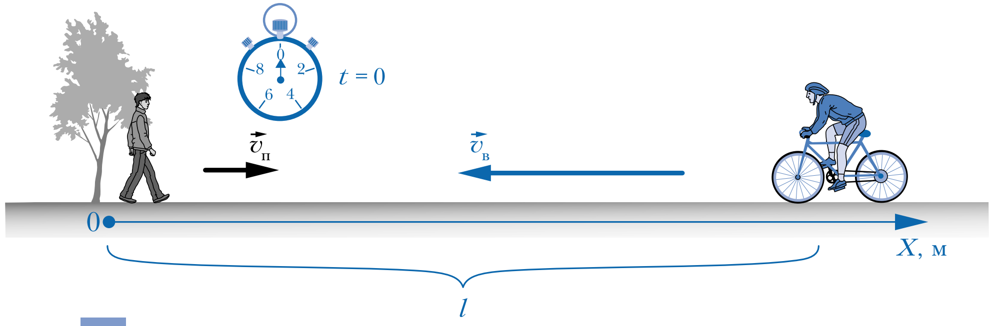


Рис. **20** В выбранной системе отсчёта координата пешехода в процессе движения увеличивается, а координата велосипедиста уменьшается

Шаг 2. Определим начальные координаты пешехода и велосипедиста в момент включения секундомера. Ясно, что начальная координата пешехода $x_{п0}$ (читается «икс пэ нулевое») равна 0, а велосипедиста $x_{в0} = 20$ м.

Шаг 3. Найдём значения скоростей равномерного движения тел. Из рисунка видно, что в выбранной нами системе отсчёта координата пешехода в процессе движения будет увеличиваться. Следовательно, значение скорости пешехода положительно: $v_п = 1$ м/с. Напротив, велосипедист в выбранной системе отсчёта движется так, что его координата со временем уменьшается. Поэтому значение его скорости отрицательно: $v_в = -3$ м/с.

После того как определены начальные координаты и значения скоростей движения тел, можно переходить к описанию их движения. Для этого у нас есть несколько способов. Начнём с графического.

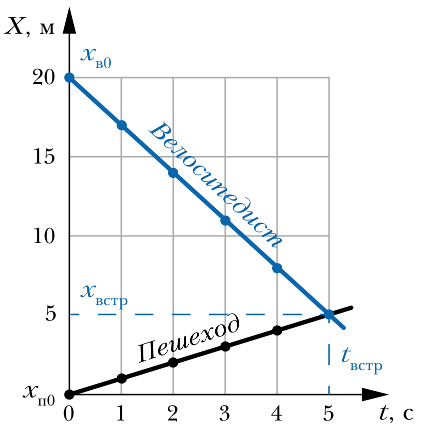


Рис. **21** Точка пересечения графиков движения пешехода и велосипедиста является точкой их встречи. Она произошла через 5 с после начала движения

Шаг 4 (графический). Построим систему координат, состоящую из оси времени t и оси координаты X. Отметим начальные координаты пешехода и велосипедиста (рис. 21).

Шаг 5 (графический). Теперь от точки $x_{п0}$ проведём прямую линию, описывающую зависимость координаты пешехода от времени. Поскольку по условию задачи координата пешехода за каждую секунду увеличивается на 1 м, то это будет «поднимающаяся» прямая линия, проходящая через точки с координатами (1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5) и т. д.

График зависимости координаты велосипедиста от времени — это тоже прямая, но она исходит из точки $x_{в0} = 20$ м, расположенной на оси координаты. Координата велосипедиста со временем уменьшается на 3 м за каждую секунду. Поэтому линия, описывающая зависимость этой координаты от времени, «опускается» за каждую секунду на 3 м, т. е. эта линия проходит через точки с координатами (0; 20), (1; 17), (2; 14), (3; 11), (4; 8), (5; 5) и т. д.

Из рис. 21 следует, что прямые, описывающие зависимости координат пешехода и велосипедиста от времени, пересекаются в точке ($t_{встр} = 5$ с; $x_{встр} = 5$ м). Это означает, что через 5 секунд после начала движения координаты пешехода и велосипедиста становятся равными: $x_п = x_в = x_{встр} = 5$ м. Иначе говоря, в этот момент времени положения тел в пространстве совпадут и, таким образом, в момент $t_{встр} = 5$ с в точке с координатой $x_{встр} = 5$ м произойдёт *встреча* пешехода и велосипедиста.

Итоги

Встречей двух тел считают совпадение их положений в пространстве (равенство их координат в одной и той же системе отсчёта) в некоторый момент времени.

При графическом способе решения задачи о встрече движущихся тел необходимо: ввести систему отсчёта; определить начальные координаты и значения скоростей тел; построить графики движения тел; найти точку пересечения этих графиков.

Вопросы

1 Приведите примеры встречи двух тел. Что означает в кинематике, что два тела встретились?

2 Перечислите шаги решения задачи «встреча».

Упражнения

1 Определите графическим способом время и место встречи двух равномерно движущихся по прямолинейной дороге навстречу друг другу школьников, если в момент включения часов: а) расстояние между ними $l = 30$ м, а модули их скоростей $|\vec{v}_1| = 3$ м/с, $|\vec{v}_2| = 3$ м/с; б) расстояние между ними $l = 30$ м, $|\vec{v}_1| = 1$ м/с, $|\vec{v}_2| = 4$ м/с.

2 Сформулируйте условие задачи, решение которой дано на рис. 22.

3 Определите место встречи (город) двух равномерно движущихся поездов, которые одновременно выезжают навстречу друг другу из Москвы ($|\vec{v}_1| = 100$ км/ч) и Санкт-Петербурга ($|\vec{v}_2| = 50$ км/ч) (рис. 23). Расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом — 600 км.

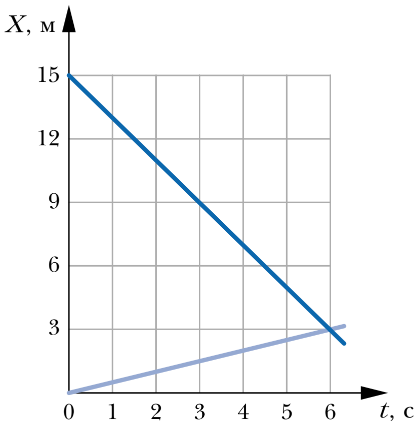


Рис. 22

Рис. 23

Для дополнительного изучения

§ 11 Решение задач кинематики. Задача «встреча». Аналитический способ решения

Теперь решим задачу из предыдущего параграфа другим способом — аналитическим. Посмотрим на рис. 20 и вспомним, что было сделано за первые три шага решения этой задачи.

Шаг 1. Мы ввели систему отсчёта: 1) выбрали в качестве начала отсчёта дерево, от которого начинал своё движение пешеход; 2) направили координатную ось вдоль дороги в направлении движения пешехода; 3) включили часы (секундомер) в момент начала движения тел.

Шаг 2. Были определены начальные координаты пешехода ($x_{п0} = 0$) и велосипедиста ($x_{в0} = 20$ м).

Шаг 3. Используя введённую систему отсчёта, мы определили значения скоростей движения пешехода ($v_п = 1$ м/с) и велосипедиста ($v_в = -3$ м/с).

Таким образом, первые три шага решения задачи не зависят от того, каким способом (графическим или аналитическим) мы собираемся её решать. Но уже следующий шаг будет отличаться от того, что мы делали в § 10.

Шаг 4 (аналитический). Запишем в аналитическом виде законы движения тел, учитывая известные данные. Поскольку в задаче движутся два тела (пешеход и велосипедист), то мы получаем два закона движения:

$$x_п = 0 + 1t, \qquad x_в = 20 - 3t.$$

Шаг 5 (аналитический). Представим в виде уравнения условие задачи — *встречу* велосипедиста и пешехода. Встреча двух тел означает, что *положения тел в пространстве совпадут* в некоторый момент времени $t = t_{встр}$, т. е. в этот момент времени *совпадут их координаты*. Поэтому условие встречи будет иметь вид:

$$x_п = x_в.$$

Шаг 6 (аналитический). Запишем вместе полученные в шагах 4 и 5 выражения, присвоив каждому из них свои номер и название.

$x_п = 0 + 1t,$ (1) (*закон движения пешехода*)

$x_в = 20 - 3t,$ (2) (*закон движения велосипедиста*)

$x_п = x_в.$ (3) (*условие встречи пешехода и велосипедиста*)

Шаг 7 (аналитический). Решение уравнений.

Для того чтобы найти значение времени t в интересующий нас момент встречи, воспользуемся условием встречи пешехода и велосипедиста —

уравнением (3). Оно предполагает равенство координат двух тел. Подставим в него выражения для $x_п$ и $x_в$ из уравнений (1) и (2):

$$0 + 1t = 20 - 3t.$$

Приведём подобные слагаемые и решим уравнение:

$$(1 + 3)t = 20, \qquad t = 20/4 = 5 \text{ (с)}.$$

Таким образом, мы установили, что встреча пешехода и велосипедиста состоится через 5 с после начала движения.

Теперь определим координату точки, в которой состоится встреча. Для этого подставим полученное значение момента встречи $t_{встр} = 5$ с в закон движения пешехода — уравнение (1):

$$x_п = 0 + 1t_{встр} = 0 + 1 \cdot 5 = 5 \text{ (м)}.$$

Это означает, что в момент встречи координата пешехода будет равна $x_п = 5$ м. Следовательно, встреча произойдёт в 5 м от начала отсчёта — дерева, от которого начал движение пешеход.

Ясно, что координату места встречи можно было определить, подставив время $t_{встр} = 5$ с и в закон движения велосипедиста — уравнение (2):

$$x_в = 20 - 3t_{встр} = 20 - 3 \cdot 5 = 5 \text{ (м)}.$$

Естественно, мы получили то же самое значение $x_{встр}$, так как координаты пешехода и велосипедиста в момент встречи совпадают.

Итоги

При *аналитическом способе решения задачи «встреча»* момент встречи и координата места встречи определяются из равенства координат в законах движения тел, записанных в аналитическом виде.

Упражнения

1 Определите аналитическим способом время и место (координату) встречи пешехода и велосипедиста (начните с шага 3) в выбранной нами ранее системе отсчёта, связанной с деревом, если:
а) значение скорости пешехода осталось прежним $v_п = 1$ м/с, а велосипедист едет ему навстречу со скоростью $|\vec{v}_в| = 4$ м/с;
б) значение скорости пешехода $v_п = 3$ м/с, а велосипедист едет со скоростью, значение которой $v_в = -7$ м/с.

2 Выполните предыдущее упражнение, решая задачу графическим способом.

3 Определите аналитическим способом время и координату встречи пешехода и велосипедиста, которые движутся вдоль дороги навстречу друг другу со скоростями $|\vec{v}_п| = 2$ м/с и $|\vec{v}_в| = 8$ м/с, если начальное расстояние между ними $l = 160$ м и они начинают движение одновременно. (Начните решение с шага 1.)

4 Сформулируйте условие и решите задачу о встрече велосипедиста и мотоциклиста, изображённых в момент времени $t = 0$ на рис. 24.

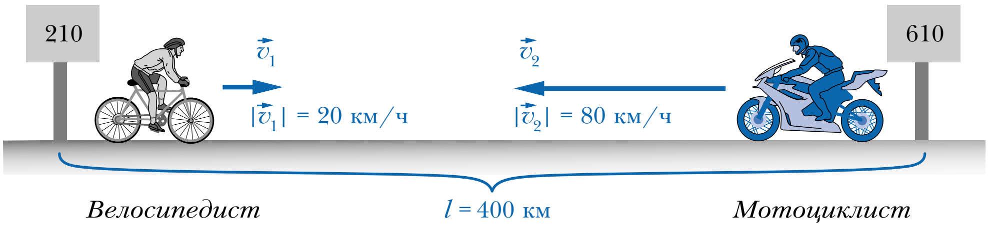


Рис. **24**

Для дополнительного изучения

§ 12 Решение задач кинематики. Задача «погоня»

Прежде чем приступить к рассмотрению конкретных задач о погоне, договоримся о следующем. Будем называть погоней ситуацию, когда два тела движутся в одном направлении друг за другом. Например, один автомобиль на прямой дороге стремится догнать другой, хищник гонится за своей добычей и т. п. Решение задачи «погоня» заключается в ответе на вопрос: может ли одно тело догнать другое, и если может, то где и когда? **К**

Будем считать, что одно тело догнало другое, если в некоторый момент времени положения этих тел в пространстве совпали. Это означает, что в выбранной системе отсчёта координаты убегающего и догоняющего тел стали равными.

К Мы видим, что при решении задачи «погоня» необходимо дополнительно выяснять, может ли одно из тел догнать другое. Только в случае положительного ответа удастся найти точку в пространстве, где догоняющий настигнет убегающего в некоторый момент времени.

Рассмотрим теперь следующую задачу о погоне. Пусть по ровному полу в сторону своей норки по прямой бежит мышка со скоростью, модуль которой $|\vec{v}_м| = 1$ м/с (рис. 25). Вслед за мышкой вдоль этой же прямой гонится кот со скоростью, модуль которой $|\vec{v}_к| = 3$ м/с. Необходимо выяснить, удастся ли коту поймать мышку, если в тот момент, когда мы начали наблюдение, расстояние между ними составляло $l_1 = 6$ м, а расстояние от мышки до её норки — $l_2 = 2$ м.

Прежде чем ответить на вопрос задачи, попробуем ответить на более простой вопрос. Представим себе, что норки нет. Тогда понятно, что кот в конце концов догонит мышку, так как его скорость больше. Выясним, в какой момент времени (когда?) и в какой точке пространства (где?) это произойдёт.

Отметим, что в этом случае последовательность действий при решении задачи «погоня» будет такой же, что и при решении задачи «встреча».

Шаг 1. Введём систему отсчёта. В качестве тела отсчёта выберем пол, а за начало отсчёта примем место, в котором находился кот в момент начала наблюдения. Координатную ось X направим от этого места в направлении норки мыши. В качестве единицы длины выберем 1 м. Включим часы (секундомер) в момент начала наблюдения. Эта ситуация изображена на рис. 26.

Шаг 2. Определим начальные координаты движущихся тел. Ясно, что в момент включения секундомера (при $t = 0$) начальная координата кота $x_{к0} = 0$, а мышки — $x_{м0} = 6$ м.

Шаг 3. Определим значения скоростей равномерного движения тел. Так как и кот, и мышка движутся в положительном направлении оси X, то их координаты в нашей системе отсчёта с течением времени увеличиваются. Поэтому значения скоростей обоих тел положительны. На рис. 26 мы изобразили их скорости векторами (отрезками со стрелочками на концах, показывающими направление движения). При этом отрезок, изображаю-

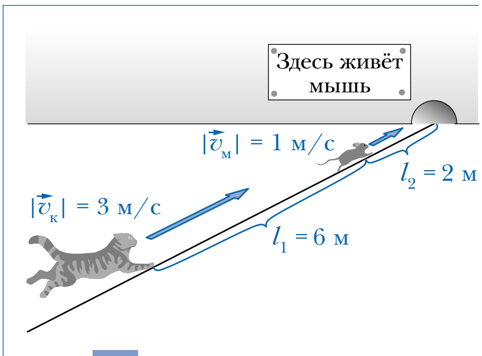


Рис. 25

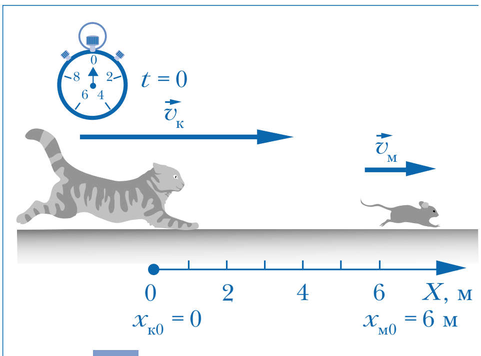


Рис. 26

щий вектор скорости кота, в три раза длиннее отрезка, изображающего вектор скорости мышки (объясните почему).

Шаг 4. Запишем в аналитическом виде зависимости координат от времени для равномерно движущихся тел (кота и мышки) с учётом известных нам начальных координат и значений скоростей. Ясно, что

$$x_к = x_{к0} + v_к \cdot t = 0 + 3t,$$
$$x_м = x_{м0} + v_м \cdot t = 6 + 1t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие задачи — ситуацию, в которой *при отсутствии норки* кот догнал мышку в некоторый момент времени $t = t_д$. Это означает, что в этот момент их координаты стали равны. В нашем случае условие задачи будет иметь вид:

$$x_к = x_м.$$

Шаг 6. Объединим полученные выражения и присвоим им номера и названия:

$$x_к = x_{к0} + v_к \cdot t = 0 + 3t, \qquad (1)$$ (*закон движения кота*)

$$x_м = x_{м0} + v_м \cdot t = 6 + 1t, \qquad (2)$$ (*закон движения мышки*)

$$x_к = x_м. \qquad (3)$$ (*условие успешного для кота завершения погони*)

Шаг 7. Решение уравнений.

Подставляя выражения для $x_к$ из уравнения (1) и $x_м$ из уравнения (2) в уравнение окончания погони (3), получим:

$$0 + 3 \cdot t = 6 + 1t.$$

Решим полученное уравнение.

$$(3 - 1) \cdot t = 6,$$
$$2t = 6,$$
$$t = t_д = 6/2 = 3 \text{ (с)}.$$

Таким образом, если бы норки не было, то через 3 с после начала нашего наблюдения кот догнал бы мышку. Для того чтобы определить, в каком месте это произойдёт, подставим значение $t_д = 3$ с в один из законов движения тел. Например, если мы подставим это значение в закон движения кота, то получим уравнение

$$x_к = 0 + 3t_д = 0 + 3 \cdot 3 = 9 \text{ (м)}.$$

Такое же значение координаты места окончания погони мы получим, если подставим значение времени $t_д$ в закон движения мышки:
$x_м = 6 + 1t_д = 6 + 1 \cdot 3 = 9$ (м).

Найденное нами значение координаты окончания погони означает, что при отсутствии норки кот поймает мышку на расстоянии 9 м от начала отсчёта. Однако по условию задачи расстояние от этого места до норки равно $l_1 + l_2 = 6 + 2 = 8$ (м). Следовательно, при заданных условиях мышка достигнет точки с координатой $x_н = 8$ м и спрячется в норке раньше, чем кот догонит её.

Мы можем определить и тот момент времени $t_н$, когда мышка окажется в норке. Для этого, как мы уже знаем, надо записать в аналитическом виде зависимость координаты мышки от времени и условие попадания мышки в норку:

$$x_м = x_{м0} + v_м \cdot t = 6 + 1t, \qquad (2)$$ (*закон движения мышки*)

$$x_м = x_н = 8. \qquad (4)$$ (*условие попадания мышки в норку*)

Для того чтобы найти момент времени $t_н$, исходя из условия попадания мышки в норку (равенства координат мышки и её норки), подставим выражение для $x_м$ из уравнения (2) в уравнение (4):

$$6 + 1t = 8,$$

$$1t = 8 - 6,$$

$$t = t_н = 2 \text{ (с)}.$$

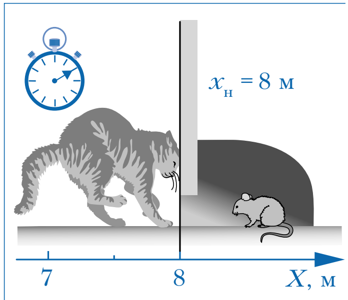


Рис. **27** Координата норки, место спасения мышки

Получается, что мышка окажется в норке через 2 с после начала нашего наблюдения, т. е. на 1 с раньше, чем кот её настигнет. Таким образом, при тех величинах, которые даны в задаче, кот останется голодным (рис. 27).

Если норка будет удалена от мышки не на 2 м, как в условии задачи, а более чем на 3 м, то процесс погони закончится для мышки плачевно (рис. 28).

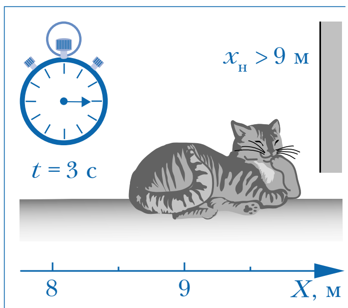


Рис. **28** Координата встречи, место обеда кота

Решим ту же задачу графическим методом начиная с шага 4. Напомним, что после первых трёх шагов мы имеем систему отсчёта, начальные координаты кота $x_{к0} = 0$ и мышки $x_{м0} = 6$ м, а также значения их скоростей $v_к = 3$ м/с и $v_м = 1$ м/с.

Шаг 4. Построим систему координат, состоящую из оси времени t и оси координаты X.

Отметим начало отсчёта и нанесём на оси метки, соответствующие единицам времени (с) и расстояния (м). Отметим на оси X начальные координаты кота $x_{к0} = 0$ и мышки $x_{м0} = 6$ м (рис. 29).

Шаг 5. Так как по условию значение скорости мышки $v_м = 1$ м/с, то её координата с каждой секундой будет увеличиваться на 1 м. Построим несколько точек графика движения мышки для моментов времени, например, $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с. Ясно, что им соответствуют координаты:

$$x_{м1} = 6 + 1 \cdot 1 = 7 \text{ (м)},$$

$$x_{м2} = 6 + 1 \cdot 2 = 8 \text{ (м)}.$$

Соединив эти точки, мы получим график движения мышки (*см.* рис. 29).

Значение скорости кота равно 3 м/с. Поэтому значение его координаты с каждой секундой увеличивается на 3 м. Построим несколько точек графика движения кота, например для моментов времени $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с. Соединив их прямой линией с точкой, соответствующей положению кота в начальный момент времени, получим график движения кота (*см.* рис. 29).

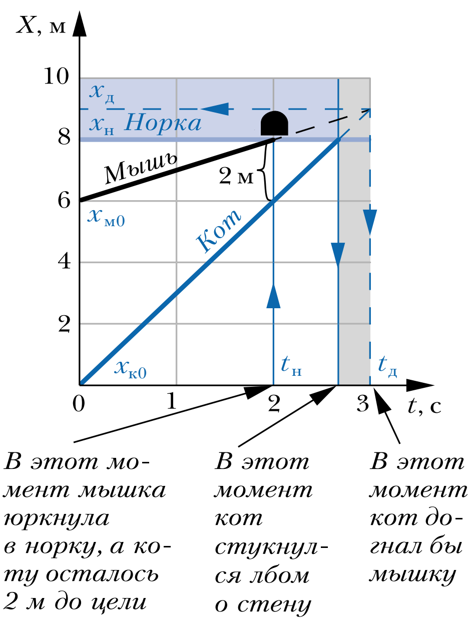


Рис. **29**

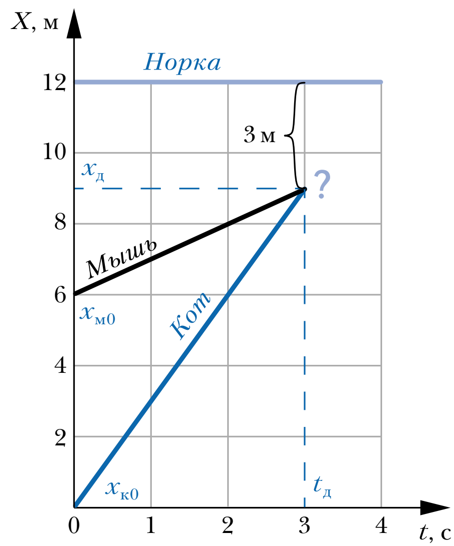


Рис. **30** Норка находится на расстоянии 12 м от начала отсчёта

Как вы уже догадались, точка пересечения графиков движения является точкой окончания погони. Из рис. 29 видно, что кот догонит мышь через время $t_д = 3$ с после начала наблюдения. А произойдёт это (при отсутствии норки) в точке с координатой $x_д = 9$ м. То есть полученные нами графическим и аналитическим методами результаты совпали.

Отметим, что на рис. 29 можно изобразить и закон движения норки. Так как в нашей системе отсчёта координата норки $x_н = 8$ м не изменяется, то её закон движения графически представляет собой прямую, параллельную оси времени. Как видно из рисунка, мышка юркнет в норку (это будет точка пересечения графиков движения мышки и норки, равенство их координат) на 1 с раньше, чем кот догонит её.

Если бы координата норки была больше координаты, в которой кот догоняет мышь, например $x_{н1} = 12$ м, то картина, как вы понимаете, выглядела бы иначе. Посмотрите на рис. 30 и объясните, что произошло бы в этом случае.

Итоги

Решение задачи «погоня» заключается в ответе на вопрос: может ли одно из тел догнать другое, и если может, то в какой точке пространства и в какой момент времени это произойдёт?

При *аналитическом способе решения задачи «погоня»* момент окончания погони и координата места погони определяются из равенства координат в законах движения тел, записанных в аналитическом виде.

Вопросы

1. В чём состоит отличие задачи «погоня» от задачи «встреча»? В чём их сходство?
2. Расскажите, как по графикам движения двух тел в задаче «погоня» определить, в какой момент одно тело догонит другое.

Упражнения

1. Как будут выглядеть графики движения, если тела движутся в одном направлении друг за другом с одинаковыми скоростями 15 м/с, а в начальный момент расстояние между телами $l_0 = 10$ м?
2. Через какое время мотоциклист, движущийся со скоростью 100 км/ч, догонит велосипедиста, едущего в том же направлении

со скоростью 20 км/ч, если в начальный момент времени расстояние между ними было равно 160 км?

*3 Лыжник юношеской сборной города Москвы, который идёт со скоростью 5 м/с, отстаёт на 40 м от лыжника сборной города Санкт-Петербурга, который идёт со скоростью 3 м/с. Кто из лыжников придёт к финишу первым, если расстояние от идущего впереди лыжника до финиша равно 60 м?

Для дополнительного изучения

§ 13 Решение задач кинематики. Задача «обгон»

Рассмотрим ещё одну очень важную с практической точки зрения задачу. Пусть по прямой двухполосной дороге едут грузовик и легковой автомобиль. Модули их скоростей равны соответственно $|\vec{v}_г| = 20$ м/с и $|\vec{v}_л| = 30$ м/с. Известно, что длина легкового автомобиля $l_1 = 5$ м, а грузовик имеет длину $l_2 = 35$ м. При этом легковой автомобиль, значение скорости которого больше, совершает обгон грузовика. Эта ситуация изображена на рис. 31.

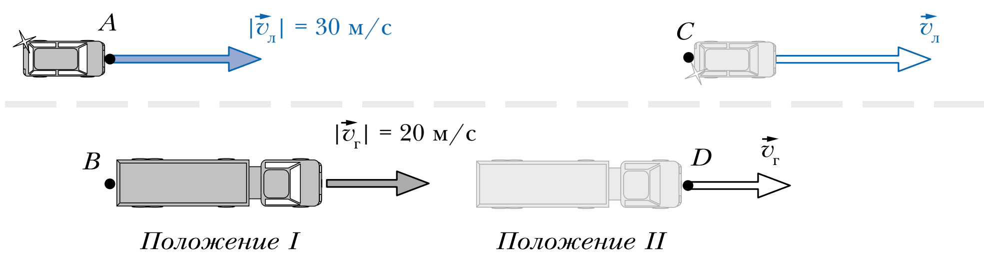


Рис. 31

Положение I. Момент начала обгона. «Нос» автомобиля поравнялся с задней точкой грузовика.
Положение II. Момент окончания обгона. «Хвост» автомобиля проезжает мимо передней точки грузовика

Из сказанного ясно, что в задаче «обгон» принципиальную роль играют размеры тел. Поэтому для описания движения грузовика и легковушки нам надо выбрать конкретные точки этих тел. Кроме того, необходимо установить, какие моменты времени являются началом и окончанием обгона.

Моментом начала обгона (*положение I*) мы будем называть тот момент времени, когда самая передняя точка A («нос») легкового автомобиля по-равнялась с самой задней точкой B («хвостом») грузовика. Моментом окончания обгона назовём тот момент времени, когда точка C («хвост») легкового автомобиля поравняется с точкой D («носом») грузовика. Этот момент соответствует *положению II* на рис. 31.

Спрашивается:

1. В течение какого промежутка времени будет происходить обгон?

2. Какие расстояния проедут за время обгона легковой автомобиль и грузовик?

Чтобы ответить на поставленные вопросы, воспользуемся аналитическим методом решения кинематических задач.

Шаг 1. Введём систему отсчёта (рис. 32). В качестве начала отсчёта выберем камень, лежащий на обочине дороги напротив того места, где поравнялись точки A и B в момент начала обгона. Координатную ось X направим от этого камня параллельно дороге в сторону движения машин. В качестве единицы длины выберем 1 м. Часы (секундомер) включим в момент начала обгона.

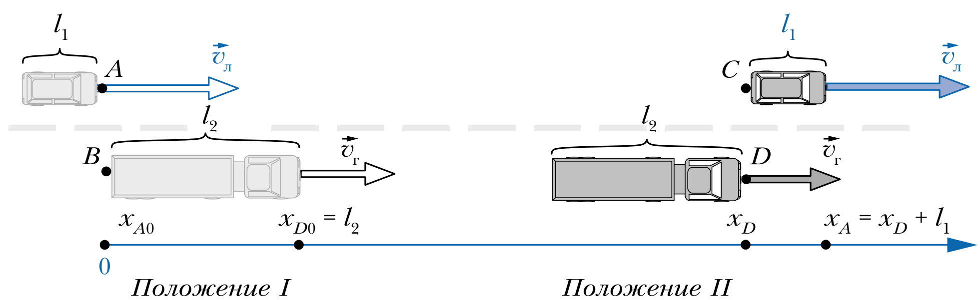


Рис. **32** Разность расстояний, пройденных автомобилем и грузовиком, равна сумме длин этих тел

По условию задачи грузовик и легковой автомобиль имеют конкретные размеры. Поэтому мы не можем считать наши тела точечными. Значит, для описания движения этих тел надо на каждом из них выбрать конкретные точки и далее следить за движением этих точек. В качестве точки, характеризующей положение легкового автомобиля, выберем точку A (его «нос»). Для описания положения грузовика выберем точку D (соответственно «нос» грузовика). Теперь, если мы будем говорить, что координата легкового автомобиля равна, например, нулю, то это значит, что равна нулю координата его «носа» — точки A. А если мы скажем, что координата грузовика равна, например, сорока метрам, значит, говорится о координате «носа» грузовика — точке D. То есть мы будем следить за движением «носов» обоих движущихся тел.

Шаг 2. Определим начальные координаты точек A и D, которые характеризуют положение соответственно легкового автомобиля и грузовика. Из рис. 32 видно, что $x_{A0} = 0$, а $x_{D0} = l_2 = 35$ м. Таким образом, в момент начала обгона «нос» грузовика опережает «нос» легкового автомобиля ровно на длину грузовика $l_2 = 35$ м.

Шаг 3. В условии задачи даны модули скоростей легкового автомобиля и грузовика относительно дороги. При этом в выбранной системе отсчёта координаты обоих тел увеличиваются. Следовательно, значения их скоростей положительны и равны соответственно $v_л = 30$ м/с и $v_г = 20$ м/с.

Шаг 4. Напишем зависимости координат точек A и D от времени в выбранной системе отсчёта:

$$x_A = x_{A0} + v_л \cdot t = 0 + 30t,$$
$$x_D = x_{D0} + v_г \cdot t = l_2 + v_г \cdot t = 35 + 20t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие окончания обгона. Если мы внимательно посмотрим на рис. 32 (*положение II*), то поймём, что обгон закончится в тот момент времени, когда координата «носа» легкового автомобиля x_A станет больше координаты «носа» грузовика x_D ровно на величину длины легкового автомобиля $l_1 = 5$ м. Иначе говоря, «хвост» легкового автомобиля поравняется с «носом» грузовика. Значит, в момент окончания обгона (при $t = t_{об}$)

$$x_A = x_D + l_1 = x_D + 5.$$

Шаг 6. Запишем вместе полученные нами выражения, присвоив каждому из них номер и название:

$x_A = 0 + 30t,$ (1) (*закон движения «носа» легкового автомобиля*)

$x_D = 35 + 20t,$ (2) (*закон движения «носа» грузовика*)

$x_A = x_D + 5.$ (3) (*условие окончания обгона*)

Шаг 7. Решение уравнений.

Для нахождения момента времени, соответствующего окончанию обгона, подставим в уравнение (3) выражения для x_A и x_D из уравнений (1) и (2):

$$0 + 30t = 35 + 20t + 5,$$
$$30t - 20t = 35 + 5,$$
$$t = (35 + 5)/(30 - 20) = 4 \text{ (с)}.$$

Таким образом, через время $t_{об} = 4$ с после включения секундомера обгон будет завершён.

Найдём, какое расстояние прошёл за это время «нос» легкового автомобиля (точка A). Для этого определим его координату в момент времени $t = 4$ с. Подставив данное значение времени в закон движения точки A, получим:

$$x_A = 0 + 30t = 0 + 30 \cdot 4 = 120 \text{ (м)}.$$

Так как начальная координата точки A $x_{A0} = 0$, «нос» автомобиля за время обгона прошёл расстояние $l_A = 120$ м.

Теперь определим, какое расстояние за время совершения обгона легковым автомобилем прошёл грузовик. Для этого найдём координату его «носа» (точки D) в момент окончания обгона. Подставив значение времени окончания обгона $t = 4$ с в закон движения точки D, получим:

$$x_D = 35 + 20 \cdot 4 = 115 \text{ (м)}.$$

Так как начальная координата «носа» грузовика равнялась $x_{D0} = 35$ м, то грузовик за время обгона прошёл расстояние

$$l_D = x_D - x_{D0} = 115 - 35 = 80 \text{ (м)}.$$

Таким образом, разность пройденных «носом» легкового автомобиля (точкой A) и «носом» грузовика (точкой D) расстояний $l_A - l_D = 120 - 80 =$ $= 40$ (м), что составляет сумму длин обгоняемого и обгоняющего тел:

$$l_1 + l_2 = 5 + 35 = 40 \text{ (м)}.$$

Упражнения

1 Решите данную задачу «обгон» табличным способом. Для этого, используя записанные в шаге 4 законы движения легкового автомобиля и грузовика, заполните таблицу.

Момент времени t, с	0	1	2	3	4	5
x_A, м						
x_D, м						

2 Используя данные, полученные в предыдущем упражнении, или законы движения тел (шаг 4), постройте графики зависимости координат точек A и D от времени, характеризующих положения легкового автомобиля и грузовика. Укажите на графике точку (время и координату), в которой завершился процесс обгона.

3 Определите, в течение какого времени автобус длиной $l_а = 20$ м, движущийся с постоянной скоростью $|\vec{v}_а| = 35$ м/с, будет обгонять грузовик длиной $l_г = 25$ м, если скорость грузовика не изменяется и равна $|\vec{v}_г| = 30$ м/с. Задачу решите: а) аналитическим; б) табличным; в) графическим способом.

***4** Зависит ли время обгона грузовика легковым автомобилем от размеров (длины) этих транспортных средств? Если зависит, то как?

Для дополнительного изучения

§ 14 Решение задач кинематики в общем виде. Анализ полученного результата

Мы с вами научились решать задачи с конкретными числовыми значениями. Освоим решение задач, в которых величины, характеризующие движение тел (начальные координаты, скорости и т. п.), определены не численно, а заданы в буквенном виде. В этом случае говорят о *решении задачи в общем виде*. **K**

Рассмотрим такое решение на примере задачи «встреча».

Пусть два точечных тела *1* и *2* движутся по прямолинейной дороге навстречу друг другу относительно земли со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно (рис. 33). В момент начала наблюдения расстояние между телами равно L. Необходимо определить, через какое время после начала наблюдения (когда?) произойдёт встреча этих тел.

Используем известный нам метод решения задач кинематики.

Шаг 1. Выбор системы отсчёта. В качестве начала отсчёта выберем то место на дороге, где находилось в начальный момент первое тело. Координатную ось X направим от этого места вдоль дороги в направлении второго тела. Отметим, что единицы длины должны быть те же, в которых задано расстояние L между телами. Часы включим в момент начала наблюдения.

Шаг 2. Определим начальные координаты тел. Ясно, что в выбранной нами системе отсчёта $x_{10} = 0$, а $x_{20} = L$.

Шаг 3. В соответствии с условием задачи в выбранной системе отсчёта значение скорости тела *1* положительно и равно v_1. Значение скорости тела *2* отрицательно и равно $-v_2$, так как это тело движется в отрицательном направлении оси X. Здесь v_1 и v_2 — модули соответствующих скоростей.

K Решение задач в общем виде очень распространено. Оно позволяет упростить преобразования выражений, которые могут быть довольно громоздкими, избежать промежуточных вычислений, выявить взаимосвязь между физическими величинами.

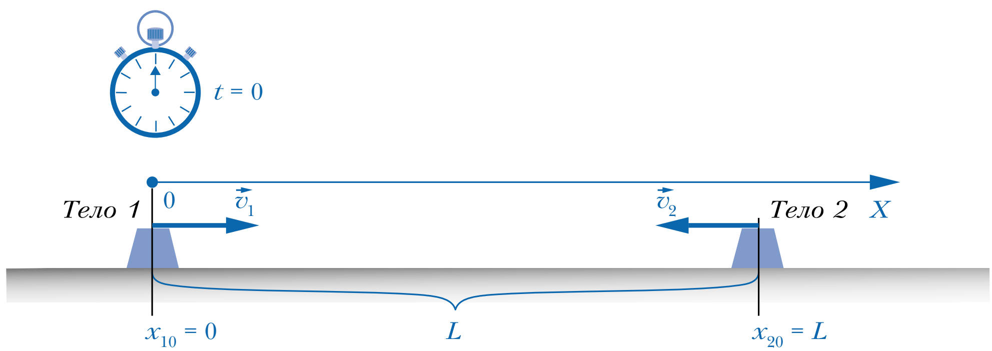


Рис. 33 При решении задачи в общем виде на *шаге 1* выбираем систему отсчёта; на *шаге 2* определяем начальные координаты тел: $x_{10} = 0$; $x_{20} = L$

Шаг 4. Запишем зависимости координат равномерно движущихся тел *1* и *2* от времени:

$$x_1 = x_{10} + v_1 \cdot t = 0 + v_1 \cdot t,$$
$$x_2 = x_{20} - v_2 \cdot t = L - v_2 \cdot t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие задачи — равенство координат двух тел в момент встречи:

$$x_1 = x_2.$$

Шаг 6. Запишем вместе полученные уравнения, присвоив каждому из них номер и название:

$x_1 = v_1 \cdot t,$ (1) (*закон движения тела 1*)

$x_2 = L - v_2 \cdot t,$ (2) (*закон движения тела 2*)

$x_1 = x_2.$ (3) (*условие встречи тел 1 и 2*)

Шаг 7. Решение уравнений.

Для решения полученных уравнений подставим в условие встречи — уравнение (3) — выражения для x_1 и x_2:

$$v_1 \cdot t = L - v_2 \cdot t.$$

Решим полученное уравнение:

$$v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = L,$$
$$(v_1 + v_2) \cdot t = L,$$
$$t = t_{\text{в}} = \frac{L}{v_1 + v_2}.$$

Итак, мы получили значение момента времени встречи двух тел.

Теперь перейдём к очень важному не только для физики, но и для самых разных областей человеческого знания (экономики, бизнеса, планирования, социологии и др.) процессу. Этот процесс называется *анализом полученного результата*. Он заключается в изучении зависимости между интересующими нас величинами.

В данном случае мы имеем зависимость значения момента времени встречи $t_в$ от начального расстояния между телами L и модулей их скоростей. Чтобы оценить полученный результат, необходимо исследовать, как будет изменяться значение $t_в$ при изменениях (увеличении или уменьшении) величин L, v_1 и v_2.

Шаг 8. Анализ полученного результата.

Посмотрим ещё раз внимательно на полученное нами выражение для момента встречи: $t_в = \dfrac{L}{v_1 + v_2}$.

Правая часть этого равенства представляет собой дробь, в числителе которой стоит начальное расстояние между сближающимися телами L, а в знаменателе – сумма модулей скоростей тел *1* и *2*. Для начала зададим себе вопрос: как изменится время $t_в$, через которое произойдёт встреча, если в условии задачи увеличить L, например, в 10 раз, а модули скоростей v_1 и v_2 оставить неизменными?

Ясно, что в этом случае в 10 раз увеличится числитель дроби в выражении для $t_в$, а её знаменатель останется неизменным. Следовательно, значение дроби увеличится в 10 раз, т. е. увеличится в 10 раз время $t_в$, через которое произойдёт встреча.

Напротив, если L уменьшить, например, в 2 раза, оставив модули скоростей v_1 и v_2 неизменными, то числитель дроби уменьшится в 2 раза при неизменном знаменателе. Следовательно, встреча произойдёт через время, в два раза меньшее.

Вывод 1. *Чем больше начальное расстояние между телами, тем позже произойдёт их встреча, и наоборот, чем меньше это расстояние, тем раньше данные тела встретятся.*

В частности, если задать начальное расстояние между телами равным нулю, то, подставив это значение в выражение для $t_в$, мы получим $t_в = \dfrac{0}{v_1 + v_2} = 0.$ То есть встреча произойдёт в момент начала наблюдения.

Проанализируем, как изменится время встречи $t_в$, если изменить модули скоростей тел v_1 и v_2, оставив неизменным начальное расстояние L. Допустим, модули скоростей движущихся навстречу друг другу тел увеличатся в 2 раза. Тогда их сумма $v_1 + v_2$, стоящая в знаменателе, также увеличится вдвое. В этом случае вся дробь при неизменном числителе L уменьшится в 2 раза. Следовательно, встреча двух тел произойдёт через вдвое меньшее время. Наоборот, если модули скоростей обоих тел уменьшить, например, в 10 раз при неизменном L, то встреча состоится через время $t_в$, в 10 раз большее первоначального.

Вывод 2. *Чем больше модули скоростей v_1 и v_2 движущихся навстречу друг другу тел, тем раньше тела встретятся, и наоборот, чем меньше модули их скоростей, тем позже произойдёт встреча.* Например, если взять предельный случай, когда $v_1 = v_2 = 0$, то для времени встречи получится следующее выражение:

$$t_в = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{L}{0 + 0} = \frac{L}{0}.$$

Мы получили деление на нуль. Это означает, что встречи не будет. Понятно: если скорости тел равны 0, то они покоятся.

Отметим, что время встречи зависит от суммы модулей скоростей тел $(v_1 + v_2)$. Эту сумму можно назвать *модулем скорости сближения* движущихся навстречу друг другу тел. Как вы понимаете, модуль скорости сближения численно равен уменьшению расстояния между телами за единицу времени.

В заключение проанализируем ещё одну ситуацию. Допустим, начальное расстояние между телами увеличилось в 2 раза. Одновременно увеличились вдвое модули скоростей сближающихся тел, т. е. в два раза увеличилась скорость сближения. Как вы понимаете, в этом случае в 2 раза увеличатся и числитель, и знаменатель выражения для расчёта времени встречи. Известно, что при умножении числителя и знаменателя дроби на одно и то же число значение этой дроби не изменяется. Следовательно, в этом случае момент встречи останется неизменным.

Если вы вдумаетесь в полученные выводы *1* и *2*, то поймёте, что они соответствуют здравому смыслу и нашему жизненному опыту. В этом случае физики говорят, что в задаче получен ответ, который имеет физический смысл.

Итоги

При *решении задач кинематики в общем виде* нужно придерживаться следующего алгоритма:

1) выбрать систему отсчёта; 2–3) определить начальные координаты и значения скоростей движения тел в этой системе отсчёта; 4) записать зависимости координат тел от времени; 5) записать в виде уравнения условие задачи; 6) объединить уравнения; 7) решить эти уравнения; 8) провести анализ полученного

результата (после чего выяснить, имеет ли полученный результат физический смысл); 9) если в условии задачи даны числовые значения, необходимо подставить их в полученное выражение и получить числовой ответ.

Анализ полученного результата заключается в исследовании зависимости искомой величины от входящих в ответ величин.

Конечной целью проведения анализа является ответ на вопрос: имеет ли физический смысл полученное при решении задачи выражение?

Упражнения

1 Найдите в общем виде время окончания погони полицейского за грабителем $t_п$ (задача «погоня»). Используйте данные, приведённые на рис. 34.

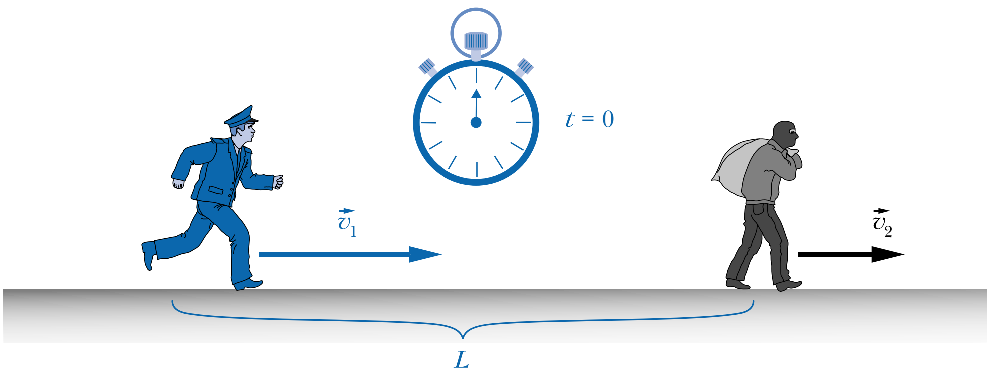


Рис. **34**

2 Используя данные из упражнения 1, проведите анализ выражения для времени погони $t_п = L/(v_1 - v_2)$, ответив на вопросы:
а) как зависит время окончания погони $t_п$ от начального расстояния между полицейским и грабителем;
б) увеличится или уменьшится время окончания погони $t_п$, если увеличится: скорость полицейского v_1; скорость грабителя v_2;
в) догонит ли полицейский грабителя, если: $v_1 > v_2$; $v_1 < v_2$; $v_1 = v_2$;

г) имеет ли физический смысл полученное нами выражение для $t_п$;

д) чему равен модуль скорости сближения полицейского и грабителя?

*3 Найдите в общем виде выражение для времени обгона, рассмотрев ситуацию из предыдущего параграфа.

4 Используя данные из упражнения 3, проведите анализ выражения $t_{об} = (l_1 + l_2)/(v_2 - v_1)$ и ответьте на следующие вопросы.

а) Увеличится или уменьшится время обгона $t_{об}$, если увеличится длина: обгоняемого тела l_1; обгоняющего тела l_2?

Сделайте выводы. Какой автобус легче обогнать: короткий или длинный? На каком автомобиле быстрее завершается обгон: на коротком или на длинном?

б) Увеличивается или уменьшается время обгона при увеличении: скорости обгоняемого v_1; скорости обгоняющего v_2?

Сделайте выводы. Какой автомобиль можно быстрее обогнать: едущий быстро или медленно? На каком автомобиле быстрее завершается обгон: на едущем быстро или медленно?

Для дополнительного изучения

§ 15 Движение тел относительно друг друга

В предыдущих параграфах мы с вами на конкретных примерах научились решать некоторые виды задач кинематики. При этом мы в качестве тела отсчёта выбирали Землю или неподвижные относительно неё тела. Оказывается, такой выбор тела отсчёта не всегда является наиболее удачным. Во многих реальных задачах, которые встретятся вам в будущем, удобнее в качестве тела отсчёта выбирать какое-либо тело, движущееся относительно Земли. Понятно, что в такой системе отсчёта Земля уже не будет неподвижной. Вместе с Землёй в такой системе отсчёта будут двигаться деревья и дома, т. е. неподвижные относительно Земли тела. Мы уже сталкивались с таким выбором, когда в § 6 связывали систему отсчёта с идущим по земле человеком. При этом растущий на земле дуб и клад, зарытый в землю, изменяли свои координаты с течением времени. Значит, в системе отсчёта, связанной с идущим человеком, они двигались. Мы говорили тогда, что движение тела зависит от того, в какой системе отсчёта оно рассматривается. Изучим теперь этот вопрос подробнее. Для этого рассмотрим одну простую задачу.

Пусть два поезда движутся по параллельным путям навстречу друг другу, как показано на рис. 35. При этом модуль скорости первого поезда $|\vec{v}_1| = 10$ м/с,

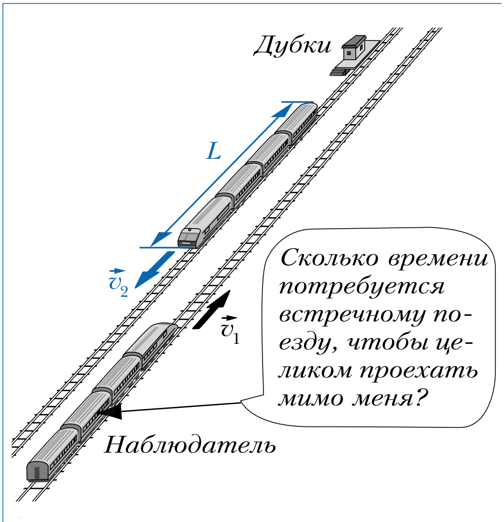


Рис. 35 От выбора системы отсчёта, связанной с Землёй или с поездом, зависит описание движения двух тел и решение задачи

а второго — $|\vec{v}_2| = 15$ м/с. В первом поезде сидит пассажир, которого мы будем называть наблюдателем.

Ответим на вопрос: в течение какого времени второй поезд целиком (от «носа» до «хвоста») проедет мимо наблюдателя, если длина второго поезда L = 175 м?

Понятно, что можно решить эту задачу в системе отсчёта, связанной, например, со станцией, неподвижной относительно Земли. Если вы попробуете сделать это, то убедитесь, что такое решение окажется достаточно сложным. Однако можно существенно упростить решение задачи, если связать систему отсчёта непосредственно с наблюдателем. Сделаем это, используя уже хорошо известный нам алгоритм решения задач кинематики.

Шаг 1. В качестве тела отсчёта выберем вагон, в котором находится наблюдатель. Пусть начало отсчёта совпадает с наблюдателем. Координатную ось X направим от начала отсчёта в сторону движения первого поезда (к станции Дубки). Часы (секундомер) включим в тот момент, когда «нос» второго поезда поравняется с наблюдателем (с началом отсчёта). Этот момент изображён на рис. 36. Можно сказать, что в этот момент второй поезд *начал* проезжать мимо наблюдателя.

Необходимо отметить, что в данной задаче второй поезд имеет определённые размеры. Поэтому мы не можем считать его точечным телом. А поскольку мы пока умеем описывать движение только точечных тел, в качестве точки, характеризующей положение второго поезда, выберем точку A — его «нос».

Шаг 2. Определим начальную координату точки A. Из рис. 36 видно, что в выбранной системе отсчёта начальная координата точки A равна $x_{A0} = 0$.

Теперь начинается самое интересное. Прежде чем продолжить решение, выясним, с какой скоростью движется точка A («нос» второго поезда) в выбранной системе отсчёта. Для этого вначале определим, как движутся в этой системе отсчёта первый поезд, станция и Земля. Ясно, что относительно наблюдателя первый поезд неподвижен, так как наблюдатель сидит в этом по-

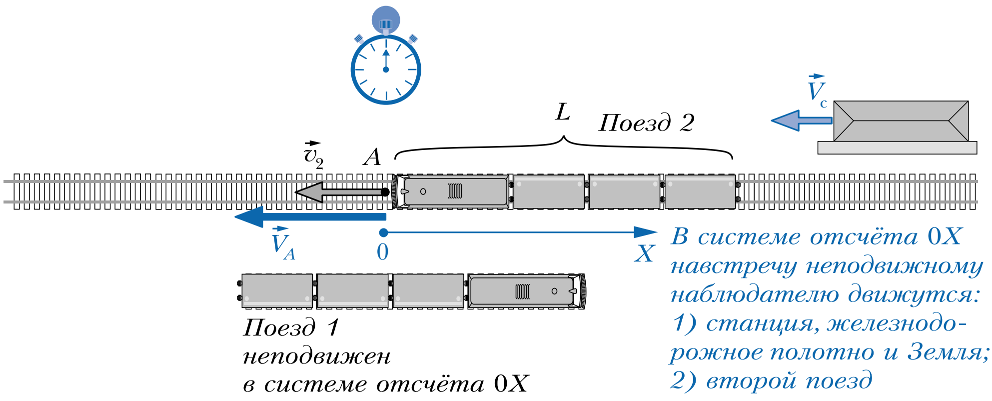


Рис. **36** Наблюдатель зафиксировал момент прохождения «носа» встречного поезда

езде. Напротив, станция в системе отсчёта, связанной с наблюдателем, приближается к нему. Как вы помните, в этом случае вектор скорости станции направлен в отрицательном направлении оси X. Следовательно, значение скорости станции отрицательно. Так как по условию задачи первый поезд движется относительно Земли со скоростью, модуль которой $|\vec{v}_1| = 10$ м/с, наблюдатель в поезде приближается за каждую секунду к станции на 10 метров. Значит, *в системе отсчёта, связанной с наблюдателем*, станция приближается к нему за каждую секунду на 10 метров. Следовательно, её координата уменьшается на 10 метров за каждую секунду. В соответствии с определением значения скорости мы можем сказать, что *в выбранной системе отсчёта* станция движется со скоростью, имеющей значение $V_c = -10$ м/с. В этой системе отсчёта движутся с такой же скоростью и железнодорожное полотно, и деревья, и дома, и вся Земля.

Итак, мы выяснили, что в выбранной системе отсчёта вся Земля вместе со станцией и железнодорожным полотном движутся в отрицательном направлении оси X со скоростью, имеющей значение $V_c = -10$ м/с.

По условию задачи по железнодорожному полотну в направлении от станции к первому поезду относительно Земли движется точка A («нос» второго поезда) со скоростью, модуль которой $|\vec{v}_2| = 15$ м/с. Следовательно, за каждую секунду точка A удаляется от станции в сторону наблюдателя на 15 метров. Сама станция при этом приближается к наблюдателю за одну се-

Значения скоростей в нашей системе отсчёта мы будем обозначать большими буквами — V, чтобы отличить их от значений скоростей v, которые имели тела в системе отсчёта, связанной с Землёй. Поэтому значение скорости станции мы обозначили V_c.

кунду на 10 метров. Поэтому точка A приближается к наблюдателю за каждую секунду на (10 + 15) м = 25 м. Иначе говоря, значение скорости второго поезда *в выбранной системе отсчёта* равно –25 м/с.

Физики в таких случаях говорят, что произошло *сложение значений скоростей*: к значению скорости Земли (станции) $V_с = -10$ м/с прибавилось значение скорости движения второго поезда по Земле в ту же сторону. Так как направление скорости $\vec{v}_2$ совпадало *с отрицательным направлением* оси X, а её модуль $|\vec{v}_2| = 15$ м/с, то значение этой скорости *отрицательно* и равно $v_2 = -15$ м/с. Таким образом, значение скорости второго поезда V_A в нашей системе отсчёта, связанной с наблюдателем:

$$V_A = V_с + v_2 = (-10) + (-15) = -25 \text{ (м/с)}.$$

Вернёмся к решению нашей задачи.

Шаг 3. Значение скорости движения второго поезда в выбранной системе отсчёта $V_A = -25$ м/с.

Шаг 4. Запишем закон движения точки A:

$$x_A = x_{A0} + V_A \cdot t = 0 - 25t.$$

Шаг 5. Запишем в виде уравнения условие задачи. По условию задачи второй поезд должен к искомому моменту времени полностью проехать мимо наблюдателя. Значит, нас интересует тот момент, когда «хвост» второго поезда поравняется с наблюдателем. Этот момент изображён на рис. 37. Легко увидеть, что в этот момент расстояние от точки A до наблюдателя в точности равно длине второго поезда L. Кроме того, значение координаты точки A отрицательно. Следовательно, в этот момент времени

$$x_A = -L = -175 \text{ м}.$$

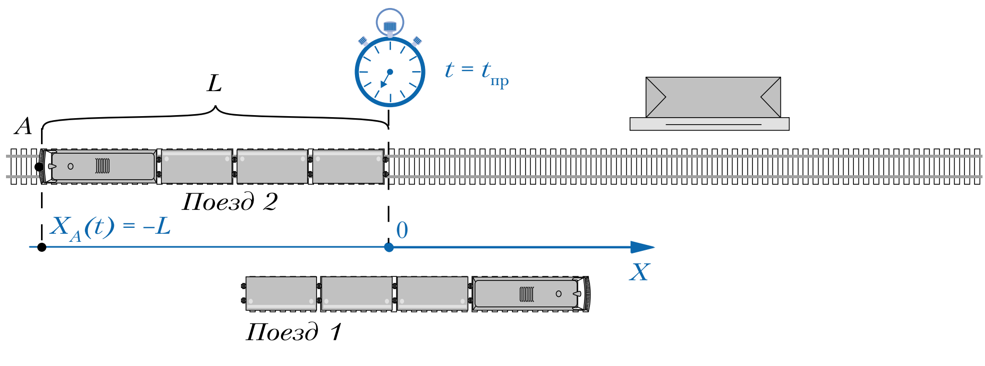


Рис. **37** Наблюдатель зафиксировал момент прохождения «хвоста» встречного поезда

Шаг 6. Объединим составленные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$x_A = x_{A0} + V_A \cdot t = 0 - 25t,$ (1) (*закон движения точки A*)

$x_A = -L = -175$ м. (2) (*условие окончания проезда второго поезда мимо наблюдателя*)

Шаг 7. Решение уравнений.
Подставляя (1) в (2), получаем:

$$0 - 25t = -175 \text{ (м)},$$

$$t = \frac{-175\,\text{м}}{-25\,\text{м}} = 7 \text{ с}.$$

Таким образом, второй поезд проедет мимо наблюдателя за $t = 7$ с.

Итоги

Решение задачи, в которой задано движение двух тел относительно третьего (например, Земли), может быть сведено к задаче о движении одного тела, если систему отсчёта связать с одним из движущихся тел. При этом решение задач получается более простым.

Вопросы

1. Как надо выбрать систему отсчёта, чтобы одно из движущихся относительно Земли тел в задаче «встреча» стало неподвижным в выбранной системе отсчёта?
2. За счёт чего произошло сложение значений скоростей в рассмотренной задаче? В какой системе отсчёта оно имело место?
3. Увеличилось или уменьшилось значение скорости второго поезда (точки A) в результате сложения скоростей?

Упражнения

1. Два поезда движутся по параллельным путям навстречу друг другу. Модуль скорости первого поезда $|\vec{v}_1| = 5$ м/с, а второго — $|\vec{v}_2| = 10$ м/с. В течение какого времени второй поезд целиком проедет мимо наблюдателя, сидящего в первом поезде? Длина второго поезда $L = 150$ м.

2 За какое время катер пройдёт мимо идущего навстречу ему теплохода? Модуль скорости катера $|\vec{v}_к| = 7$ м/с, а теплохода — $|\vec{v}_т| = 3$ м/с. Длина теплохода $L = 60$ м. Катер считайте точечным телом.

3 Решите задачу из упражнения 1 графическим способом в системе отсчёта, связанной с наблюдателем.

*4 Решите задачу из упражнения 1 в системе отсчёта, связанной с наблюдателем, в общем виде. Проведите анализ полученного решения.

Для дополнительного изучения

§ 16 Движение тел относительно друг друга. Задача «встреча»

Рассмотрим, как будет выглядеть решение уже знакомой нам задачи «встреча» в системе отсчёта, связанной с одним из движущихся тел.

Пусть по прямолинейной дороге навстречу друг другу едут мотоциклист и велосипедист, как показано на рис. 38. При этом относительно Земли модуль скорости мотоциклиста $|\vec{v}_м| = 20$ м/с, а модуль скорости велосипедиста — $|\vec{v}_в| = 10$ м/с. Определим, через какое время произойдёт их встреча, если в момент начала наблюдения расстояние между ними $l = 600$ м.

Шаг 1. Пусть начало отсчёта совпадает с мотоциклистом. Ось X направим вдоль дороги от мотоциклиста в сторону велосипедиста, как показано на рис. 39. В качестве единицы длины выберем 1 м. Часы (секундомер) включим в момент начала наблюдения.

Шаг 2. Найдём начальную координату велосипедиста $x_{в0}$ в момент времени $t = 0$. Видно, что в выбранной системе отсчёта $x_{в0} = 600$ м, так как расстояние от начала отсчёта (мотоциклиста) до велосипедиста $l = 600$ м.

Шаг 3. В выбранной системе отсчёта мотоциклист неподвижен (так как он является началом отсчёта и его координата всё время равна $x_м = 0$). Определим значение скорости велосипедиста. В выбранной системе отсчёта Земля вместе с дорогой движутся в отрицательном направлении оси X со скоростью, имеющей значение $V_З = -|\vec{v}_м| = -20$ м/с. Велосипедист по условию задачи движется *относительно Земли* также в отрицательном направлении оси X (навстречу мотоциклисту) со скоростью, имеющей значение $v_в = -10$ м/с. Значит, относительно выбранной системы отсчёта (мотоци-

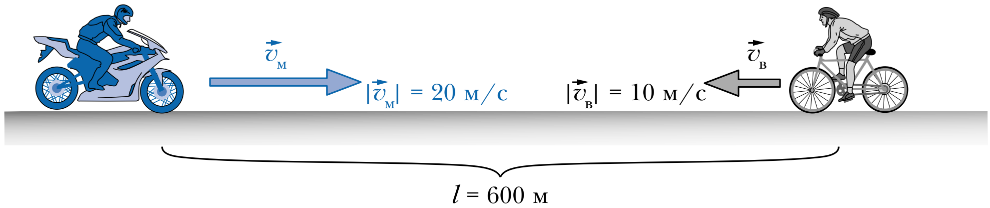


Рис. **38** Движение мотоциклиста и велосипедиста относительно Земли

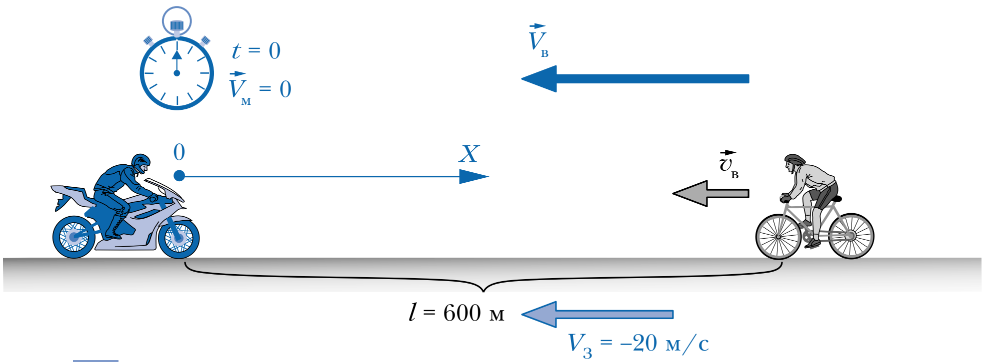


Рис. **39** В выбранной системе отсчёта навстречу неподвижному мотоциклисту движутся:
1) Земля и дорога с велосипедистом;
2) велосипедист по этой дороге относительно Земли

клиста) велосипедист будет двигаться со скоростью, значение которой равно $V_в = V_з + v_в = (-20) + (-10) = -30$ м/с. Напомним, что здесь, как и в предыдущем параграфе, мы обозначаем буквами v значения скоростей относительно Земли, а значения скоростей тел в выбранной системе отсчёта — большими буквами V.

Шаг 4. Запишем законы движения мотоциклиста и велосипедиста:

$$x_м = 0,$$

$$x_в = x_{в0} + V_в \cdot t = 600 - 30t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие задачи, т. е. *условие встречи* мотоциклиста и велосипедиста. Как вы помните, это условие означает равенство координат движущихся навстречу друг другу тел. Поэтому

$$x_в = x_м.$$

Шаг 6. Объединим полученные уравнения, присвоив каждому из них номер и название:

$x_м = 0,$ (1) (*закон движения мотоциклиста*)

$x_в = 600 - 30t,$ (2) (*закон движения велосипедиста*)

$x_в = x_м.$ (3) (*условие встречи*)

Шаг 7. Решим полученные уравнения, подставив в условие встречи (3) координаты $x_м$ и $x_в$ из уравнений (1) и (2):

$$0 = 600 - 30t,$$

$$t_{встр} = t = 600/30 = 20 \text{ (с)}.$$

Таким образом, встреча произойдёт через 20 с.

Обратим внимание на существенное отличие данного способа решения от способа, которым мы решали задачу «встреча» в § 11. Оно заключается в том, что теперь, когда мы связали систему отсчёта с одним из движущихся тел, закон его движения стал очень простым: $x_м(t) = 0$. Это существенно упростило решение уравнений. Особенно важно это будет в дальнейшем, когда тела в задачах будут двигаться намного сложнее.

Упражнения

1 Заметим, что начиная с шага 4 мы могли бы решить рассмотренную только что задачу и графическим способом. Это сделано на рис. 40. Объясните, что изображено на этом рисунке.

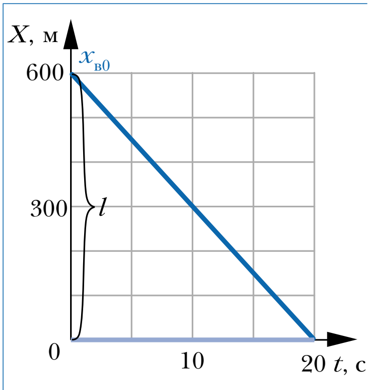


Рис. **40**

2 Решите задачу, изображённую на рис. 38, в системе отсчёта, связанной с велосипедистом. (Особое внимание уделите вопросам: куда направить координатную ось? Куда и с какой скоростью в этой системе отсчёта будут двигаться Земля и мотоциклист?)

3 Выполните упражнение 2 графическим способом начиная с шага 4.

4 Решите в общем виде задачу, условие которой изображено на рис. 38, в системе отсчёта, связанной с мотоциклистом. Проведите анализ полученного решения. Сравните результат с ответом в § 14.

Для дополнительного изучения

§ 17 Движение тел относительно друг друга. Задача «погоня»

Рассмотрим теперь, как будет выглядеть решение задачи «погоня» из § 12 при использовании системы отсчёта, связанной с одним из движущихся тел.

Диспетчер, взглянув на монитор, увидел, что за паровозом, движущимся со скоростью $|\vec{v}_п| = 60$ км/ч, следует электровоз со скоростью $|\vec{v}_э| = 90$ км/ч. Через какое время $t_д$ электровоз догонит паровоз, если расстояние между ними в начальный момент $l = 120$ км?

Шаг 1. Введём систему отсчёта следующим образом. В качестве тела отсчёта выберем электровоз. Координатную ось X направим от электровоза вдоль железнодорожного полотна в направлении к паровозу. За единицу длины примем 1 км. Часы включим в момент, когда диспетчер взглянул на монитор и увидел картину, изображённую на рис. 41.

Шаг 2. В выбранной системе отсчёта электровоз неподвижен и его координата в начальный момент и все последующие моменты времени равна $x_{э0} = x_э = 0$. Начальная координата паровоза в выбранной системе отсчёта $x_{п0} = l = 120$ км.

Шаг 3. Определим значение скорости движения паровоза в выбранной системе отсчёта, учитывая, что в ней:

1) Земля и рельсы движутся навстречу электровозу, т. е. *в отрицательном направлении* координатной оси X;

2) модуль скорости этого движения равен данному в задаче модулю скорости движения электровоза относительно Земли $|\vec{v}_э| = 90$ км/ч.

Следовательно, значение скорости Земли в выбранной системе отсчёта $V_З = -90$ км/ч. Модуль скорости паровоза относительно Земли по условию задачи $|\vec{v}_п| = 60$ км/ч. Отметим, что эта скорость направлена *в положительном направлении* оси X, т. е. за каждый час паровоз проезжает по Земле 60 км в положительном направлении оси X.

При этом за тот же час Земля, по которой едет паровоз, проходит 90 км в противоположном (т. е. отрицательном) направлении оси X. Следовательно, за каждый час координата паровоза изменяется на $(60 - 90)$ км $= -30$ км. Иначе говоря, паровоз за каждый час приближается к электровозу на 30 км.

Таким образом, в нашей системе отсчёта паровоз движется *в отрицательном направлении* оси X со скоростью, имеющей значение $V_п = -30$ км/ч.

С точки зрения сложения значений скоростей это выглядит следующим образом (*см.* рис. 41). К *положительному* значению скорости паровоза относительно Земли $v_п = 60$ км/ч прибавляется *отрицательное* значение ско-

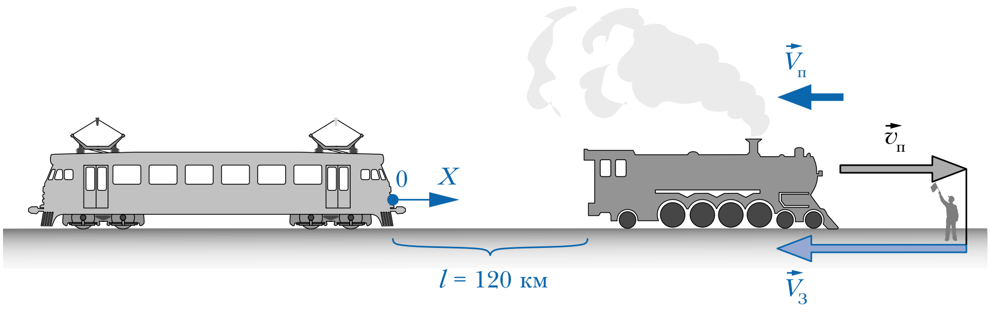


Рис. **41** В системе отсчёта, связанной с электровозом, он неподвижен. При этом Земля и рельсы под паровозом «едут» назад к электровозу со скоростью $v_э$. У паровоза дополнительно появляется скорость, направленная против его движения

рости Земли в выбранной системе отсчёта $V_з = -90$ км/ч. В результате значение скорости паровоза в системе отсчёта, связанной с электровозом:

$$V_п = 60 + (-90) = -30 \text{ (км/ч)}.$$

Шаг 4. Запишем законы движения паровоза и электровоза:

$$x_п = x_{п0} + V_п \cdot t = 120 - 30t,$$
$$x_э = x_{э0} = 0.$$

Шаг 5. Напишем уравнение, выражающее условие окончания погони:

$$x_п = x_э.$$

Шаг 6. Объединим полученные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$x_п = 120 - 30t,$ (1) (*закон движения паровоза*)

$x_э = 0,$ (2) (*закон движения электровоза*)

$x_п = x_э.$ (3) (*условие окончания погони*)

Шаг 7. Решим полученные уравнения, подставив в условие окончания погони — уравнение (3) — координаты $x_п$ и $x_э$ из уравнений (1) и (2):

$$120 - 30t = 0,$$
$$t_д = t = 120/30 = 4 \text{ (ч)}.$$

Таким образом, электровоз догонит паровоз через 4 часа после того, как диспетчер взглянул на монитор.

Итоги

При выборе начала отсчёта, связанного с одним из движущихся тел, решение задач «встреча» и «погоня» значительно упрощается, так как фактически эти задачи сводятся к задаче о движении одного тела.

Упражнения

1 Объясните приведённое на рис. 42 графическое решение задачи «погоня» электровоза за паровозом. Ответьте на вопросы:

а) каким цветом на графике изображены законы движения: электровоза; паровоза;

б) чему равна начальная координата в системе отсчёта, связанной с электровозом: у электровоза; у паровоза;

в) чему равно значение скорости в системе отсчёта, связанной с электровозом: у электровоза; у паровоза;

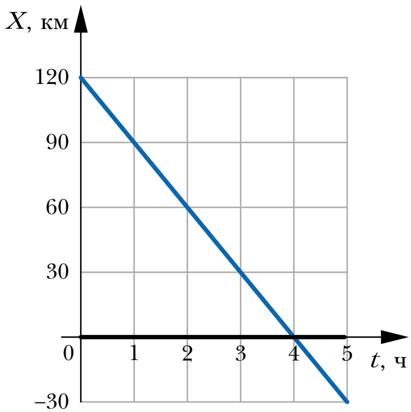


Рис. **42**

г) где на графике находится точка окончания погони? В какой момент времени после начала погони происходит встреча;

д) какой знак будет иметь координата паровоза в момент времени $t = 5$ ч после начала погони, если движение тел будет продолжаться? Чему она будет равна?

2 Используя рис. 43, решите задачу о погоне электровоза за паровозом, рассмотренную в этом параграфе, выбрав систему отсчёта, начало которой совпадает с паровозом, а координатная ось X совпадает с направлением скорости паровоза относительно Земли.

Прежде чем начать решать задачу, ответьте на вопросы:

а) положительна или отрицательна начальная координата электровоза; чему она равна;

б) с какой скоростью (в каком направлении) движется Земля в указанной системе отсчёта;

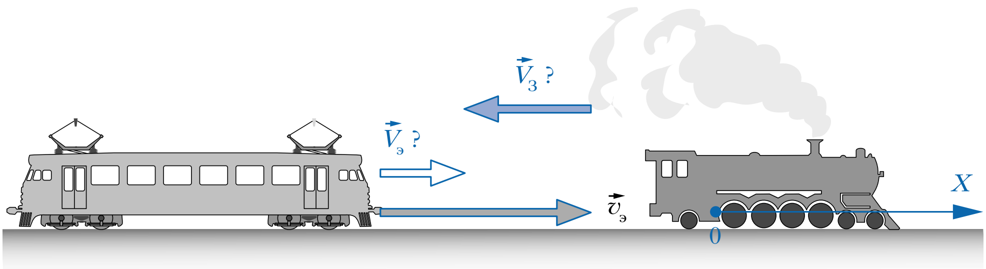


Рис. **43**

в) чему равно в указанной системе отсчёта значение скорости электровоза?

***3** Объясните подробно приведённое ниже в общем виде решение задачи об электровозе, догоняющем паровоз, в системе отсчёта, связанной с электровозом, начиная со второго шага.

Шаг 2. $x_{э0} = 0,\ x_{п0} = l.$

Шаг 3. $V_п = v_п + V_з = v_п - v_э.$

Шаги 4, 5, 6. $x_п = l + (v_п - v_э) \cdot t,$ (1)

$x_э = 0,$ (2)

$x_п = x_э.$ (3)

Шаг 7. $l + (v_п - v_э) \cdot t = 0, \quad t_д = t = \dfrac{l}{v_э - v_п}.$

***4** Проведите анализ полученного в предыдущей задаче результата, т. е. выполните шаг 8. Ответьте на вопрос: чему равно значение скорости сближения электровоза и паровоза? (Определение модуля скорости сближения дано в § 14 на с. 65.)

§ 18 Перемещение. Путь

До сих пор мы рассматривали только прямолинейное равномерное движение. При этом точечные тела двигались в выбранной системе отсчёта либо в положительном, либо в отрицательном направлении координатной оси координат X. Мы установили (*см.* § 9), что в зависимости от направления движения тела, например, за промежуток времени от момента t_1 до момента t_2 изменение координаты тела $(x_2 - x_1)$ может быть положительным, отрицательным или равным нулю (если $x_2 = x_1$).

Изменение координаты $x_2 - x_1$ принято обозначать символом Δx_{12} (читается «дельта икс один, два»). Эта запись означает, что за промежуток времени от момента t_1 до момента t_2 изменение координаты тела $\Delta x_{12} = x_2 - x_1$. Таким образом, если тело двигалось в положительном направлении оси X выбранной системы координат $(x_2 > x_1)$, то $\Delta x_{12} > 0$. Если же движение происходило в отрицательном направлении оси X $(x_2 < x_1)$, то $\Delta x_{12} < 0$.

Результат движения удобно определять с помощью векторной величины. Такой величиной является *перемещение*.

Перемещением точки за промежуток времени называют направленный отрезок прямой, начало которого совпадает с начальным положением точки, а конец — с конечным положением точки.

Как и любую векторную величину, перемещение характеризуют модулем и направлением.

Записывать вектор перемещения точки за промежуток времени от t_1 до t_2 мы будем следующим способом: $\Delta\vec{x}_{12}$.

Поясним сказанное на примере. Пусть некоторая точка A (точечное тело) движется в *положительном* направлении оси X и за промежуток времени от t_1 до t_2 перемещается из точки с координатой x_1 в точку с *большей* координатой x_2 (рис. 44). В этом случае вектор перемещения направлен в *положительном* направлении оси X, а его модуль равен изменению координаты за рассматриваемый промежуток времени: $\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = (5 - 2)$ м $= 3$ м.

На рис. 45 изображено точечное тело B, которое движется в *отрицательном* направлении оси X. За промежуток времени от t_1 до t_2 оно пере-

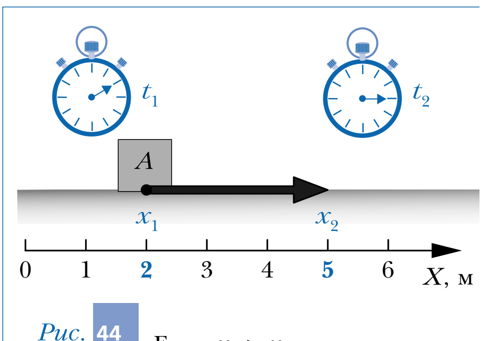


Рис. 44 Если $x_2 > x_1$, то изменение координаты — положительная величина

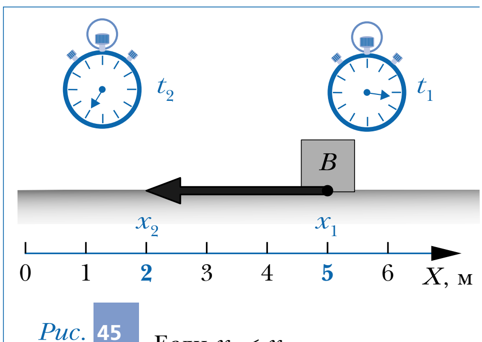


Рис. 45 Если $x_2 < x_1$, то изменение координаты — отрицательная величина мещается из точки с большей координатой x_1 в точку с *меньшей* координатой x_2. В результате изменение координаты точки B за рассматриваемый промежуток времени $\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = (2 - 5)$ м $= -3$ м. Вектор перемещения в этом случае будет направлен в *отрицательном* направлении оси X, а его модуль $|\Delta\vec{x}_{12}|$ равен 3 м. Из рассмотренных примеров можно сделать следующие выводы.

! Направление перемещения при прямолинейном движении в одном направлении совпадает с направлением движения.
Модуль вектора перемещения равен модулю изменения координаты тела за рассматриваемый промежуток времени.

В повседневной жизни для описания конечного результата движения используют понятие *«путь»*. Обычно путь обозначают символом s.

Путь — это всё расстояние, пройденное точечным телом за рассматриваемый промежуток времени.

Как и любое *расстояние*, путь — величина неотрицательная. Например, путь, пройденный точкой A в рассмотренном примере (*см.* рис. 44), равен трём метрам. Путь, пройденный точкой B, также равен трём метрам (*см.* рис. 45).

В рассмотренных примерах тело всё время двигалось в каком-либо одном направлении. Поэтому пройденный им путь равен модулю изменения координаты тела и модулю перемещения: $s_{12} = |\Delta x_{12}| = |\Delta\vec{x}_{12}|$.

! Если тело двигалось всё время в одном направлении, то пройденный им путь равен модулю перемещения и модулю изменения координаты.

Ситуация изменится, если тело в течение рассматриваемого промежутка времени *изменяет направление движения*.

На рис. 46 изображено, как двигалось точечное тело с момента $t_0 = 0$ до момента $t_2 = 7$ с. До момента $t_1 = 4$ с движение происходило равномерно *в положительном направлении* оси X. В результате чего изменение координаты $\Delta x_{01} = x_1 - x_0 = (11 - 3)$ м $= 8$ м. После этого тело стало двигаться *в отрицательном направлении* оси X до момента $t_2 = 7$ с. При этом изменение его координаты $\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = (5 - 11)$ м $= -6$ м. График этого движения приведён на рис. 47.

Определим изменение координаты и перемещение тела за промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_2 = 7$ с. В соответствии с определением изменение координаты $\Delta x_{02} = x_2 - x_0 = 2$ м > 0. Поэтому перемещение $\Delta\vec{x}_{02}$ направлено в положительном направлении оси X, а его модуль равен 2 м.

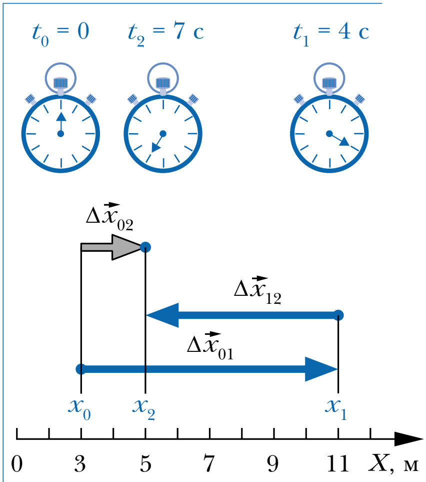


Рис. **46** За промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_2 = 7$ с тело изменило направление своего движения

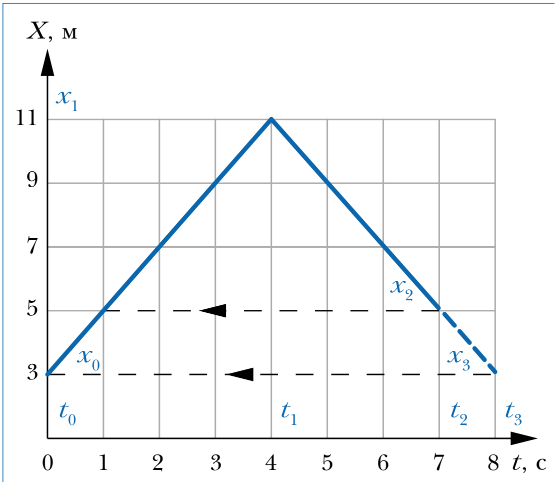


Рис. **47**

Теперь определим путь, который прошло тело за тот же промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_2 = 7$ с. Сначала тело прошло 8 м в одном направлении (что соответствует модулю изменения координаты Δx_{01}), а затем 6 м в обратном направлении (эта величина соответствует модулю изменения координаты Δx_{12}). Значит, всего тело прошло 8 + 6 = 14 (м). По определению пути за промежуток времени от t_0 до t_2 тело прошло путь $s_{02} = 14$ м.

Разобранный пример позволяет сделать вывод:

! **в случае когда тело в течение рассматриваемого промежутка времени меняет направление своего движения, путь (всё пройденное телом расстояние) больше и модуля перемещения тела, и модуля изменения координаты тела.**

Теперь представьте себе, что тело после момента времени $t_2 = 7$ с продолжило своё движение *в отрицательном направлении* оси X до момента $t_3 = 8$ с в соответствии с законом, изображённым на рис. 47 пунктирной линией. В результате в момент времени $t_3 = 8$ с координата тела стала равна $x_3 = 3$ м. Нетрудно определить, что в этом случае перемещение тела за промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_3 = 8$ с равно $\Delta\vec{x}_{13} = 0$.

Ясно, что если нам *известно только перемещение тела* за время его движения, то мы *не можем сказать, как двигалось тело в течение этого* *времени*. Например, если бы о теле было известно *только*, что его начальная и конечная координаты равны, то мы сказали бы, что за время движения перемещение этого тела равно нулю. Сказать что-либо более конкретное о характере движения этого тела было бы нельзя. Тело могло при таких условиях вообще стоять на месте в течение всего промежутка времени.

! Перемещение тела за некоторый промежуток времени зависит только от начальной и конечной координат тела и не зависит от того, как двигалось тело в течение этого промежутка времени.

Итоги

Перемещением точки за промежуток времени называют направленный отрезок прямой, начало которого совпадает с начальным положением точки, а конец — с конечным положением точки.

Перемещение точечного тела определяется только конечной и начальной координатами тела и не зависит от того, как двигалось тело в течение рассматриваемого промежутка времени.

Путь — это всё расстояние, пройденное точечным телом за рассматриваемый промежуток времени.

Если тело в процессе движения не меняло направления движения, то пройденный этим телом путь равен модулю его перемещения.

Если тело в течение рассматриваемого промежутка времени меняло направление своего движения, путь больше и модуля перемещения тела, и модуля изменения координаты тела.

Путь всегда величина неотрицательная. Он равен нулю только в том случае, если в течение всего рассматриваемого промежутка времени тело покоилось (стояло на месте).

Вопросы

1. Что такое перемещение? От чего оно зависит?
2. Что такое путь? От чего он зависит?
3. Чем путь отличается от перемещения и изменения координаты за один и тот же промежуток времени, в течение которого тело двигалось прямолинейно, не изменяя направления движения?

Упражнения

1 Используя закон движения в графической форме, представленный на рис. 47, опишите характер движения тела (направление, скорость) в разные промежутки времени: от t_0 до t_1, от t_1 до t_2, от t_2 до t_3.

2 Собачка Протон выбежала из дома в момент времени $t_0 = 0$, а затем по команде своего хозяина в момент времени $t_4 = 4$ с бросилась обратно. Зная, что Протон всё время бежал по прямой и модуль его скорости $|\vec{v}| = 4$ м/с, определите графическим способом:

а) изменение координаты и путь Протона за промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_6 = 6$ с;

б) путь Протона за промежуток времени от $t_2 = 2$ с до $t_5 = 5$ с.

§ 19 Путь при прямолинейном равномерном движении

Выясним, как определить путь, пройденный телом при прямолинейном равномерном движении за некоторый промежуток времени, если известна зависимость координаты от времени в графическом виде, как, например, на рис. 47. В течение промежутка времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 4$ с рассматриваемое тело двигалось с постоянной скоростью, имеющей значение $v_{01} = 2$ м/с.

Как вы помните, в этом случае закон движения в аналитической форме записывается в виде: $x = x_0 + v_{01} \cdot t = 3 + 2t$. Ясно, что пройденный телом путь к моменту времени t будет равен

$$s = |x - x_0| = v_{01} \cdot t.$$

Например, к моменту времени $t = 4$ с тело прошло путь

$$s = 2t = 2 \cdot 4 = 8 \text{ (м)}.$$

! При равномерном движении в положительном направлении оси X со скоростью, значение которой равно v, за промежуток времени от момента $t_0 = 0$ до момента t тело проходит путь $s = v \cdot t$.

Точно так же можно найти путь при равномерном прямолинейном движении тела *в отрицательном направлении* оси X. Для этого в формулу $s = v \cdot t$ необходимо:

1) подставить на место v модуль скорости тела;

2) подставить на место t длительность промежутка времени, в течение которого тело двигалось в отрицательном направлении оси X.

Действительно (*см.* рис. 47), если тело за промежуток времени от t_1 до t_2 двигалось с постоянной скоростью, имеющей значение $v_{12} = -2$ м/с, то пройденный за это время путь равен

$$s_{12} = |v_{12}| \cdot (t_2 - t_1) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (м)}.$$

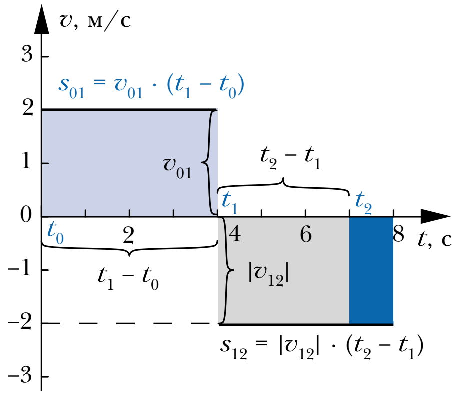


Рис. 48 Определение пути графическим способом

Путь при равномерном прямолинейном движении можно найти ещё одним способом. Для этого необходимо построить график зависимости значения скорости этого тела от времени. Пример такого графика приведён на рис. 48. Видно, что в течение промежутка времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 4$ с модуль и направление скорости не изменялись, т. е. $v_{01} = 2$ м/с — *постоянная величина*. Так как за каждую секунду тело проходило по 2 м, то за 4 с оно прошло путь $2 \cdot 4 = 8$ (м). Иначе говоря, $s_{01} = v_{01} \cdot (t_1 - t_0)$.

Из рис. 48, на котором приведена зависимость значения скорости тела от времени, легко увидеть, что пройденный телом за время от t_0 до t_1 путь в точности равен площади голубого прямоугольника под графиком скорости. Ведь, как известно, площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон, а они как раз равны $v_{01} = 2$ м/с и $(t_1 - t_0) = 4$ с. Так как $t_0 = 0$, мы опять приходим к формуле для расчёта пути при равномерном движении в положительном направлении оси X: $s = v \cdot t$, где $v = v_{01}$, $t = (t_1 - t_0)$.

! **Путь, пройденный прямолинейно движущимся телом, численно равен площади под графиком зависимости модуля скорости этого тела от времени.**

Посмотрим теперь на изображённый на рис. 48 прямоугольник серого цвета. Зададим себе вопрос: чему численно равна площадь этого прямоугольника? Как видно из рисунка, длина одной стороны этого прямоугольника численно равна модулю скорости $|v_{12}|$, длина другой стороны — промежутку времени $(t_2 - t_1)$. Следовательно, площадь серого прямоугольника численно равна пройденному телом пути за время от t_1 до t_2:

$$s_{12} = |v_{12}| \cdot (t_2 - t_1) = 2 \cdot (7 - 4) = 6 \text{ (м)}.$$

Итоги

При равномерном прямолинейном движении в положительном направлении оси X со скоростью v от момента $t_0 = 0$ до следующего момента t тело проходит путь s, равный $s = v \cdot t$.

Путь, пройденный прямолинейно движущимся телом, численно равен площади под графиком зависимости модуля скорости этого тела от времени.

Вопросы

1 Как рассчитать путь, пройденный телом при прямолинейном равномерном движении в положительном направлении выбранной координатной оси?

2 Что нужно сделать для расчёта пути в случае прямолинейного равномерного движения точечного тела в отрицательном направлении оси координат X? Как в этом случае рассчитать путь с помощью графика зависимости скорости тела от времени?

Упражнения

1 Определите:

а) чему численно равна площадь прямоугольника, закрашенного на рис. 48 синим цветом;

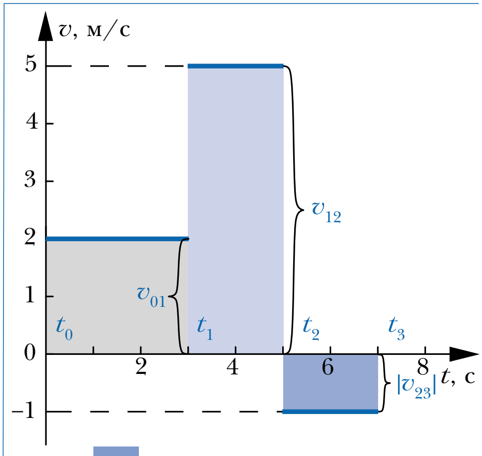


Рис. 49

б) чему численно равна сумма площадей прямоугольников: синего и серого; серого и голубого; синего, серого и голубого. Что это за величины?

*2 На рис. 49 приведён график зависимости значения скорости движения тела вдоль оси X от времени. Ответьте на вопросы:

а) чему равны значения скоростей: v_{01}, v_{12} и v_{23};

б) чему равны пути: s_{01}, s_{12}, s_{02}, s_{03}, s_{13} и s_{23}?

§ 20 Прямолинейное неравномерное движение. Средняя скорость

Как вы понимаете, в жизни практически невозможно встретить тело, движущееся точно равномерно. Поэтому мы с вами переходим к изучению более сложных видов движения.

Рассмотрим простой пример. Пусть автомобиль, который едет из Москвы в Санкт-Петербург по прямой, за 10 ч проезжает 600 км (рис. 50). Будем считать автомобиль точечным телом, так как его размеры по сравнению с пройденным расстоянием пренебрежимо малы. Понятно, что за время своего движения автомобиль многократно разгонялся и тормозил и даже стоял перед светофорами. В результате движение автомобиля было неравномерным. Поэтому определение скорости равномерного прямолинейного движения здесь применять нельзя.

Для таких случаев вводят понятие *средняя путевая скорость*. В рассмотренном примере за время $t = 10$ ч автомобиль проехал путь $s = 600$ км. Средняя путевая скорость автомобиля при этом равна

$$v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{t} = \frac{600\ \text{км}}{10\ \text{ч}} = 60\ \text{км/ч}.$$

Средней путевой скоростью тела называют физическую величину, равную отношению пути, пройденного телом за рассматриваемый промежуток времени, к длительности этого промежутка:

$$\boldsymbol{v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{t}}.$$

Отметим, что путь s не имеет направления и является скалярной (т. е. не векторной, *см.* с. 42) неотрицательной величиной. Поэтому и *средняя путевая скорость* $v_{\text{ср. п}}$ *всегда является скалярной неотрицательной величиной*. Она не имеет направления, а следовательно, не является вектором.

! Средняя путевая скорость $v_{\text{ср. п}}$ — скалярная неотрицательная величина.

Теперь рассмотрим определение ещё одной физической величины, которая связана не с путём, пройденным телом, а с его перемещением за рассматриваемый промежуток времени.

Введём систему отсчёта так, как показано на рис. 50. В результате мы найдём, что за время $t = 10$ ч автомобиль совершил перемещение $\Delta\vec{x}$ в положительном направлении оси X, модуль которого $|\Delta\vec{x}| = 600$ км.

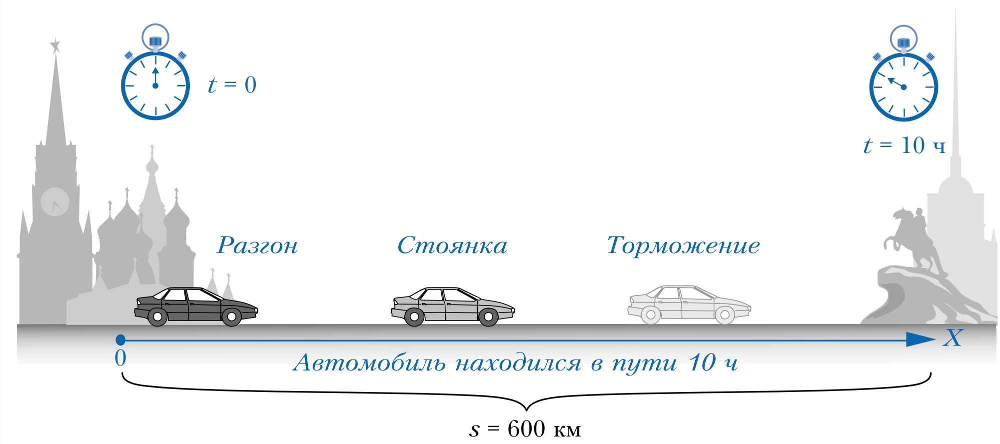


Рис. **50** На разных участках пути от Москвы до Санкт-Петербурга скорость автомобиля не была постоянной

Средней скоростью тела за промежуток времени t называют физическую величину, равную отношению перемещения $\Delta\vec{x}$, совершённого телом, к длительности этого промежутка времени:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{x}}{t}.$$

Поскольку перемещение $\Delta\vec{x}$ является вектором, то *средняя скорость — тоже вектор*. Направление средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}}$ совпадает с направлением перемещения $\Delta\vec{x}$.

Чтобы лучше понять, чем отличаются друг от друга средняя скорость и средняя путевая скорость, обратимся к рис. 51. Пусть автомобиль, выехавший из Москвы в Санкт-Петербург, находился в пути 10 ч. При этом, проехав 400 км в сторону Санкт-Петербурга, он повернул обратно и проехал 200 км в сторону Москвы. Ясно, что путь, пройденный автомобилем за 10 ч, равен (400 + 200) км = 600 км. Значение перемещения автомобиля за то же время равно (400 – 200) км = 200 км. Используя данные определения, найдём среднюю путевую скорость и значение средней скорости автомобиля за 10 ч движения:

$$v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{t} = \frac{600\ \text{км}}{10\ \text{ч}} = 60\ \text{км/ч}; \quad v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{200\ \text{км}}{10\ \text{ч}} = 20\ \text{км/ч}.$$

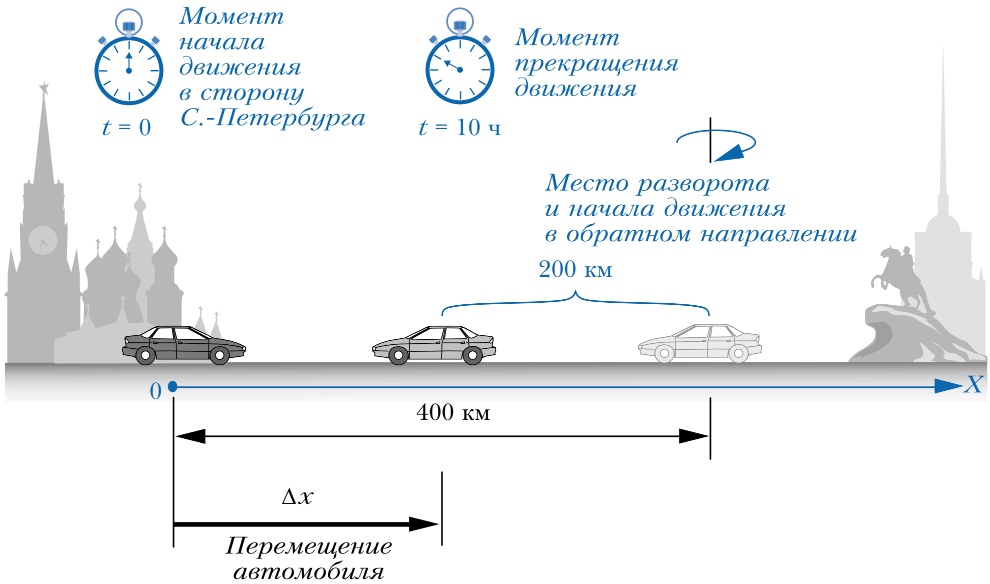


Рис. 51 Автомобиль проехал от Москвы в сторону Санкт-Петербурга 400 км, развернулся и проехал в обратном направлении 200 км

Итоги

Средняя путевая скорость — это физическая величина, равная отношению пути, пройденного телом за рассматриваемый промежуток времени, к длительности этого промежутка:

$$v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{t}.$$

Средняя путевая скорость – скалярная неотрицательная величина.

Средняя скорость тела за промежуток времени t — это физическая величина, равная отношению перемещения $\Delta\vec{x}$, совершённого телом, к длительности этого промежутка времени:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{x}}{t}.$$

Средняя скорость — вектор. Она направлена туда, куда направлено перемещение тела за рассматриваемый промежуток времени.

Если тело всё время движется в одном направлении, то модуль средней скорости равен средней путевой скорости. Если же в процессе своего движения тело меняет направление движения, то модуль средней скорости меньше средней путевой скорости.

Вопросы

1 Дайте определение средней скорости и средней путевой скорости. Какая из этих величин является векторной? Почему средняя путевая скорость не может быть отрицательной?

2 Чему равно значение средней скорости за промежуток времени, в течение которого перемещение тела было равно нулю? Всегда ли будет равна нулю средняя путевая скорость за этот же промежуток времени? Приведите примеры.

Упражнения

1 Пусть автомобиль проехал за первый час 90 км в положительном направлении оси X, а за второй час — 70 км в противоположном направлении.
Определите среднюю путевую скорость автомобиля и значение его средней скорости: а) за первый час; б) за второй час; в) за первые два часа движения.
Объясните, почему эти скорости отличаются друг от друга.

2 Представьте себе, что вы выехали на автомобиле со стоянки, находящейся рядом с вашим домом, в 8 часов утра. В 17 часов вечера вы вернули автомобиль на прежнее место. За день вы проехали путь $s = 360$ км, при этом в течение промежутка времени от 10 до 12 часов дня вы ехали по прямолинейной трассе строго на север с постоянной скоростью 60 км/ч. Ответьте на вопросы:
а) чему была равна ваша средняя путевая скорость за время с 8 часов утра до 17 часов вечера;
б) какова была ваша средняя скорость за интервалы времени: с 8 до 17 часов; с 10 до 12 часов?

3 Определите значение средней скорости и среднюю путевую скорость за промежуток времени от момента времени $t_0 = 0$ до мо-

мента времени $t_2 = 7$ с для тела, график движения которого приведён на рис. 47 (*см.* § 18).

4 А) Измерьте шагами свой путь от дома до школы и время движения. Переведите это расстояние в метры, а время в секунды. Считайте, что длина одного шага приблизительно равна $0{,}6$ м. Вычислите свою среднюю путевую скорость. Проделайте тот же путь на велосипеде и по результатам измерений найдите среднюю путевую скорость.

Б) Используя карту местности, найдите расстояние по прямой от дома до школы, чтобы затем рассчитать среднюю скорость при движении пешком и на велосипеде.

§ 21 Мгновенная скорость

Рассмотрим автомобиль, движущийся прямолинейно и неравномерно (например, из Москвы в Санкт-Петербург, как на рис. 50). Понятно, что значения средней скорости этого автомобиля за различные промежутки времени при неравномерном движении могут меняться. Можно ли в этом случае ответить на вопрос: чему равна скорость автомобиля в какой-то конкретный момент времени? И существует ли вообще такая физическая величина? Ведь в определение средней скорости входит понятие *определённого промежутка времени*. Поэтому для расчёта средней скорости необходимо рассматривать *перемещение тела за этот промежуток времени*. А если этот промежуток времени будет равен нулю, то и перемещение тела, очевидно, будет равно нулю. Однако, наблюдая в движущемся автомобиле за спидометром, мы видим, что в каждый момент времени он показывает определённую величину, которая чаще всего изменяется со временем. Как же определить значение скорости тела в конкретный момент времени? Чтобы это сделать, рассмотрим достаточно малый промежуток времени.

Под *достаточно малым промежутком времени* понимают настолько маленький промежуток, что *в течение этого промежутка движение тела практически неотличимо от равномерного прямолинейного движения*. Скорость тела в течение такого промежутка можно считать практически постоянной.

Из сказанного следует, что *промежуток времени можно считать достаточно малым, если при его дальнейшем уменьшении полученные новые значения средней скорости практически не изменяются*.

Понятно, что чем быстрее исследуемое тело изменяет свою скорость, тем меньше будет промежуток времени, в течение которого движение тела практически неотличимо от равномерного прямолинейного. И следовательно, тем меньший промежуток времени мы должны использовать для определения значения его скорости в конкретный момент времени.

Мгновенная скорость тела в данный момент времени t — это средняя скорость тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t.

Так же как и средняя скорость, мгновенная скорость $\vec{v}$ является вектором. Чтобы подчеркнуть это, часто говорят *«вектор скорости $\vec{v}$»*, а при необходимости указать момент времени, для которого определена скорость, говорят «скорость в момент времени t».

При описании движения обычно говорят о *скорости*, имея при этом в виду мгновенную скорость в момент времени t. Поэтому *мгновенную скорость обычно называют просто скорость*. Если же речь идёт, например, о *средней скорости*, то обязательно используют прилагательное «средняя», а для *средней путевой скорости* – прилагательные «средняя» и «путевая».

Итоги

Скорость (мгновенная скорость) тела в данный момент времени t — это средняя скорость тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t.

Вопросы

1. Какой промежуток времени при определении значения скорости можно считать достаточно малым?
2. Что такое мгновенная скорость?
3. Изменяется ли с течением времени мгновенная скорость тела, которое движется равномерно и прямолинейно?
4. Какие физические модели используют при введении понятия мгновенной скорости?

Упражнение

Представьте себе, что вы выехали на автомобиле со своего места на стоянке, находящейся рядом с вашим домом, в 8 часов утра, а в 17 часов вечера вернули автомобиль на то же место. За день вы проехали путь $s = 360$ км. При этом в течение промежутка времени от 10 до 12 часов дня вы ехали по прямолинейной трассе строго на север с постоянной скоростью 60 км/ч. Определите вашу скорость (модуль и направление) в моменты времени: а) $t = 11$ часов; б) $t = 17$ часов.

§ 22 Ускорение

Мы выяснили, что движущийся по дороге автомобиль практически всё время изменяет свою скорость. Так, если во время движения водитель нажимает на педаль тормоза, скорость автомобиля уменьшается. Если водитель нажимает на педаль газа, скорость автомобиля, наоборот, возрастает. При этом под словом «скорость» мы подразумеваем, как это было отмечено в предыдущем параграфе, мгновенную скорость.

Таким образом, если водитель нажмёт на педаль тормоза сильно, скорость автомобиля начнёт изменяться быстро, и вскоре он остановится. При слабом нажатии на тормоз скорость автомобиля будет уменьшаться медленно, и до момента остановки, когда скорость автомобиля станет равной нулю, пройдёт больше времени (рис. 52). Можно сказать, что *изменение скорости при этом происходит с разной быстротой*.

Из приведённого примера ясно, что быстрота изменения скорости определяется начальным и конечным значениями скорости и промежутком времени, за который произошло изменение скорости.

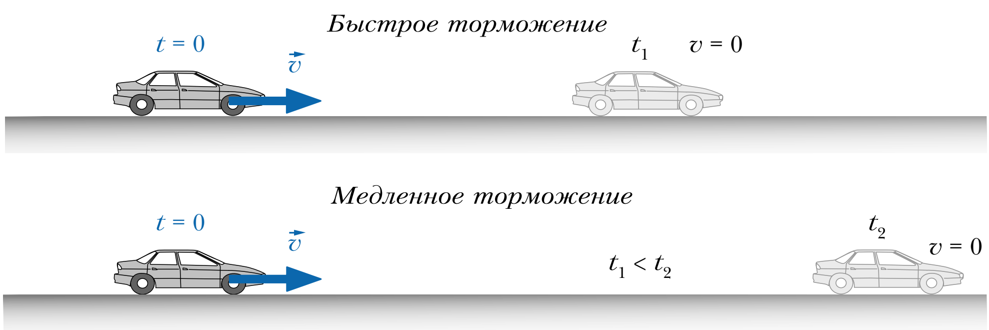


Рис. **52** Быстрота изменения скорости автомобиля при торможении вплоть до остановки определяется промежутком времени, за который его первоначальная скорость изменилась до нуля

Величину, характеризующую быстроту изменения скорости, называют ускорением.

При решении задач о прямолинейном движении тел используют понятие «значение среднего ускорения».

Значением среднего ускорения тела за промежуток времени $t_к - t_0$ называют отношение изменения значения скорости тела за данный промежуток времени к длительности этого промежутка:

$$\boldsymbol{a_{ср} = \frac{v_к - v_0}{t_к - t_0}}.$$

Значение среднего ускорения в СИ измеряют в *метрах на секунду в квадрате* (м/с^2), так как скорость измеряют в метрах в секунду, а время — в секундах.

Поясним сказанное на примерах.

Пусть автомобиль в некоторый начальный момент времени $t_0 = 0$ двигался в положительном направлении оси X, как показано на рис. 53, *а*, со скоростью, имевшей значение $v_0 = 10$ м/с. К моменту времени $t_к = 2$ с значение его скорости увеличилось до $v_к = 16$ м/с (автомобиль разгонялся), а направление движения осталось неизменным. Поэтому в соответствии с определением значение среднего ускорения автомобиля за эти две секунды

$$a_{ср} = \frac{v_к - v_0}{t_к - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(16 - 10)\text{ м/с}}{(2 - 0)\text{ с}} = 3\ \text{м/с}^2.$$

Так как увеличение значения скорости происходило в положительном направлении оси X, то и изменение скорости, а следовательно, и *значение среднего ускорения будут положительными*.

Значение среднего ускорения $a = 3$ м/с^2 означает, что за каждую секунду скорость автомобиля *увеличивалась* в среднем на 3 м/с.

Пусть теперь автомобиль, который в начальный момент двигался в положительном направлении оси X со скоростью, имевшей значение $v_0 = 10$ м/с, за две секунды уменьшил свою скорость до $v_к = 4$ м/с (рис. 53, *б*). Тогда по определению значение среднего ускорения за эти две секунды будет таким же по модулю, как и в первом случае, но противоположным по знаку:

$$a_{ср} = \frac{v_к - v_0}{t_к - t_0} = \frac{(4 - 10)\text{ м/с}}{(2 - 0)\text{ с}} = -3\ \text{м/с}^2.$$

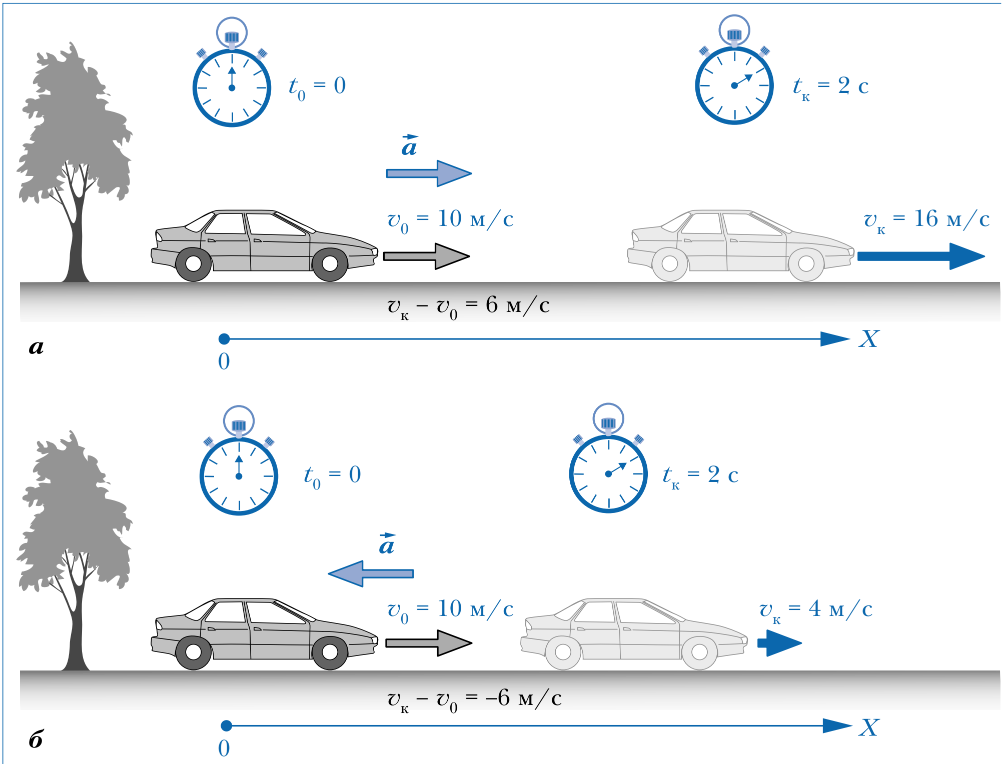


Рис. **53**

а) Значение скорости автомобиля изменилось на величину $v_к - v_0 = 6$ м/с. Изменение значения скорости положительно. Поэтому значение среднего ускорения положительно.
б) Значение скорости автомобиля изменилось на величину $v_к - v_0 = -6$ м/с. Изменение значения скорости отрицательно. Поэтому значение среднего ускорения отрицательно

Так как значение скорости уменьшается ($v_к < v_0$), то и изменение значения скорости Δv, и *значение среднего ускорения получаются отрицательными*.

Значение среднего ускорения $a = -3$ м/с^2 означает, что за каждую секунду скорость автомобиля *уменьшалась* в среднем на 3 м/с (автомобиль тормозил).

Поскольку скорость, как мы установили в § 21, является векторной величиной, то и изменение скорости тоже вектор. Из рис. 53 следует, что, когда происходит разгон автомобиля, *вектор изменения скорости* направлен туда же, куда направлен вектор скорости.

Когда скорость автомобиля уменьшается (при торможении), вектор *изменения скорости* направлен противоположно вектору скорости.

Средним ускорением тела за промежуток времени Δt называют физическую величину, равную отношению изменения скорости этого тела за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Из определения видно, что *среднее ускорение является векторной величиной*.

! Направление среднего ускорения совпадает с направлением вектора изменения скорости за рассматриваемый промежуток времени.

Из определения следует, что среднее ускорение в СИ измеряют в *метрах на секунду в квадрате* (м/с^2), так как скорость измеряют в метрах в секунду, а время — в секундах.

При уменьшении рассматриваемого промежутка времени до достаточно малого мы придём к понятию ускорения в данный момент времени.

Так же как и при определении мгновенной скорости, можно сказать, что

ускорение в данный момент времени t — это среднее ускорение за достаточно малый промежуток времени Δt, который начинается сразу после момента времени t.

Смысл словосочетания *«достаточно малый промежуток времени»* остаётся тем же самым, что и в предыдущем параграфе. Под этим промежутком подразумевается *настолько малый промежуток времени, что его дальнейшее уменьшение не приводит к заметным изменениям определяемой нами величины* (здесь — *ускорения*!).

Итоги

Величину, характеризующую быстроту изменения скорости, называют *ускорением*.

В СИ ускорение измеряют в *метрах на секунду в квадрате* (м/с^2).

Значением среднего ускорения тела за промежуток времени $\Delta t = t_к - t_0$ называют отношение изменения значения скорости тела за данный промежуток времени к длительности этого промежутка:

$$a_{ср} = \frac{v_к - v_0}{t_к - t_0}.$$

Вопросы

1. Что такое ускорение тела? Приведите примеры движения тела с ускорением.
2. Дайте определение значения среднего ускорения тела. Назовите единицу ускорения в СИ.
3. Какой знак имеет значение ускорения при прямолинейном движении в положительном направлении оси X, если тело: а) разгоняется; б) тормозится? Куда при этом направлен вектор ускорения?

Упражнения

1. Велосипедист, двигаясь в положительном направлении оси X, за 10 с увеличил свою скорость на 20 м/с. Определите значение среднего ускорения велосипедиста за этот промежуток времени.
2. Мотоциклист, приближаясь к повороту, уменьшает модуль своей скорости от 108 до 36 км/ч. Определите значение среднего ускорения мотоциклиста, если он тормозил в течение 5 с. Считайте, что направление движения мотоциклиста совпадает с положительным направлением координатной оси.

§ 23 Прямолинейное равноускоренное движение

При движении реального тела, например едущего из Москвы в Санкт-Петербург автомобиля, его ускорение может всё время изменяться. При этом зависимость ускорения автомобиля от времени может быть достаточно сложной. Мы начнём изучение ускоренного движения с самого простого его вида – *прямолинейного равноускоренного движения*.

Прямолинейное движение тела называют равноускоренным, если в процессе движения значение ускорения остаётся постоянным, т. е. не изменяется с течением времени.

Если значение a ускорения движущегося тела постоянно и мы знаем начальную скорость этого тела $\vec{v}_0$, то можно найти скорость тела $\vec{v}_к$ в любой последующий момент времени t. Будем для упрощения дальнейших вычислений считать (так обычно и делают), что $t_0 = 0$. Тогда $\Delta t = t - t_0 = t$. Поскольку мы рассматриваем лишь случай прямолинейного движения тел вдоль оси X, то по определению значение ускорения вдоль этой оси

$$a = \frac{v_к - v_0}{\Delta t} = \frac{v_к - v_0}{t}.$$

Тогда $v_к - v_0 = a \cdot t$, поэтому

$$v_к = v_0 + a \cdot t.$$

В полученном выражении $v_к$ — значение скорости тела вдоль оси X в момент времени t.

Это выражение называют зависимостью значения скорости от времени при прямолинейном равноускоренном движении. Обратим ещё раз внимание на то, что начальный момент времени в этом выражении мы полагали равным нулю.

Зависимость значения скорости от времени при прямолинейном равноускоренном движении имеет вид:
$v = v_0 + a \cdot t.$

Если изобразить эту зависимость графически, то мы получим прямую линию (рис. 54). Из графика видно, что в момент $t_0 = 0$ значение скорости равно v_0. При увеличении времени на t значение скорости возрастает до величины $v_0 + a \cdot t$.

Рассмотрим пример прямолинейного равноускоренного движения.

Пусть водитель автомобиля, который движется в положительном направлении оси X со скоростью, имеющей значение v_0 = 10 м/с в момент $t = 0$, нажимает на педаль газа. В результате автомобиль начинает разгоняться

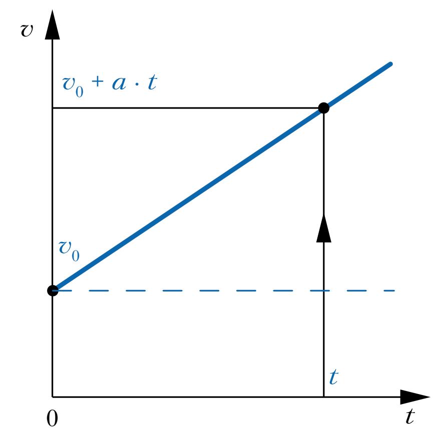


Рис. **54** При равноускоренном движении скорость изменяется по закону $v = v_0 + a \cdot t$, в котором значение ускорения — постоянная величина

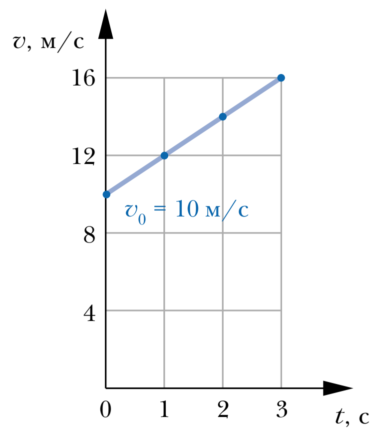


Рис. **55**

с постоянным ускорением, имеющим значение $a = 2$ м/с^2. Опишем изменение скорости автомобиля аналитическим, табличным и графическим способами. Так как значение ускорения автомобиля $a = 2$ м/с^2, то значение его скорости за каждую секунду будет увеличиваться на 2 м/с. Следовательно, в момент времени $t = 1$ с оно будет равно

$$v_1 = 10 + 2 \cdot 1 = 12 \text{ (м/с)}.$$

К моменту $t = 2$ с, т. е. через 2 секунды после начала равноускоренного движения, —

$$v_2 = 10 + 2 \cdot 2 = 14 \text{ (м/с)},$$

через 3 секунды —

$$v_3 = 10 + 2 \cdot 3 = 16 \text{ (м/с) и т. д.}$$

Таким образом, через t секунд значение скорости будет равно

$$v = 10 + 2t = v_0 + a \cdot t.$$

Полученные результаты приведены в таблице и на рис. 55.

t, с	0	1	2	3	t
v, м/с	10	$10 + 2 \cdot 1 = 12$	$10 + 2 \cdot 2 = 14$	$10 + 2 \cdot 3 = 16$	$10 + 2t$

В заключение отметим, что:

1) если значение ускорения $a > 0$, то с течением времени значение скорости тела увеличивается;

2) если значение ускорения $a < 0$, то с течением времени значение скорости тела уменьшается;

3) если значение ускорения $a = 0$, то с течением времени значение скорости тела остаётся неизменным, т. е. тело движется равномерно.

Итоги

Прямолинейное движение тела называют равноускоренным, если в процессе этого движения значение ускорения тела остаётся постоянным, т. е. не изменяется с течением времени.

Зависимость значения скорости от времени при прямолинейном равноускоренном движении имеет вид:
$v = v_0 + a \cdot t$,
где v_0 — значение скорости тела в момент времени $t = 0$, a — значение постоянного ускорения тела, v — значение скорости тела в момент времени t.

Вопросы

1. Какое прямолинейное движение тела называют равноускоренным?
2. Выведите зависимость значения скорости от времени при прямолинейном равноускоренном движении.
3. Как изменяется значение скорости во времени при равноускоренном движении, если: а) $a > 0$; б) $a < 0$; в) $a = 0$?

Упражнения

1. Значение ускорения автомобиля при прямолинейном равноускоренном движении было равно $a = 2$ м/с^2 в течение промежутка времени $\Delta t = 4$ с. В конце этого промежутка времени автомобиль двигался в положительном направлении оси X со скоростью, значение которой стало равным $v_к = 10$ м/с. Найдите значение скорости этого автомобиля в момент времени, соответствующий началу данного промежутка времени. Предварительно ответьте на вопрос: разгонялся или тормозил автомобиль в течение этого промежутка времени?

*2. На рис. 56 изображены графики зависимости значения скорости от времени для двух точечных тел. Напишите выражения для расчёта значений ускорений этих тел. В каком из представленных случаев значение ускорения положительно?

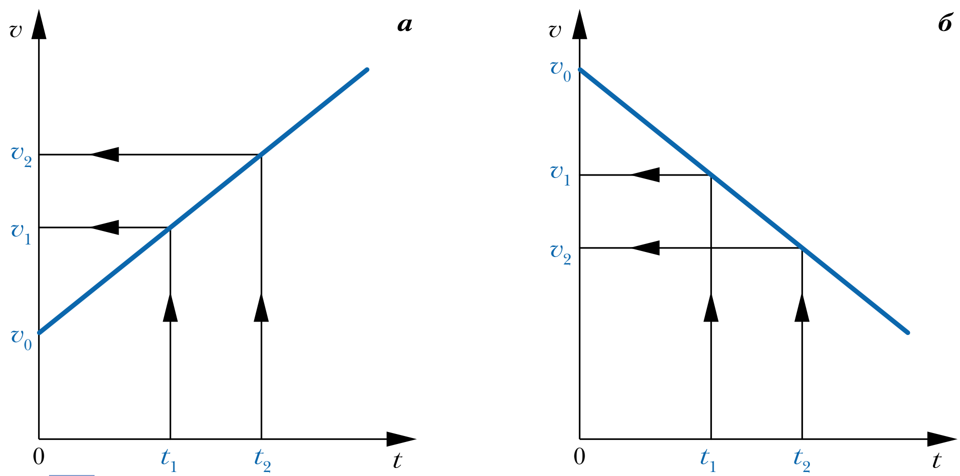


Рис. 56

§ 24 Путь при прямолинейном равноускоренном движении в одном направлении

Изучение прямолинейного равноускоренного движения мы начнём со случая, когда тело *движется всё время в положительном направлении оси X*. Нам известно, что при этом путь s, модуль перемещения тела $|\Delta\vec{x}|$ и изменение его координаты $\Delta x = x_к - x_0$ равны между собой.

Итак, пусть тело (например, автомобиль) движется прямолинейно с постоянным ускорением $\vec{a}$ в положительном направлении оси X так, как показано на рис. 57. В начальный момент $t = 0$ автомобиль имел значение скорости v_0. Тогда значение его скорости v в любой последующий момент времени t равно

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

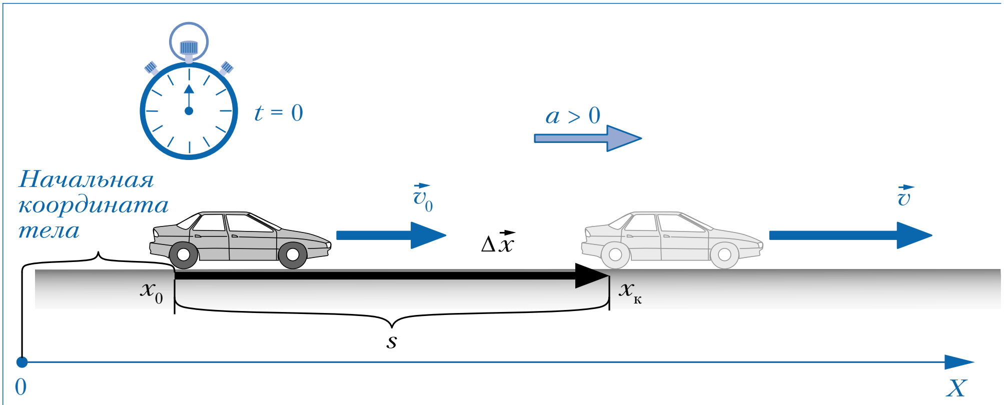


Рис. 57 Пройденный путь равен изменению координаты тела Δx и увеличивается с течением времени

График этой зависимости значения скорости от времени показан на рис. 58.

Как вы помните (*см.* § 19), *при прямолинейном равномерном движении в одном направлении* пройденный телом путь s численно равен площади под графиком зависимости значения скорости от времени. Можно показать, что *это верно для любого прямолинейного движения в одном направлении*. Поэтому путь, пройденный движущимся равноускоренно телом за время t, начиная с момента $t = 0$, численно равен площади фигуры под графиком (*см.* рис. 58). Эта фигура состоит из серого прямоугольника и синего прямоугольного треугольника. Площадь прямоугольника, как известно, равна произведению его сторон: $s_1 = v_0 \cdot t$. А площадь прямоугольного треугольника равна половине площади прямоугольника со сторонами $(a \cdot t)$ и t. Следовательно, эта площадь равна

$$s_2 = \frac{(a \cdot t) \cdot t}{2}.$$

Таким образом, площадь фигуры под графиком равна сумме площадей этих фигур: $s = s_1 + s_2$. Поэтому пройденный телом за время t путь равен

$$s = s_1 + s_2 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

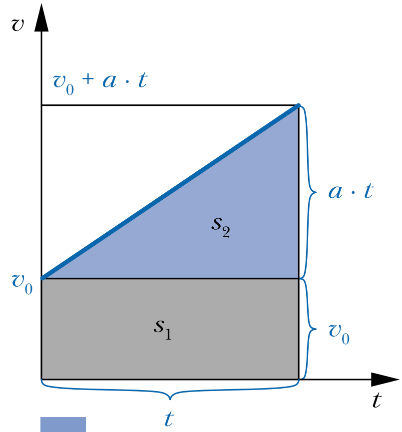


Рис. 58 Если тело движется прямолинейно в одном направлении, то пройденный им путь численно равен площади под графиком зависимости значения скорости от времени

! **Если тело всё время прямолинейно равноускоренно движется в положительном направлении оси X, имея значения начальной скорости v_0 и ускорения a, то пройденный телом за время t путь равен**

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

При этом пройденный телом путь s численно равен площади под графиком зависимости значения скорости от времени.

Воспользуемся полученным нами результатом для ответа на основной вопрос кинематики — определения координаты движущегося тела в произвольный момент времени. Как мы уже отмечали в начале параграфа, если тело всё время движется в положительном направлении оси X, то пройденный им путь s равен модулю совершённого им перемещения $|\Delta\vec{x}|$ и изменению его координаты Δx. Поэтому можно утверждать, что $s = x - x_0$ или

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Перенося $(-x_0)$ в правую часть выражения с противоположным знаком, получим:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Таким образом, при прямолинейном равноускоренном движении вдоль оси X координата x тела меняется с течением времени по указанному правилу. Полученное выражение называют *зависимостью координаты тела от времени при прямолинейном равноускоренном движении (или законом прямолинейного равноускоренного движения).*

Зависимость координаты тела от времени при прямолинейном равноускоренном движении имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Полученная зависимость верна и для движения, при котором значение ускорения постоянно и отрицательно ($a < 0$), т. е. в случае когда значение скорости уменьшается равномерно с течением времени.

Например, пусть значение скорости тела изменяется с течением времени по закону $v = 5 - 7t$, в котором значение скорости в начальный момент времени $v_0 = 5$ м/с, а значение ускорения $a = -7$ м/с^2. В этом случае значение скорости тела уменьшается во времени. Тогда, если, например, начальная координата тела $x_0 = 3$ м, то координата x этого тела изменяется со временем по закону $x = 3 + 5t - \frac{7t^2}{2}$, где x измеряют в метрах, а t — в секундах.

Итоги

Если тело всё время прямолинейно равноускоренно движется в положительном направлении оси X, имея значения начальной скорости v_0 и ускорения a, то пройденный телом за время t путь равен

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Если при этом начальная координата тела равна x_0, то его координата x в момент времени t может быть найдена по формуле

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2},$$

а значение скорости в тот же момент времени — по формуле

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Вопросы

1 По какой формуле рассчитывают путь, пройденный телом за данный промежуток времени при прямолинейном равноускоренном движении в положительном направлении оси X?

2 Расскажите, как, имея график зависимости значения скорости прямолинейного равноускоренного движения от времени, найти пройденный телом путь.

Упражнения

1 Найдите координаты прямолинейно равноускоренно движущегося тела в моменты времени 3, 5 и 10 с, если известно, что его начальная координата $x_0 = 4$ м, значение начальной скорости $v_0 = 3$ м/с, а значение ускорения $a = 2$ м/с^2. Найдите путь, пройденный телом за 3; 5; 10 с.

2 Постройте график зависимости значения скорости тела от времени. Движение тела описано в упражнении 1. Найдите, используя график, путь, пройденный телом за 3; 5; 10 с.

3 Напишите выражение для зависимости координаты x тела от времени при прямолинейном равноускоренном движении, если в начальный момент времени $t = 0$ была равна нулю: а) его координата; б) его скорость.

4 Постройте графики зависимости значения скорости тела от времени. Движение тела задано в упражнении 3.

5 Проведите анализ зависимости координаты тела от времени при прямолинейном равноускоренном движении, ответив на вопросы.
Как будут изменяться значения x, если поочерёдно увеличить: а) начальную координату x_0; б) значение начальной скорости v_0; в) значение ускорения a; г) время t?
Если поочерёдно уменьшить соответствующие величины?

Для дополнительного изучения

§ 25 Решение задач. Задачи «разгон» и «торможение»

При кажущемся изобилии задач на прямолинейное равноускоренное движение все они могут быть сведены к задачам двух типов. Для этого необходимо выбрать ось X таким образом, чтобы её положительное направление совпадало с направлением движения тела. В этом случае все задачи сводятся либо к задаче «разгон» (если $a > 0$), либо к задаче «торможение» (если $a < 0$). Воспользуемся полученным нами законом прямолинейного равноускоренного движения для решения таких задач.

Задача 1. «Разгон»

Гоночный автомобиль трогается с места, набирая скорость 30 м/с (108 км/ч) за время $t = 6$ с. Определите пройденный автомобилем за это время путь, считая движение автомобиля равноускоренным.

Решение.

Используем известную нам схему решения кинематических задач.

Шаг 1. Свяжем координатную ось X с дорогой, по которой разгоняется автомобиль. Начало отсчёта поместим в то место, откуда автомобиль начинает разгон. Ось X направим по ходу движения автомобиля, как показано на рис. 59. В качестве единицы длины выберем 1 м. Включим часы (секундомер) в момент начала разгона.

Шаг 2. Определим в выбранной нами системе отсчёта начальную координату автомобиля — $x_0 = 0$.

Шаг 3. По условию начальная скорость автомобиля $v_0 = 0$. Так как направление ускорения совпадает с положительным направлением оси X, то значение ускорения a будет положительным.

Шаг 4. Запишем зависимость координаты от времени при прямолинейном равноускоренном движении автомобиля с учётом данных задачи:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 + 0 + \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Шаг 4* (новый). Запишем зависимость значения скорости автомобиля от времени:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + a \cdot t = a \cdot t.$$

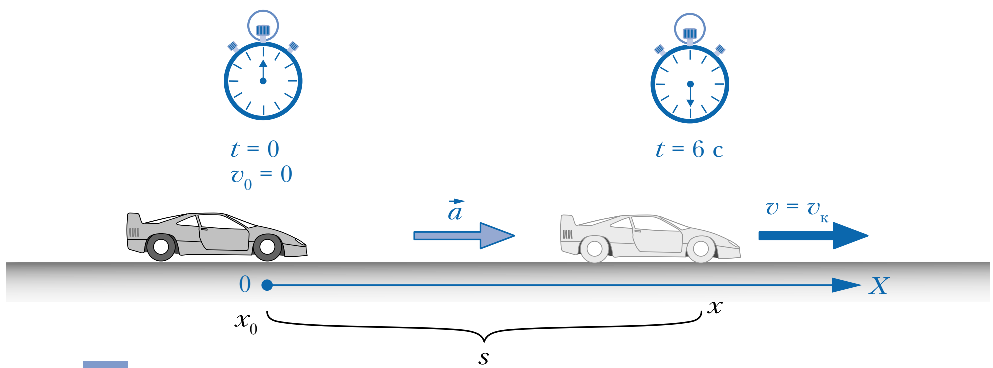


Рис. 59

Из этого выражения видно, что при положительном значении ускорения скорость автомобиля увеличивается со временем. При этом за каждую секунду значение скорости возрастает на величину, равную $a \cdot 1$ (м/с).

Шаг 5. Условие окончания разгона до скорости $v_к$ имеет вид:

$$v = v_к.$$

Шаг 6. Объединим составленные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2}, \qquad (1) \text{ (\textit{закон движения автомобиля})}$$

$$v = a \cdot t, \qquad (2) \text{ (\textit{зависимость скорости от времени})}$$

$$v = v_к. \qquad (3) \text{ (\textit{условие окончания разгона})}$$

Шаг 7. Решение уравнений. Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо решить уравнение (1), подставив в него время разгона 6 с и значение ускорения a. Однако значение ускорения нам пока не известно. Зато нам известны значения начальной и конечной скоростей автомобиля. Следовательно, мы можем найти значение ускорения. Для этого в условие окончания разгона (3) подставим из уравнения (2) значение скорости $a \cdot t$ в момент $t = 6$ с:

$$v_к = a \cdot t,$$

$$a = \frac{v_к}{t}; \; a = \frac{30}{6} = 5 \; (\text{м/с}^2).$$

Подставив полученное значение a в уравнение (1), находим:

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{5 \cdot 6^2}{2} = 90 \; (\text{м}).$$

Ясно, что $s = x - x_0 = 90 - 0 = 90$ (м).

Как вы заметили, в отличие от задач о равномерном движении, в шаге 4 появилось дополнение, связанное с тем, что *скорость равноускоренно движущегося тела изменяется со временем*. В результате появилось новое уравнение — зависимость значения скорости от времени.

Задача 2. «Торможение»

Автобус движется со скоростью, модуль которой равен 20 м/с (72 км/ч). Водитель автобуса замечает на дороге кошку и нажимает на педаль тормоза. Определите длину тормозного пути автобуса, если модуль ускорения при торможении $|\vec{a}| = 4$ м/с^2.

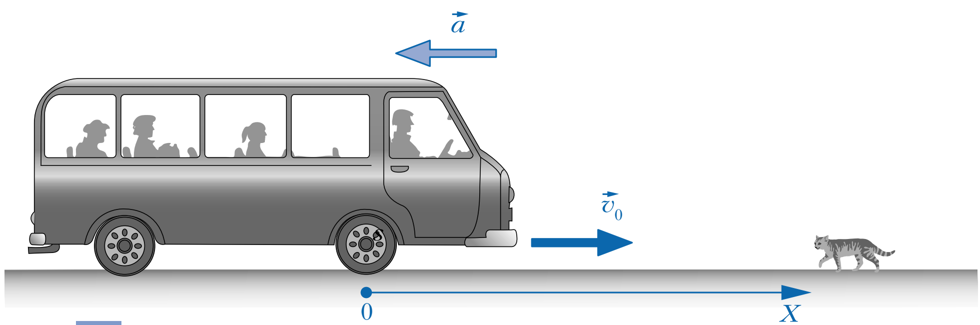


Рис. 60

Решение.

Шаг 1. Систему отсчёта выберем так, как показано на рис. 60.

Шаг 2. Начальная координата автобуса $x_0 = 0$.

Шаг 3. Значение начальной скорости автобуса $v_0 = 20$ м/с.

Шаг 4. С учётом шагов 1, 2 и 3 зависимость координаты автобуса от времени будет иметь вид:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 + 20t - \frac{4t^2}{2}.$$

Внимание! Значение скорости автобуса уменьшается. Значит, направление вектора ускорения автобуса *противоположно положительному направлению оси X*. Поэтому мы подставили в формулу *отрицательное* значение ускорения ($a = -4$ м/с^2). При этом направление вектора начальной скорости совпадает с положительным направлением оси X. Поэтому значение скорости v_0 положительно. Такие же знаки у величин v_0 и a будут и в шаге 4*.

Шаг 4* (новый). Зависимость значения скорости от времени имеет вид:

$$v = v_0 + a \cdot t = 20 - 4t.$$

Видно, что при отрицательном значении ускорения $a = -4$ м/с^2 скорость автобуса со временем уменьшается. При этом за каждую секунду значение скорости изменяется на величину -4 м/с, т. е. уменьшается на 4 м/с.

Шаг 5. Запишем условие окончания торможения: $v = 0$, так как в искомый момент времени t автобус должен остановиться.

Шаг 6. Объединим составленные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$$x = 0 + 20t - \frac{4t^2}{2}, \qquad (1)\ (\textit{закон движения автобуса})$$

$v = v_0 + a \cdot t = 20 - 4t,$ (2) (*зависимость скорости от времени*)

$v = 0.$ (3) (*условие окончания торможения*)

Шаг 7. Решение уравнений. Чтобы найти тормозной путь, необходимо подставить в уравнение (1) время торможения автобуса. Эта величина нам неизвестна, но её можно найти из уравнений (2) и (3). Для этого необходимо подставить в зависимость скорости от времени значение скорости в момент окончания торможения $v = 0$, после чего решить полученное уравнение:

$$20 - 4t = 0, \quad t = 5 \text{ с}.$$

Таким образом, автобус остановится через время $t = 5$ с.

Подставим найденное время торможения $t = 5$ с в уравнение (1) и найдём тормозной путь:

$$x = 20 \cdot 5 - \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 50 \text{ (м)}.$$

Таким образом, длина тормозного пути автобуса равна 50 м.

Итоги

Если положительное направление оси X выбрать совпадающим с направлением движения тела, то все задачи на равноускоренное движение можно свести к двум типам:
1) *задача «разгон»* ($a > 0$, скорость тела увеличивается с течением времени);
2) *задача «торможение»* ($a < 0$, скорость тела уменьшается с течением времени).

Если тело меняет направление своего движения, то рассматриваемый промежуток времени нужно разделить на интервалы, в течение каждого из которых тело движется только в одном направлении. При этом задача разделяется на несколько задач.

Упражнения

1 Заполните таблицу для разгоняющегося автомобиля, используя условия задачи 1 («разгон»). Как изменяются со временем: значение скорости; координата разгоняющегося автомобиля?

t, с	0	1	2	3	4	5	6
v, м/с							
x, м							

2 Заполните таблицу для тормозящего автобуса, используя условия задачи 2 («торможение»). Как изменяются со временем: значение скорости; координата тормозящего автобуса?

t, с	0	1	2	3	4	5	6
v, м/с							
x, м							

3 Найдите координату x автомобиля (*см.* рис. 57) в моменты времени 3, 5 и 8 с, если его начальная координата $x_0 = 30$ м, значение начальной скорости $v_0 = 10$ м/с, а значение ускорения $a = 3$ м/с^2.

4 Решите задачу 2 («торможение») в общем виде. Представьте полученный ответ в виде

$$s = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Проведите анализ полученного ответа. Определите тормозной путь автобуса, если: а) $v_0 = 16$ м/с; б) $v_0 = 115{,}2$ км/ч.

***5** Найдите путь, пройденный автомобилем, движение которого задано в упражнении 3, за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 5$ с.

***6** Два мотоциклиста, двигавшиеся прямолинейно, начинают одновременно тормозить перед светофором и так же одновременно останавливаются, проехав расстояние $s = 100$ м. Первый мотоциклист перед торможением двигался со скоростью, имеющей значение $v_1 = 72$ км/ч, второй — со скоростью, имеющей значение $v_2 = 108$ км/ч. Найдите значения ускорений мотоциклистов.

§ 26 Свободное падение тел

Падение тел — один из самых часто наблюдаемых видов движения. Изучать падение тел люди начали очень давно. Роняя на землю различные предметы, они установили, что отпущенные без начальной скорости предметы падают вертикально вниз. (Напомним, что вертикалью называют линию отвеса, неподвижного относительно Земли.)

На основании этого был сделан вывод: такое движение является *прямолинейным*. Сложнее было установить закон движения падающего тела.

Дело в том, что воздух мешает телам падать, оказывая сопротивление их движению. Это подтверждают эксперименты с трубкой Ньютона, из которой откачан воздух. В вакууме, при отсутствии сопротивления воздуха, все тела падают одинаково (с одинаковым ускорением) вне зависимости от их массы и формы. Чтобы понять, как зависит сопротивление воздуха от массы и формы падающих тел, проведём ряд экспериментов.

Вначале уроним с одинаковой высоты пустой пакет из-под молока и такой же пустой пакет, смятый в малый комок. Легко убедиться, что смятый в комок пакет упадёт на Землю быстрее. Из этого сделаем первый вывод: *при падении двух тел с одинаковыми массами окружающий воздух оказывает меньшее сопротивление тому телу, у которого размеры меньше.*

Теперь сравним падение одинаковых по форме тел, одно из которых тяжелее другого. Возьмём две одинаковые пластиковые бутылки, одну из которых заполним водой, а другую оставим пустой. Закроем бутылки крышками и сравним их падение с одинаковой высоты. Бутылка с водой упадёт быстрее пустой бутылки. Таким образом, мы приходим ко второму выводу: *при одинаковой форме тел сопротивление воздуха падению для тяжёлого тела будет менее заметным.*

Проведём третий эксперимент. Во время движения автомобиля выставим ладонь наружу через окно. Мы почувствуем, что, чем больше скорость автомобиля, тем сильнее будет давить на ладонь встречный воздух. Это позволяет сделать третий вывод: *сопротивление воздуха движению тела увеличивается с увеличением скорости движения.*

В этом параграфе мы будем рассматривать падение только таких тел, для которых сопротивлением воздуха можно пренебречь. Чтобы это можно было делать, должны соблюдаться следующие условия:

1) тела должны иметь достаточно малые размеры;

2) тела должны быть достаточно тяжёлыми;

3) тела должны падать с небольшой высоты (меньше 100 м), чтобы не успеть разогнаться до больших скоростей, при которых велико сопротивление воздуха движению.

При описании падения таких тел пренебрегают сопротивлением воздуха и считают *падение свободным*. (Строгое определение свободного падения будет дано позднее, в главе «*Силы в механике*».)

Многочисленные эксперименты показывают, что *свободно падающие тела движутся с ускорением, направленным* ***вертикально вниз***. Для этого ускорения принято использовать специальное обозначение $\vec{g}$ (читается «же»). Модуль ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли примерно равен $g \approx 9{,}81$ м/с^2 и несколько изменяется в зависимости от географического положения места падения тела. Однако для тех задач, которые мы с вами пока будем решать, эта зависимость несущественна. Поэтому будем считать, что *модуль ускорения свободного падения одинаков во всех точках над поверхностью Земли и равен 10 м/с^2*.

! Таким образом, свободное падение по вертикали является прямолинейным равноускоренным движением.
Свободно падающие тела движутся с ускорением, направленным вертикально вниз.

Мы уже освоили решение задач на прямолинейное равноускоренное движение. Поэтому воспользуемся нашими знаниями и закрепим их на конкретных примерах. Разделим все задачи о свободном падении на два типа:

1) задачи, в которых направления движения тела и ускорения свободного падения совпадают (эти задачи назовём «падение»);

2) задачи, в которых направления движения тела и ускорения свободного падения противоположны (эти задачи назовём «подъём»).

Ускорение свободного падения всегда направлено вертикально вниз. Поэтому если тело меняет направление своего движения, то рассматриваемый промежуток времени нужно разделить на интервалы так, чтобы на каждом из них тело двигалось только в одном направлении.

Задача 1. «Падение»

С крыши дома высотой $h = 45$ м срывается и летит вертикально вниз сосулька. Определите: а) время падения сосульки; б) скорость сосульки в момент приземления.

Решение.

Шаг 1. Выберем систему отсчёта так, как показано на рис. 61. Часы (секундомер) включим в момент начала падения сосульки.

Шаг 2. Начальная координата сосульки $x_0 = 0$.

Шаг 3. Начальная скорость сосульки $v_0 = 0$.

Так как ускорение свободного падения направлено *вниз*, т. е. в положительном направлении оси X, то его значение будет положительным. В соответствии со сказанным ранее будем считать $a = g = 10$ м/с^2.

Шаг 4. Зависимость координаты сосульки от времени имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 + 0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10t^2}{2} = 5t^2.$$

Шаг 4*. Значение скорости сосульки изменяется со временем:

$$v = v_0 + g \cdot t = 0 + 10t = 10t.$$

Видно, что значение скорости падающей сосульки положительно и за каждую секунду увеличивается на 10 м/с. Таким образом, *когда тело падает, оно разгоняется.*

Шаг 5. Условие окончания падения имеет вид:

$$x = h = 45 \text{ м}.$$

Это означает, что в момент падения t координата сосульки будет равна $x = h = 45$ (м). Сосулька, пролетев вдоль стены дома расстояние, равное его высоте, окажется на Земле.

Шаг 6. Запишем вместе полученные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$x = 5t^2$, (1) (*закон движения сосульки*)

$v = 10t$, (2) (*зависимость скорости от времени*)

$x = 45$. (3) (*условие окончания падения*)

Шаг 7. Решение уравнений. Чтобы определить время падения сосульки, подставим в условие окончания падения (3) зависимость координаты тела от времени из уравнения (1):

$$5t^2 = 45,\ t^2 = 9,\ t = 3 \text{ с}.$$

Таким образом, сосулька окажется на Земле через время $t = 3$ с после начала падения. Для нахождения значения скорости сосульки в момент удара о Землю подставим найденное время в зависимость скорости от времени (2):

$$v = 10 \cdot 3 = 30 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: сосулька подлетает к Земле со скоростью, имеющей значение $v = 30$ м/с.

Значение скорости получилось положительным. Следовательно, скорость направлена в положительном направлении оси X, т. е. *вертикально вниз.*

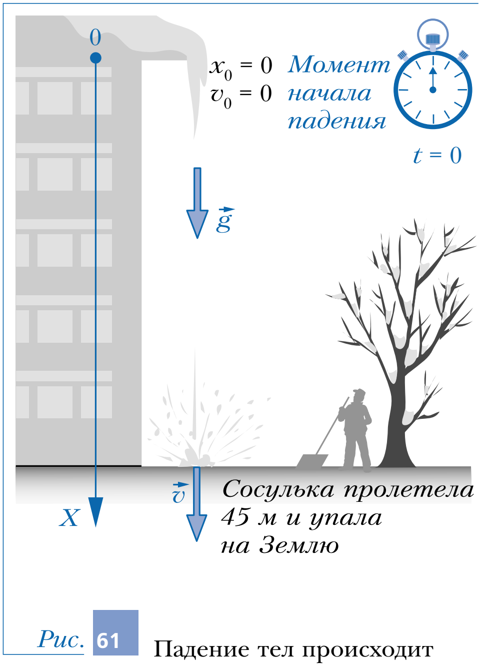


Рис. 61 Падение тел происходит с ускорением свободного падения $\vec{g}$, направленным вертикально вниз

Задача 2. «Подъём»

Праздничная новогодняя ракета в результате мгновенного сгорания её порохового заряда начинает подниматься (взлетать) с Земли вертикально вверх с начальной скоростью, имеющей значение $v_0 = 50$ м/с. Определите максимальную высоту подъёма ракеты.

Решение.

Шаг 1. Выберем ось X так, как показано на рис. 62. Часы (секундомер) включим в момент старта ракеты.

Шаг 2. Начальная координата ракеты $x_0 = 0$.

Шаг 3. Значение начальной скорости ракеты $v_0 = 50$ м/с.

Шаг 4. Зависимость координаты ракеты от времени имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = x_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0 + 50t - \frac{10t^2}{2}.$$

Внимание! Направление вектора ускорения свободного падения противоположно положительному направлению оси X. Поэтому значение ускорения тела отрицательно (тело тормозится).

Шаг 4*. Значение скорости ракеты изменяется со временем:

$$v = v_0 + a \cdot t = v_0 - g \cdot t = 50 - 10t.$$

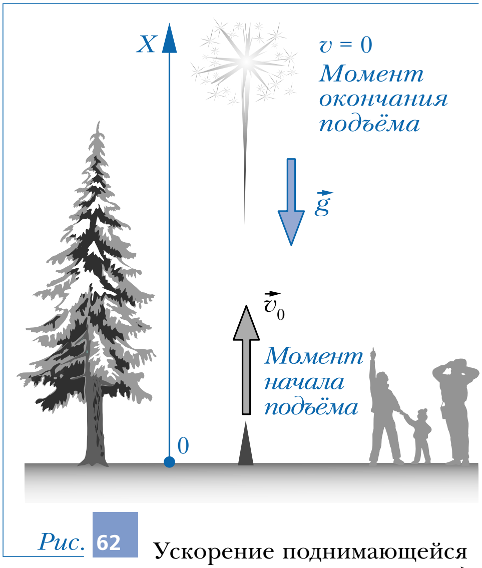


Рис. 62 Ускорение поднимающейся ракеты постоянно, равно $\vec{g}$ и направлено против движения

Значение начальной скорости ракеты положительно, т. е. скорость направлена вверх. При этом значение скорости *уменьшается* со временем — с каждой секундой она становится меньше на 10 м/с. Иначе говоря, *когда тело поднимается вверх, оно тормозится.*

Шаг 5. В самой верхней точке подъёма скорость ракеты становится равной нулю. Поэтому условие окончания «подъёма» имеет вид: $v = 0$.

После этого ракета начинает падать (с этого момента начинается задача «падение»).

Шаг 6. Объединим полученные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$x = 50t - 5t^2$, (1) (*закон движения ракеты*)

$v = 50 - 10t$, (2) (*зависимость скорости от времени*)

$v = 0$. (3) (*условие окончания подъёма*)

Шаг 7. Решение уравнений. Определить из уравнения (1) высоту, на которую поднялась ракета, мы не можем, так как неизвестно время подъёма. Его мы можем найти из уравнений (2) и (3). Для этого подставим в условие окончания подъёма (3) зависимость скорости от времени (2). Получим:

$$50 - 10t = 0, \quad 10t = 50, \quad t = 5 \text{ с}.$$

Таким образом, ракета поднималась в течение $t = 5$ с. Теперь найдём её координату в момент времени $t = 5$ с (т. е. максимальную высоту подъёма). Для этого подставим найденное время подъёма в закон движения (1):

$$x = 50 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 = 125 \text{ (м)}.$$

Ответ: ракета поднялась на высоту 125 м.

Отметим, что ускорение поднимающейся вверх ракеты постоянно, направлено вниз и по модулю равно $|\vec{g}| = 10$ м/с^2. Таким образом, движение происходит с ускорением свободного падения. *Поэтому такое движение тела начиная с момента старта также является свободным падением.*

Итоги

Свободное падение по вертикали является прямолинейным равноускоренным движением.

Свободно падающие тела движутся с постоянным ускорением $\vec{g}$, направленным *вертикально вниз*. Модуль этого ускорения $g \approx 9{,}8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Если положительное направление оси X выбрать так, чтобы оно совпадало с направлением движения тела, то все задачи о свободном падении тел вдоль вертикали (так же как и задачи о любом равноускоренном прямолинейном движении) можно свести к задачам двух типов:
1) *задача «падение»* (в этом случае $g > 0$ и значение скорости тела со временем увеличивается);
2) *задача «подъём»* (в этом случае $g < 0$ и значение скорости тела со временем уменьшается).

Задачу, в которой поднимающееся вертикально вверх тело, достигнув верхней точки, затем начинает падать (например, брошенный вверх камень), следует *разбить на две задачи*:
1) «подъём» до верхней точки; 2) «падение» из верхней точки.

Вопросы

1 Имеются два тела одинаковых формы и размеров, но первое существенно легче второго. Какое из этих двух тел раньше упадёт, если они начинают падать с нулевой начальной скоростью с одной и той же высоты? Почему?

2 Какие условия должны выполняться, чтобы движение тела можно было считать свободным падением?

3 Как скорость свободно падающего тела изменяется со временем?

4 Куда направлено ускорение свободно падающего тела?

5 Куда может быть направлен вектор скорости при вертикальном свободном падении?

6 Что общего между задачей «падение» и задачей «разгон» из предыдущего параграфа?

7 Что общего между задачей «подъём» и задачей «торможение» из предыдущего параграфа?

Упражнения

1 Изучите выводы (*см.* с. 109) о влиянии воздуха на падающие тела. Предложите свои эксперименты для проверки справедливости этих выводов. Сформулируйте цель каждого эксперимента. Обсудите эти эксперименты в классе, проведите их.

2 Заполните таблицу для падающей сосульки из задачи 1 («падение»). Как изменяются со временем: а) значение скорости; б) координата сосульки?

t, с	0	1	2	3
v, м/с	0			
x, м	0			

3 Упавший с крыши дома камень летит к Земле в течение времени $t = 4$ с. Определите: а) высоту дома; б) скорость подлёта камня к Земле.

4 Заполните таблицу для поднимающейся вертикально вверх ракеты из задачи 2 («подъём»). Как изменяются со временем: а) значение скорости; б) координата ракеты?

t, с	0	1	2	3	4	5	6
v, м/с	50						
x, м	0						

5 На рис. 63 и 64 приведены графики зависимостей значения скорости от времени для задач «падение» сосульки и «подъём» ракеты. Объясните с помощью графиков, как изменялись скорости этих тел в процессе движения.

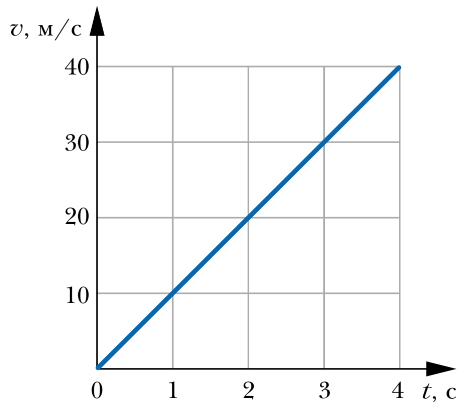


Рис. **63**

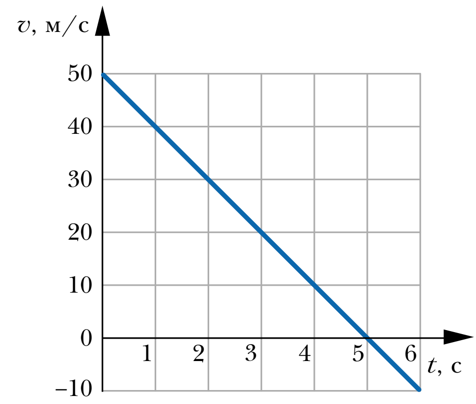


Рис. **64**

6 Запланируйте и проведите эксперимент с целью подтвердить гипотезу о прямолинейности свободного падения тел из состояния покоя относительно Земли. Используйте отвес. Сформулируйте, каким условиям должны удовлетворять тела, чтобы их движение можно было считать свободным падением.

7 Решите задачу «подъём» в общем виде. Получите выражения для времени подъёма и его максимальной высоты. Представьте их в виде:

$$t = \frac{v_0}{g}, \quad h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Проведите анализ полученных результатов.

8 Решите задачу «падение» в общем виде. Получите выражения для времени падения и конечной скорости. Представьте их в виде:

$$t^2 = \frac{2h}{g}, \quad v^2 = 2g \cdot h.$$

Проведите анализ полученных результатов.

КИНЕМАТИКА

МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ — это изменение положения тела относительно других тел с течением времени

Для его описания необходима

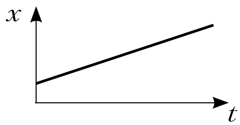
СИСТЕМА ОТСЧЁТА = **СИСТЕМА КООРДИНАТ** + **ТЕЛО ОТСЧЁТА** + **ЧАСЫ**

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

ТАБЛИЧНЫЙ

t, с	0	1	2
x, м	5	15	25

ГРАФИЧЕСКИЙ



АНАЛИТИЧЕСКИЙ

$$x = x_0 + v \cdot t$$

РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

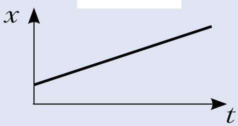
Тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении = $x = x_0 + v \cdot t$

ЗНАЧЕНИЕ СКОРОСТИ при равномерном прямолинейном движении численно равно изменению координаты тела за единицу времени

Обозначение — v, единица — м/с

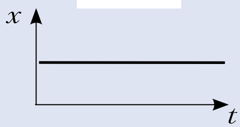
При равномерном прямолинейном движении скорость постоянна

$v > 0$



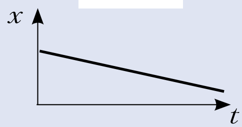
Значение координаты увеличивается

$v = 0$



Значение координаты остаётся постоянным

$v < 0$



Значение координаты уменьшается

РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Тело за любые равные промежутки времени изменяет значение своей скорости на одну и ту же величину = $v = v_0 + a \cdot t$

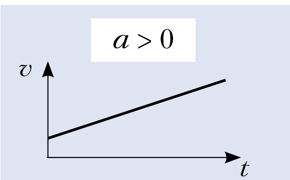
При решении задач направление координатной оси удобно выбрать так, чтобы её положительное направление совпадало с направлением движения тела

СКОРОСТЬ (мгновенная скорость в момент времени t) — это средняя скорость тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t

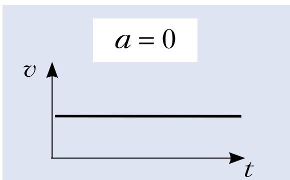
ЗНАЧЕНИЕ УСКОРЕНИЯ при равноускоренном прямолинейном движении численно равно изменению значения скорости тела за единицу времени

Обозначение — a, единица — $\text{м}/\text{с}^2$

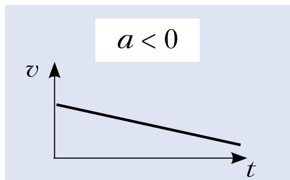
При равноускоренном прямолинейном движении ускорение постоянно



Значение скорости увеличивается



Значение скорости остаётся постоянным



Значение скорости уменьшается

ПУТЬ при прямолинейном равноускоренном движении в одном направлении

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ПО ВЕРТИКАЛИ — равноускоренное прямолинейное движение

УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ направлено вертикально вниз

$$g \approx 9{,}8\ \text{м}/\text{с}^2 \approx 10\ \text{м}/\text{с}^2$$

Глава 2 Динамика

В предыдущей главе мы научились описывать прямолинейное движение точечного тела. При этом мы не интересовались, почему в одних случаях тела движутся равномерно, а в других — с ускорением. Теперь нам предстоит выяснить, в каких случаях характер движения тела будет оставаться неизменным, а в каких он будет изменяться. Кроме того, необходимо выяснить, от чего зависят эти изменения. Ответы на эти вопросы и составляют содержание следующего раздела механики, который называют *динамикой*.

Динамика — раздел механики, в котором рассматриваются причины изменения характера движения тел.

В этой главе мы по-прежнему (если не делается оговорок) будем рассматривать только прямолинейное движение точечных тел.

§ 27 Действие одного тела на другое. Закон инерции

Представим себе, что на горизонтальной дороге стоит тележка с песком (рис. 65, *а*). Если мы начнём её толкать, то тележка начнёт двигаться относительно Земли (рис. 65, *б*). Её скорость будет изменяться — у тележки появится ускорение в системе отсчёта, связанной с Землёй. В этом случае принято говорить, что на тележку *подействовали*, т. е. тележка испытала механическое действие со стороны другого тела.

Подводя первый итог, скажем, что *относительно системы отсчёта, связанной с Землёй, неподвижное тело сохраняет состояние покоя до тех пор, пока не появится действие, стремящееся вывести тело из этого состояния.*

Теперь рассмотрим случай, когда тележка на горизонтальной дороге в момент начала наблюдения *движется* относительно Земли равномерно прямолинейно со скоростью $\vec{v}_0$. Повседневный опыт подсказывает, что если мы

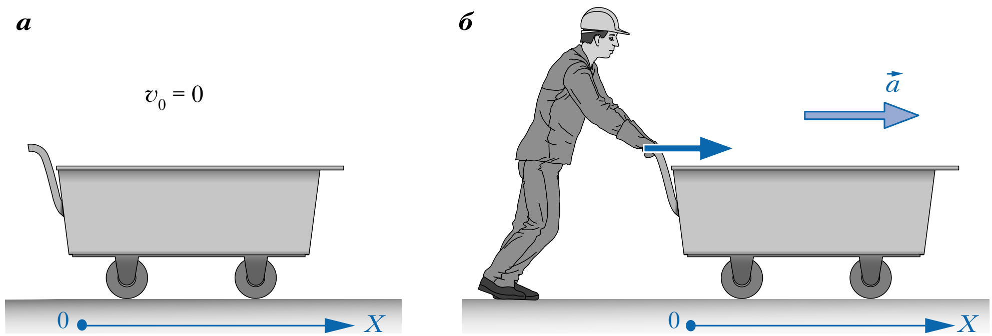


Рис. **65** При отсутствии действия тележка остаётся неподвижной (*а*). При воздействии на тележку у неё появляется ускорение (*б*)

хотим увеличить скорость тележки (разогнать её), то мы должны тянуть или толкать тележку в направлении её движения (рис. 66). Напротив, если мы хотим уменьшить скорость тележки (затормозить её), мы должны подействовать на неё в направлении, противоположном движению (рис. 67).

Таким образом, как и в первом случае — с неподвижной тележкой, признаком наличия механического действия какого-либо тела на тележку является *изменение её скорости* (появление отличного от нуля ускорения) относительно Земли. В дальнейшем для краткости механическое действие мы будем называть просто *действием*.

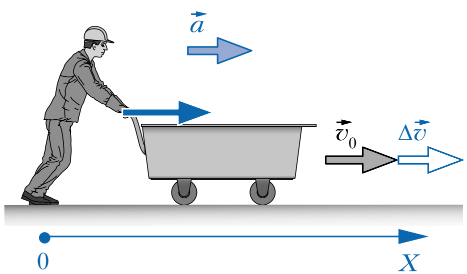


Рис. **66** Чтобы разогнать тележку в положительном направлении оси X, надо подействовать на неё в том же направлении

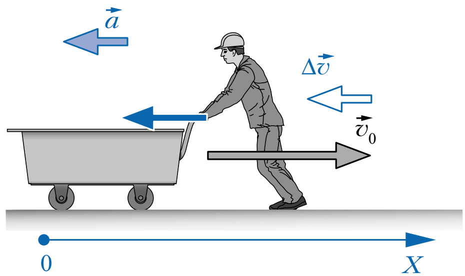


Рис. **67** Чтобы затормозить тележку, которая двигалась в положительном направлении оси X, надо подействовать на неё против движения

! Признаком механического действия на тело является **изменение скорости этого тела** (появление у тела отличного от нуля ускорения) относительно Земли.

А что будет происходить со скоростью тележки, движущейся равномерно прямолинейно относительно Земли, если на тележку *не действовать*? Будет ли в этом случае изменяться её скорость, или она останется постоянной?

Этот вопрос интересовал людей с давних пор. В Древней Греции считалось, что для поддержания равномерного прямолинейного движения тела на него необходимо *действовать постоянно*. В самом деле, чтобы телега ехала по горизонтальной дороге с постоянной скоростью, её всё время должна тянуть лошадь. Если лошадь перестанет тянуть телегу, та очень быстро остановится. Однако при попытке объяснить таким же образом полёт выпущенной из лука стрелы древние учёные сталкивались с большими трудностями. Ведь на летящую стрелу не оказывается постоянное действие в направлении её движения.

Первый серьёзный шаг в разрешении этого вопроса сделал в XVII в. Галилей. Пытаясь объяснить движение небесных и обычных земных тел с единой точки зрения, он начал изучать движение тел, скатывая тяжёлые шары по разным наклонным плоскостям. При этом он установил, что при движении тела вниз по наклонной плоскости его скорость увеличивается; когда же тело движется вверх по наклонной плоскости, его скорость уменьшается. На основании этого он сделал вывод, что при движении по горизонтальной плоскости скорость тела должна оставаться постоянной.

Но опыты показывали, что при движении по *реальной* горизонтальной плоскости скорость тела также уменьшается (тело тормозится). Правда, это торможение зависит от материалов, из которых изготовлены тело и плоскость. Действительно, начав скатываться с одной и той же высоты (рис. 68), шарик движется по горизонтальному стеклу значительно дольше, чем по тому же стеклу, покрытому сукном. Галилей выдвинул гипотезу (предположение), что *реальная* горизонтальная плоскость в той или иной мере действует на тело, вызывая его торможение. Однако можно представить себе такую *идеальную* горизонтальную плоскость, которая не будет вызывать торможения.

Исходя из этой гипотезы, Галилей сделал вывод: *скорость, сообщённая телу относительно Земли, сохраняется на идеальных (гладких) горизонтальных плоскостях до тех пор, пока нет причин (действия других тел), приводящих к возникновению ускорения.*

Сделанный Галилеем вывод носит название **закона инерции**. Такое название закон получил потому, что движение тела без воздействия на него

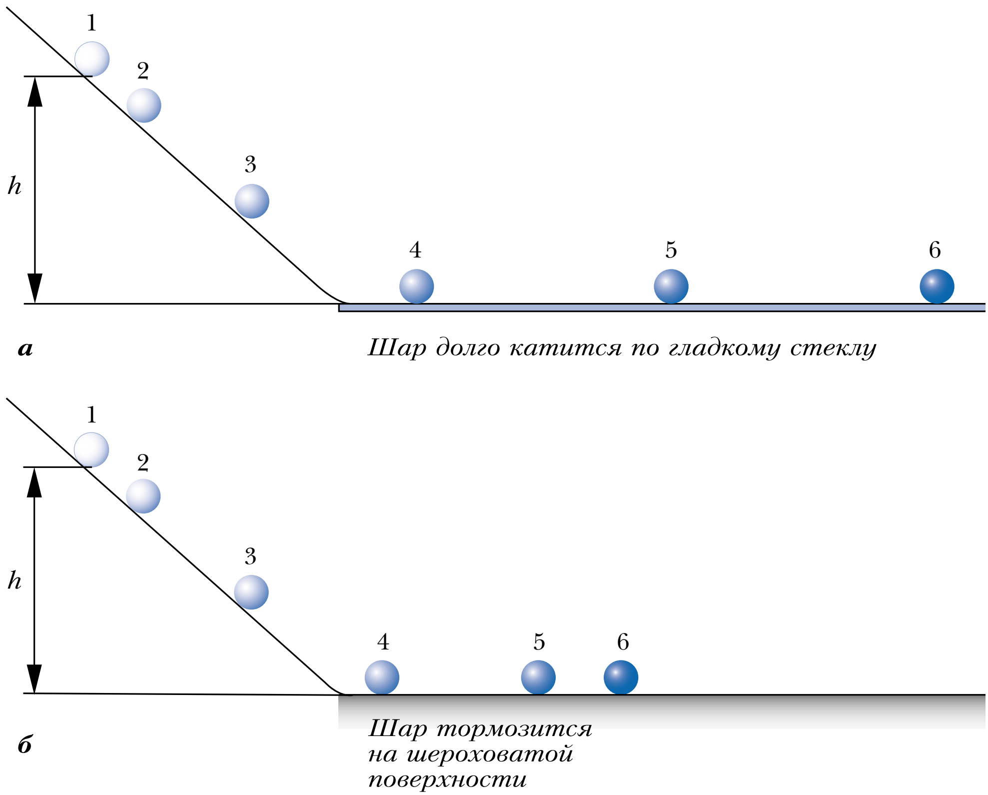


Рис. **68** Положения шара, скатывающегося с одинаковых горок, зафиксированы в одни и те же моменты времени:
а – при движении по гладкому стеклу;
б – при движении по шероховатой поверхности

других тел назвали *движением по инерции* (латинское слово *inertia* означает «бездеятельность»). Согласно Галилею, движение по инерции может наблюдаться в системах отсчёта, неподвижных относительно Земли.

Скорость, имеющаяся у тела относительно Земли, сохраняется на идеальных (гладких) горизонтальных плоскостях до тех пор, пока нет причин (действия других тел), приводящих к возникновению ускорения.

Отметим, что если начальная скорость тела равна нулю (тело неподвижно относительно Земли), то при отсутствии действия других тел оно также будет сохранять своё состояние – состояние покоя.

Рассмотрим ещё раз тележку, движущуюся с постоянной скоростью по горизонтальной дороге. Теперь мы можем дать ответ на вопрос, будет ли изменяться скорость тележки относительно Земли, если на неё ничто не действует. В соответствии с законом инерции, если дорога, по которой движется тележка, будет идеальной (гладкой), то скорость тележки относительно Земли будет оставаться постоянной (рис. 69).

В реальном случае на движущуюся тележку будет *действовать дорога*. В результате тележка будет тормозиться на шероховатой поверхности и в конце концов остановится (рис. 70).

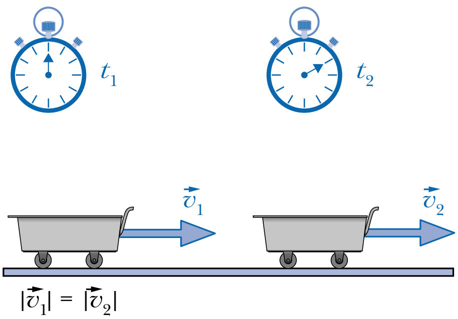


Рис. **69** По идеальной (гладкой) горизонтальной поверхности тележка движется с постоянной скоростью при отсутствии действия на неё со стороны других тел в этом направлении

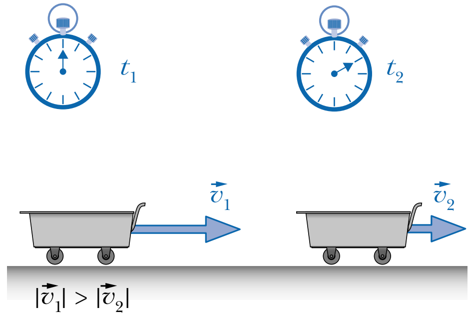


Рис. **70** При движении по *реальной* горизонтальной поверхности скорость тележки уменьшается в результате тормозящего действия со стороны этой поверхности

Таким образом, если скорость тележки относительно Земли изменяется (тележка движется с ускорением – разгоняется или тормозится), то это означает, что на тележку оказывается механическое действие со стороны другого тела (или других тел).

Итоги

Признаком механического действия на тело является **изменение скорости этого тела** (появление у тела отличного от нуля ускорения) относительно Земли.

Закон инерции.

Скорость, имеющаяся у тела относительно Земли, сохраняется на идеальных (гладких) горизонтальных плоскостях до тех пор, пока нет причин (действия других тел), приводящих к возникновению ускорения.

Движение тела без воздействия на него других тел называют *движением по инерции*.

Вопросы

1. Что является признаком наличия механического действия на тело? Приведите примеры механического действия на тело.
2. Какое движение тела называют движением по инерции?
3. Сформулируйте закон инерции.
4. В каком направлении надо действовать на движущуюся по дороге тележку, чтобы: а) увеличить её скорость; б) уменьшить её скорость?
5. Почему движущаяся по реальной горизонтальной дороге тележка уменьшает свою скорость с течением времени?
6. Как будет изменяться скорость движущейся по идеальной горизонтальной дороге тележки, если на неё действовать: а) в направлении движения; б) против направления движения?
7. Какие физические модели использованы в формулировке закона инерции, приведённой в тексте параграфа? Какие факты можно объяснить с помощью этого закона?

§ 28 Инерциальные системы отсчёта. Первый закон Ньютона

Вы наверняка помните, что движение любого тела относительно. То есть нельзя сказать, имеет ли тело ускорение, если не указать, в какой системе отсчёта рассматривается его движение. Например, в системе отсчёта, связанной с Землёй, тележка, изображённая на рис. 65, покоилась до того момента, как мы начали на неё действовать. Следовательно, при отсутствии действия на тележку её ускорение относительно Земли было равно нулю. Но если посмотреть на эту же тележку из системы отсчёта, связанной с разгоняющимся автомобилем (рис. 71), который едет по дороге с ус-

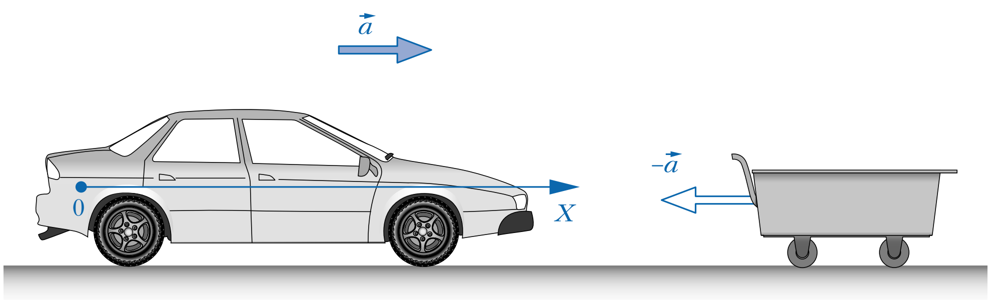


Рис. 71 В системе отсчёта, связанной с разгоняющимся автомобилем, неподвижная относительно Земли тележка движется с ускорением, хотя на неё ничто не действует

корением $\vec{a}$ относительно Земли, то ситуация изменится. В этой системе отсчёта сам автомобиль будет неподвижен, а тележка будет двигаться вместе с Землёй навстречу автомобилю с ускорением, хотя на неё ничто не действует.

Таким образом, все возможные системы отсчёта можно разделить на две группы. В одних системах отсчёта (неподвижных или движущихся равномерно прямолинейно относительно Земли) точечное тело, на которое ничто не действует, движется равномерно прямолинейно или покоится. Напротив, в других системах отсчёта (движущихся относительно Земли с ускорением) это же тело, на которое ничто не действует, имеет ускорение.

На самом деле тщательные исследования показали, что даже в системах отсчёта, связанных с Землёй, точечное тело, на которое ничто не действует, движется равномерно прямолинейно (по закону равномерного прямолинейного движения) лишь *приближённо*.

Это объясняется, в частности, тем, что, как вы знаете, Земля вращается вокруг своей оси и движется вокруг Солнца. По этой причине можно считать, что закон инерции Галилея выполняется только при рассмотрении движений, которые происходят в течение не очень длительных промежутков времени на небольших расстояниях. В опытах Галилея рассматривались именно такие движения. Следовательно, система отсчёта, связанная с Землёй, не всегда пригодна для ответа на вопрос, испытывает ли изучаемое тело действие со стороны других тел.

Как же выбрать систему отсчёта, в которой можно выяснить, действуют ли на изучаемое тело другие тела?

Попробуем разобраться, как это можно сделать.

Прежде всего необходимо найти такое тело, на которое не действуют другие тела. Такое тело принято называть *свободным*. Имея такое тело, мы можем рассматривать его движение в различных системах отсчёта. Та система отсчёта, в которой скорость свободного тела не изменяется со временем, и будет искомой системой отсчёта.

Но где взять такое тело, чтобы быть заранее уверенным, что на него ничто не действует? Выход прост. Надо выбрать такое точечное тело, которое находится *очень далеко* от всех других тел (например, где-то в космосе вдали от всех звёзд). Тогда, как показывают эксперименты, можно считать, что действие других тел на это тело практически равно нулю.

Движение тела без воздействия на него других тел называют движением по инерции. Поэтому искомую систему отсчёта, в которой свободное точечное тело движется равномерно прямолинейно или покоится, называют *инерциальной*.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободное тело (точечное тело, удалённое от всех других объектов) движется равномерно прямолинейно или покоится.

Ясно, что существуют и другие системы отсчёта, в которых свободное тело движется с ускорением. В отличие от инерциальных, все такие системы отсчёта называют *неинерциальными*.

Но существуют ли инерциальные системы отсчёта? Или так же, как в случае с системой отсчёта, связанной с Землёй, движение свободного тела в этих системах отсчёта будет равномерным прямолинейным лишь приближённо?

В современной физике постулируется (принимается без доказательства), что

инерциальные системы отсчёта существуют.

Это утверждение называют **краткой формулировкой первого закона Ньютона**.

Этот закон является одним из фундаментальных законов природы, важным не только в механике, но и во всех других разделах физики.

С очень высокой точностью инерциальными являются системы отсчёта, связанные со звёздами, в том числе с Солнцем. Для тех задач, которые мы будем решать, *можно считать инерциальной* систему отсчёта, жёстко связанную с Землёй. Поэтому любую систему отсчёта, связанную с телом, которое движется прямолинейно равномерно или покоится относительно Земли, мы будем считать инерциальной.

В дальнейшем все задачи мы с вами будем решать в инерциальных системах отсчёта — ИСО, выбирая в качестве тела отсчёта либо

Землю, либо тело, которое движется относительно Земли с постоянной скоростью (в частном случае — покоится).

Подводя итог сказанному, дадим **полную формулировку первого закона Ньютона**, используя современную терминологию.

Существуют системы отсчёта, относительно которых свободное (не подвергаемое действию других тел) точечное тело покоится или движется равномерно прямолинейно.

Таким образом, если в выбранной нами ИСО у тела изменяется скорость, то это означает, что на тело действует другое тело (или другие тела). Верно и обратное утверждение: если на некоторое (первое) тело действует другое тело, то у этого (первого) тела в ИСО изменяется скорость.

Итоги

Свободным телом называют тело, на которое не действуют другие тела.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободное тело (точечное тело, удалённое от всех других объектов) покоится или движется равномерно прямолинейно.

Первый закон Ньютона (краткая формулировка).
Инерциальные системы отсчёта существуют.

Первый закон Ньютона (полная формулировка).
Существуют системы отсчёта, относительно которых свободное (не подвергаемое действию других тел) точечное тело покоится или движется равномерно прямолинейно.

Любую систему отсчёта, связанную с телом, которое движется равномерно прямолинейно или покоится относительно Земли, будем считать *инерциальной*.
В дальнейшем все задачи мы будем решать только в инерциальных системах отсчёта.

Вопросы

1 Объясните, почему для ответа на вопрос о причине изменения скорости тела систему отсчёта необходимо выбирать специальным образом. Расскажите, как это следует делать.

2 Сформулируйте определение инерциальной системы отсчёта.
3 Дайте краткую и полную формулировку первого закона Ньютона.

Упражнения

1 Тело находится в состоянии покоя в ИСО. Чему равно значение скорости этого тела в ИСО, которая движется относительно первой системы отсчёта со скоростью, имеющей значение v?
2 Тело движется относительно Земли с ускорением. Можно ли утверждать, что на это тело действует другое тело (или другие тела)?
3 Может ли иметь ускорение тело, движущееся по инерции, относительно: а) инерциальной; б) неинерциальной системы отсчёта?
*4 Представьте себя сидящим в купе поезда с занавешенным окном. Звукоизоляция столь хороша, что перестука колёс во время движения услышать невозможно. Сможете ли вы определить, движется ли поезд с постоянной скоростью или же он стоит неподвижно?
5 Предположим, что вы сидите в купе поезда, о котором говорилось в упражнении 4. Вам известно, что поезд находится на прямолинейном горизонтальном отрезке дороги. Вы положили на горизонтальный пол вагона стальной шарик и увидели, что он некоторое время оставался неподвижным. Потом он покатился: а) к передней стенке вагона с некоторым ускорением; б) к задней стенке вагона с тем же ускорением. Что вы можете сказать о характере движения поезда в этих случаях? Ответы обоснуйте.

§ 29 Сила

Мы установили, что только действие других тел может быть причиной появления ускорения у данного тела в инерциальной системе отсчёта. Теперь нам предстоит выяснить:

1) какой физической величиной описывают это действие;
2) какими свойствами обладает эта физическая величина;
3) как её измерить.

Действие одного тела на другое описывают с помощью величины, которую называют *силой*. Однако в русском языке слово «сила» имеет очень много значений. Так, говорят о физических силах человека, о силе разума, о природных силах (например, силе дождя, ветра), социальных силах и т. п. В механике слово «сила» означает следующее.

Силой называют физическую величину, характеризующую действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в инерциальной системе отсчёта.

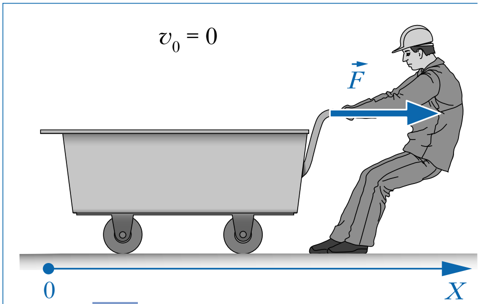


Рис. 72 Чтобы сдвинуть неподвижную тележку, необходимо приложить к ней силу

Сила — единственная причина, вызывающая изменение характера движения тела (появление у него ускорения) в инерциальной системе отсчёта.

Давайте теперь ответим на два других вопроса.

Опыт показывает, что одно тело может действовать на другое как при непосредственном контакте, так и без соприкосновения. Так, например, действует магнит, когда его подносят к железному предмету.

Вы также знаете, что, бросая камень, можно подействовать на него с бо́льшей или с меньшей силой. В первом случае камень в процессе броска будет иметь бо́льшее ускорение и в результате вылетит из руки с бо́льшей скоростью. Во втором случае ускорение камня будет меньше и он вылетит из руки с меньшей скоростью. Следовательно, значение силы может быть разным.

Наконец, из повседневного опыта известно, что если надо сдвинуть тело, которое покоится на Земле, в определённом направлении (например, в положительном направлении оси X, как на рис. 72), то мы должны подействовать на него в том же направлении. Следовательно, у силы есть направление.

! Сила направлена туда, куда направлено вызванное её действием ускорение тела в инерциальной системе отсчёта.

Например, пусть тело движется равномерно прямолинейно со скоростью $\vec{v}_0$ в положительном направлении оси X (*см.* рис. 66). Чтобы увеличить скорость тела, необходимо подействовать на него силой, направленной также в положительном направлении оси X. Наоборот, чтобы затормозить тело (*см.* рис. 67), которое двигалось в положительном направлении оси X, надо подействовать на тело силой в отрицательном направлении оси X — против движения. В результате у него появится отрицательное ускорение, и скорость тела будет уменьшаться.

Таким образом, силе как физической величине следует приписать не только определённое числовое значение, но и определённое направление. Следовательно, *сила является векторной физической величиной*.

Обычно значение силы обозначают латинской буквой F, вектор силы — символом $\vec{F}$, а модуль силы — символом $|\vec{F}|$. Как и прежде, мы будем различать модуль вектора и его значение. Считают, что значение F положительно ($F > 0$), если сила направлена в положительном направлении оси X выбранной системы отсчёта. Значение F отрицательно ($F < 0$), если сила направлена в отрицательном направлении оси X.

Итоги

Сила — физическая величина, характеризующая действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в инерциальной системе отсчёта.

Сила является *векторной физической величиной*.

Направление действующей на тело силы совпадает с направлением вызванного её действием ускорения тела в инерциальной системе отсчёта.

Значение силы положительно ($F > 0$), если сила направлена в положительном направлении оси X выбранной системы отсчёта, и отрицательно ($F < 0$), если сила направлена в противоположном направлении.

Вопросы

1. Что называют силой в механике?
2. Может ли одно тело механически действовать на другое, если эти тела не соприкасаются? Если да, то приведите примеры.
3. Как обычно обозначают значение силы, вектор силы, модуль силы?

Упражнения

1. Тело движется в положительном направлении оси X, неподвижной относительно Земли. Куда направлены изменение скорости тела, ускорение тела, действующая на тело сила, если модуль скорости тела: а) увеличивается; б) уменьшается?
2. Тело движется в отрицательном направлении оси X, неподвижной относительно Земли. Куда направлены изменение скорости тела, ускорение тела, действующая на тело сила, если модуль скорости тела: а) увеличивается; б) уменьшается?

§ 30 Сложение сил. Измерение силы

Как правило, движение точечного тела с ускорением в ИСО происходит при действии нескольких тел. Например, пусть тележка движется с ускорением по реальной горизонтальной дороге. На неё оказывают действие человек, который толкает тележку, и дорога, которая тормозит движение тележки. Изучая движение тела при действии на него нескольких тел, Ньютон пришёл к двум выводам.

!

1. Действия, которые оказывают на точечное тело другие тела, не зависят друг от друга.

2. Силы, характеризующие эти действия, можно складывать.

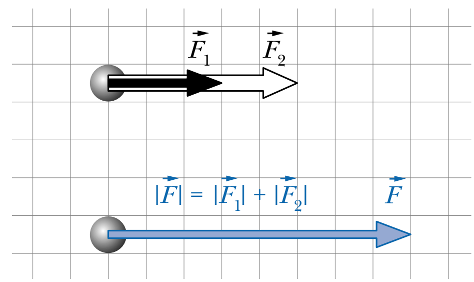


Рис. **73** Действие на тело двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленных в одну сторону, можно заменить действием одной силы $\vec{F}$, направленной в ту же сторону

Сформулируем правила сложения сил, действующих на точечное тело вдоль одной прямой.

1. Если на точечное тело действуют две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, *направленные в одну сторону* (рис. 73), то их действие равно действию одной силы $\vec{F}$. При этом:

— сила $\vec{F}$ направлена в ту же сторону, что и силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$;

— модуль силы $\vec{F}$ равен сумме модулей сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

2. Если на точечное тело действуют две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, *направленные в противоположные стороны* (рис. 74, *а*, *б*), то их действие равно действию силы $\vec{F}$, которая:

— направлена в сторону большей по модулю силы;

— имеет модуль, равный разности модулей большей и меньшей сил.

Если на точечное тело действуют три силы (или больше), то вначале нужно сложить две из них. Потом к полученной в результате силе прибавить третью силу и т. д.

Из правила **2** можно сделать очень важный вывод: если на точечное тело действуют только *две равные по модулю*, но *противоположно направленные силы*, то общее действие этих сил равно нулю (рис. 75). В этом случае говорят, что силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ *компенсируют* (*уравновешивают*) друг друга. Понятно, что тогда ускорение этого тела в инерциальной системе отсчёта будет равно нулю и его скорость будет постоянной. Это

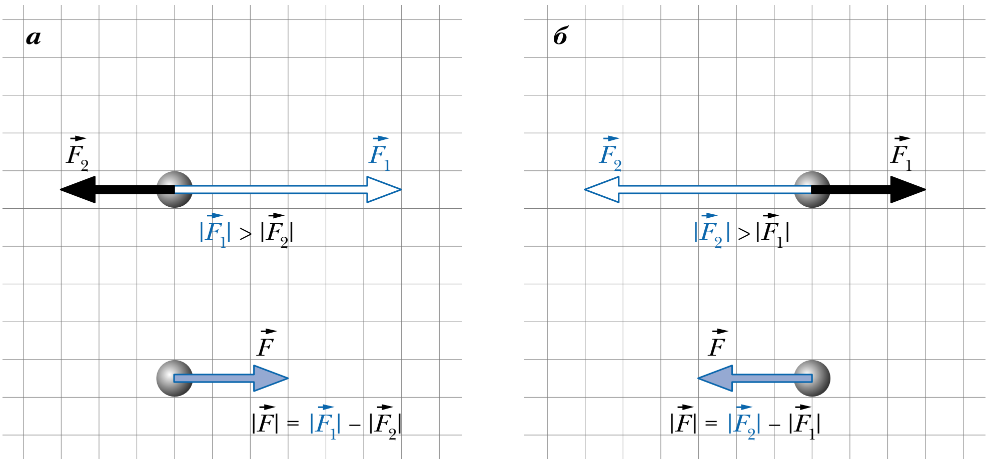


Рис. **74** *а*) Сила $\vec{F}$ направлена туда же, куда и сила $\vec{F}_1$, так как $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$.
б) Сила $\vec{F}$ направлена туда же, куда и сила $\vec{F}_2$, так как $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$

значит, что тело будет покоиться в данной ИСО или двигаться равномерно прямолинейно.

Верно и обратное утверждение:

если тело в инерциальной системе отсчёта движется равномерно прямолинейно или покоится, то либо на тело не действуют никакие другие тела, либо сумма действующих на тело сил равна нулю.

Отметим, что в этом случае *экспериментально невозможно определить*, какое из этих двух условий выполняется: равна ли нулю сумма всех действующих на точечное тело сил, или на него вообще ничто не действует.

Точно так же *экспериментально невозможно различить*, действует ли на точечное тело одна сила $\vec{F}$, или на это тело действуют несколько сил, сумма которых равна $\vec{F}$.

Используем правила сложения сил для выработки рецепта измерения силы.

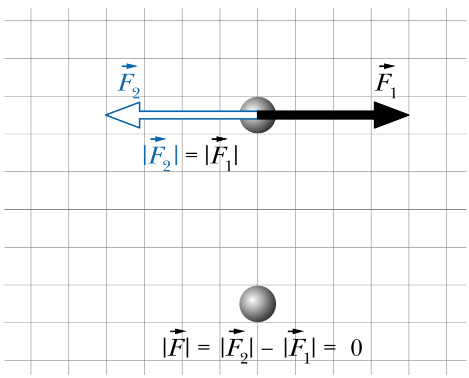


Рис. **75** Сила $\vec{F} = 0$, так как $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

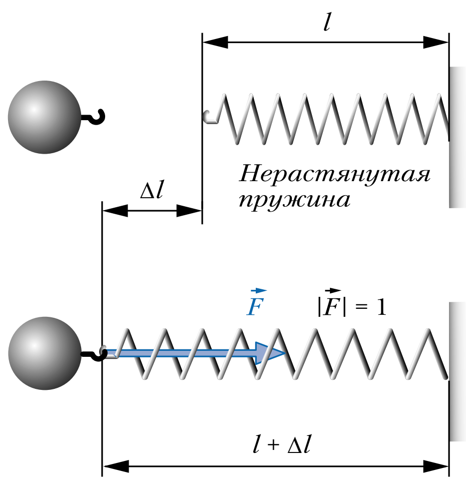


Рис. 76 На тело действует сила $\vec{F}$, модуль которой равен 1

Прежде всего введём *эталон силы*. Для этого выберем конкретную пружину. Растянем её на определённую величину и прикрепим к телу. Будем считать, что в этом случае на тело со стороны пружины действует сила, модуль которой равен единице (рис. 76). В результате действия этой силы тело приобретёт ускорение в ИСО.

Чтобы этого не произошло, присоединим к этому телу вторую пружину с противоположной стороны, как показано на рис. 77. При этом вторую пружину растянем таким образом, чтобы её действие уравновесило (скомпенсировало) действие первой (эталонной) пружины. Тогда тело, на которое одновременно действуют обе пружины, будет оставаться в покое. Следовательно, модуль силы, с которой действует на тело вторая пружина, будет в точности равен модулю силы единичной величины. Зафиксируем растяжение второй пружины. Растянутая до такой длины, она тоже станет эталоном силы. Таким образом, можно получить сколько угодно эталонов силы.

Создадим силу, модуль которой равен, например, половине единицы силы. Для этого уравновесим действие на тело эталонной пружины двумя

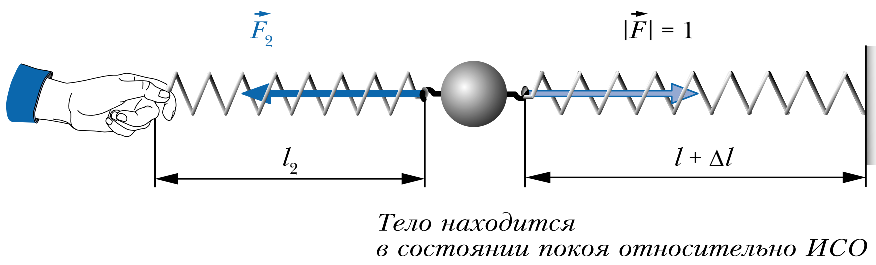


Рис. 77 Действие второй пружины равно по модулю действию эталонной. Вторая пружина уравновешивает эталон и сама становится эталоном силы

одинаковыми пружинами, растянутыми на одну и ту же длину (рис. 78). При этом модуль силы, с которой действует на тело любая из двух одинаковых пружин, будет равен модулю половины единицы силы.

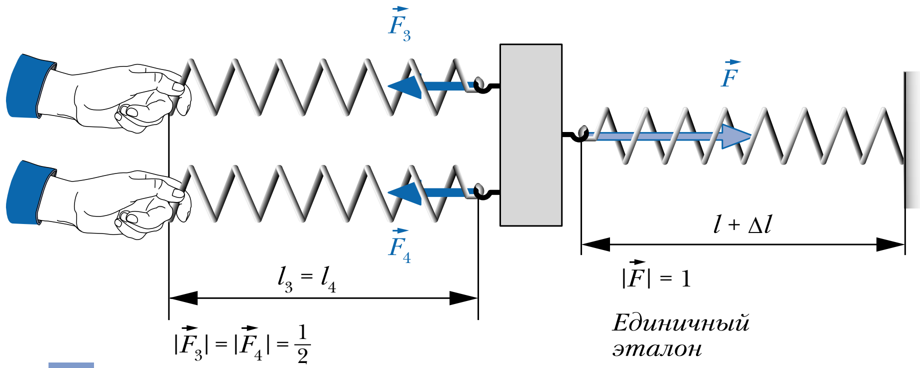


Рис. **78** Две одинаковые пружины уравновешивают эталон силы

Аналогичным образом можно создать силу, модуль которой в заданное число раз (например, в 3, 10 и т. д.) меньше модуля единицы силы.

Так мы можем создать набор пружин, которые при известных растяжениях действуют с разными силами. Теперь для нас не составит труда измерить модуль любой неизвестной силы. Для этого будет достаточно уравновесить её действие действием соответствующего набора пружин. Пример такого измерения показан на рис. 79. Измеренная таким способом сила, во-первых, равна по модулю сумме модулей сил, создаваемых набором пружин, и, во-вторых, направлена в сторону, противоположную направлению их действия.

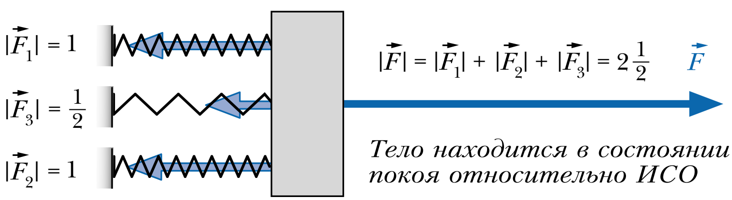


Рис. **79** Действие на тело неизвестной силы $\vec{F}$ уравновешено действием трёх пружин: двух «единичных эталонов» и одного эталона, равного половине «единичного»

Итоги

Правила сложения сил, действующих на тело вдоль одной прямой.

1. Если на точечное тело действуют две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные в одну сторону, то их действие равно действию одной силы $\vec{F}$. При этом:
– сила $\vec{F}$ направлена в ту же сторону, что и силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$;
– модуль силы $\vec{F}$ равен сумме модулей сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

2. Если на точечное тело действуют две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные в противоположные стороны, то их действие равно действию силы $\vec{F}$, которая:
– направлена в сторону большей по модулю силы;
– имеет модуль, равный разности модулей большей и меньшей сил.

Если сумма всех сил, действующих на точечное тело, равна нулю, то говорят, что эти силы уравновешивают (компенсируют) друг друга. В этом случае тело в ИСО движется равномерно прямолинейно или покоится, т. е. не изменяет своего механического состояния.

Для измерения неизвестной силы её действие надо уравновесить (скомпенсировать) действием набора эталонных пружин.

Вопросы

1 Сформулируйте правила сложения сил, действующих вдоль одной прямой.

2 В каком случае говорят, что силы уравновешивают друг друга?

Упражнения

1 Определите, чему равна и куда направлена сумма двух действующих на точечное тело сил, если первая сила направлена в положительном направлении оси X, а вторая — в противоположном направлении. Модули сил, измеренные в эталонных единицах, равны: $\left|\vec{F}_1\right| = 3$, $\left|\vec{F}_2\right| = 5$.

2 Определите, чему равна и куда направлена сумма трёх действующих на точечное тело сил, если первая сила направлена в по-

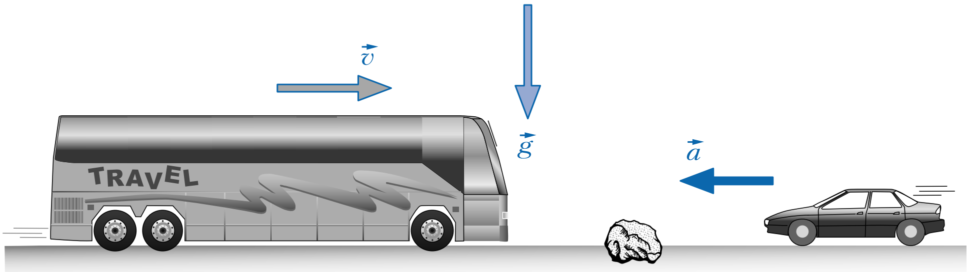


Рис. **80**

ложительном направлении оси X, а вторая и третья — в противоположном направлении. Модули сил, измеренные в эталонных единицах, равны: $\left|\vec{F}_1\right| = 30$, $\left|\vec{F}_2\right| = 5$, $\left|\vec{F}_3\right| = 15$.

3 Найдите, чему равна и куда направлена сила $\vec{F}$, действующая на точечное тело, если сумма трёх действующих на это тело сил $\vec{F}$, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равна нулю. При этом $\vec{F}_1$ направлена в положительном направлении оси X, а $\vec{F}_2$ — в противоположном направлении. Модули сил, измеренные в эталонных единицах, равны: $\left|\vec{F}_1\right| = 30$, $\left|\vec{F}_2\right| = 5$.

4 Лежащий на дороге камень (рис. 80) неподвижен в системе отсчёта, связанной с Землёй. Ответьте на вопросы:

а) чему равна сумма сил, действующих на камень;

б) изменяется ли со временем скорость (равно ли нулю ускорение) камня в системе отсчёта, связанной:

— с прямолинейно равномерно едущим по дороге автобусом;

— с ускоряющимся относительно дороги автомобилем;

— с шишкой, которая свободно падает с дерева с ускорением $\vec{g}$;

в) какие из этих систем отсчёта являются инерциальными, а какие — неинерциальными?

§ 31 Масса тела. Плотность вещества

Теперь, когда мы знаем, как измерять действующую на тело силу, попробуем одной и той же силой действовать на разные тела. Если вы будете действовать одной и той же силой на небольшое яблоко, баскетбольный мяч и большой арбуз, то убедитесь, что эти тела будут разгоняться по-разному. Значит, несмотря на то что тела испытывают одинаковое действие, они имеют разные ускорения. В этом случае говорят, что эти тела обладают разной *инертностью*.

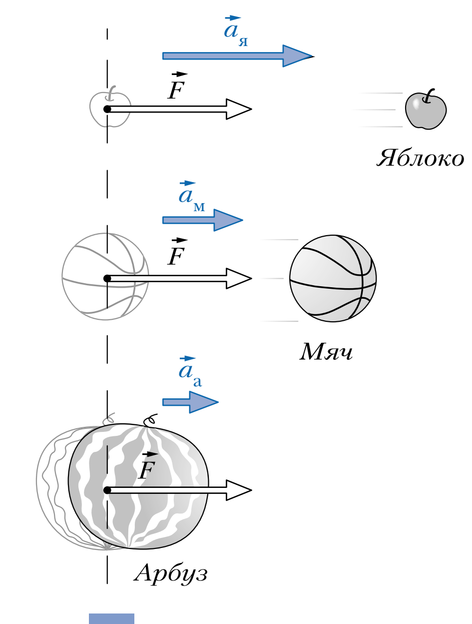


Рис. 81

При этом чем *меньше ускорение* первого тела по сравнению с ускорением второго при одинаковых действиях на эти тела, тем *больше инертность* первого тела по сравнению с инертностью второго. В нашем примере самой большой инертностью обладает арбуз (его скорость изменяется медленнее, чем у остальных тел), а самой маленькой инертностью — яблоко (рис. 81).

! Под инертностью тела понимают его свойство препятствовать приобретению ускорения (изменению своей скорости) под действием приложенной силы.

Инертность тел характеризуют физической величиной, которую называют *массой*.

Масса — физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

Используя определение массы, можно сказать, что в рассмотренном примере наибольшую массу имеет арбуз, а наименьшую — яблоко.

Как и в случае с силой, ясно, что, пока не дан способ измерения массы, мы не можем определить массу данного тела. Как же измерить массу?

Для этого вначале нужно выбрать единицу массы. В СИ массу тела измеряют в *килограммах* (кг). За эталон массы в один килограмм (1 кг) принята масса цилиндра диаметром и высотой 39 мм из сплава платины

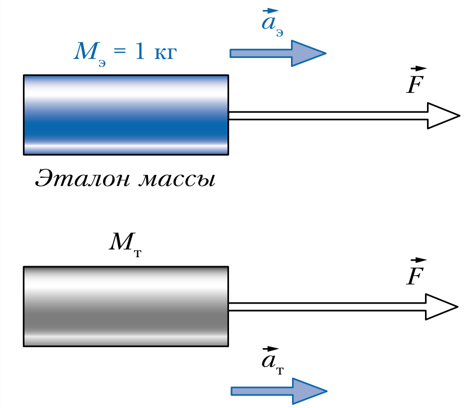


Рис. 82 Масса тела $M_т$ равна массе эталона $M_э$ = 1 кг, если под действием одной и той же силы $\vec{F}$ их ускорения равны: $\vec{a}_э = \vec{a}_т$

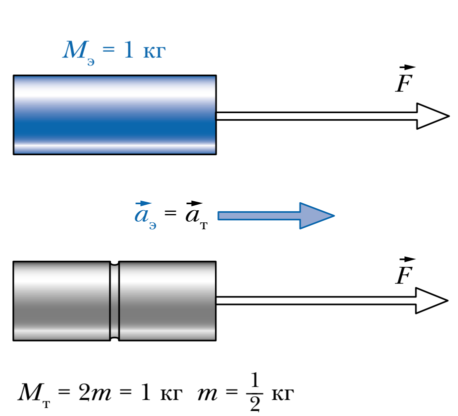


Рис. 83 Два одинаковых тела массой m каждое под действием силы $\vec{F}$ вместе получили то же ускорение, что и эталон массой 1 кг

(90 %) и иридия (10 %). Этот эталон хранится в Международном бюро мер и весов (в г. Севре, близ Парижа).

Рассмотрим способ измерения массы тела с использованием эталона массы. Если при действии одинаковыми силами на два покоящихся в ИСО тела они приобретают одинаковые ускорения, то эти тела обладают одинаковой инертностью. Следовательно, массы этих тел по определению равны. Подберём тело, которое при действии на него силы $\vec{F}$ приобретает такое же ускорение, как и эталон массы (рис. 82). Тогда инертность этого тела будет такой же, как у эталона, т. е. масса этого тела будет равна 1 кг. Его тоже можно использовать как эталон массы. Таким способом мы можем получить любое необходимое число эталонов массы.

Возьмём теперь *два одинаковых тела* и жёстко скрепим их между собой (рис. 83). Подействуем на эти покоящиеся в ИСО тела некоторой силой $\vec{F}$ и измерим ускорение, которое они приобретут. Если оно окажется равным ускорению тела массой 1 кг, то суммарная масса взятых тел равна 1 кг. Поскольку скреплённые между собой тела одинаковы, то масса каждого из них

В 2018 г. на 26-й Генеральной конференции по мерам и весам было принято решение об отказе от материального эталона килограмма. Теперь для улучшения точности измерений единицу массы определяют через постоянную Планка (с ней вы познакомитесь при дальнейшем изучении курса физики).

равна 0,5 кг. Подобным способом можно подобрать тела, массы которых, например, в 3, 5 и т. д. раз меньше массы эталона в 1 кг. Таким образом мы можем создать набор тел с разными массами.

Этот набор можно использовать для измерения неизвестной массы M некоторого тела. Чтобы это сделать, поступим так:

1) подействуем на неподвижное в ИСО тело с неизвестной массой M силой $\vec{F}$ и измерим приобретаемое этим телом ускорение $\vec{a}$;

2) подберём такой набор жёстко скреплённых между собой тел с известными массами, чтобы они, находясь в состоянии покоя в ИСО, при действии на них той же силы $\vec{F}$ приобрели такое же ускорение $\vec{a}$;

3) определим массу M тела: она будет равна сумме масс подобранных тел.

Теперь, когда мы знаем, что в СИ единица массы — 1 килограмм, а единица ускорения — 1 метр, делённый на секунду в квадрате (1 м/с^2), мы можем ввести единицу силы.

За единицу силы в СИ принята сила, которая придаёт первоначально покоившемуся в данной инерциальной системе отсчёта точечному телу массой 1 кг ускорение, равное по модулю 1 м/с^2. Такая единица силы называется *ньютон* (Н) — в честь И. Ньютона. Единица силы в СИ является производной, т. е. вводится с помощью других единиц СИ. Если при измерениях или вычислениях приходится иметь дело с силами, численные значения которых отличаются от 1 Н во много раз, то принято использовать приставки для кратных и дольных единиц величин (*см.* табл. 1, с. 12).

Под действием силы 1 Н первоначально покоившееся в ИСО точечное тело массой 1 кг получает ускорение, равное по модулю 1 м/с^2.

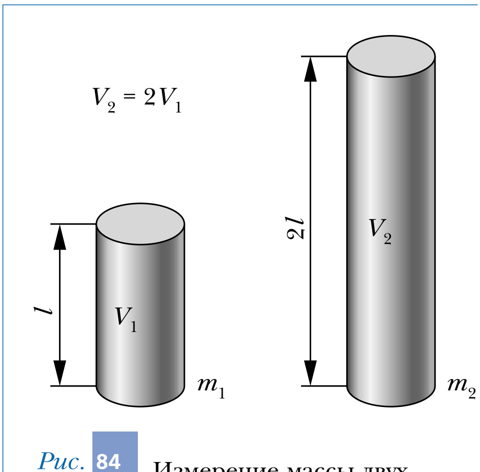


Рис. 84 Измерение массы двух однородных цилиндров из одного материала показывает, что цилиндр, имеющий вдвое больший объём, обладает и вдвое большей массой: $m_2 = 2m_1$

Вы знаете, что окружающие тела (предметы) отличаются друг от друга не только массами, но и размерами, а также материалами (веществами), из которых они состоят. Пусть мы имеем два цилиндра, изготовленные из одного и того же материала. Их размеры отличаются друг от друга только длиной (рис. 84). Объём первого цилиндра равен V_1, а объём второго V_2 — *в два раза больше*: $V_2 = 2V_1$. Опыт показывает, что масса второго цилиндра будет также *в два раза больше* первого: $m_2 = 2m_1$. К этому выводу легко прийти, не проводя каких-либо дополнительных экспериментов. Достаточно вспомнить, как мы измеряли массу. Ведь можно сказать, что второй цилиндр представляет собой два первых, скреплённых между собой торцами. Таким образом, *если объём одного тела из определённого материала в какое-то число раз больше объёма другого тела из того же материала, то масса первого тела больше массы второго в такое же число раз*. Другими словами, для тел из одного и того же материала (вещества) отношение массы тела к его объёму есть величина постоянная.

Эту постоянную величину называют *плотностью* вещества (материала), из которого изготовлены указанные тела.

Отношение массы m тела к его объёму V называют плотностью ρ материала (вещества), из которого изготовлено это тело:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Плотность вещества обычно обозначают греческой буквой ρ (читается «ро») и в СИ измеряют в *килограммах на кубический метр* (кг/м^3).

Плотности некоторых материалов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Плотности материалов (веществ)

Материал	Плотность ρ, 10^3 кг/м^3	Материал	Плотность ρ, 10^3 кг/м^3
Берёза	0,5–0,6	Железо	7,8
Лёд	0,9	Медь	8,9
Вода	1	Серебро	10,5
Земля	1,2–2,1	Свинец	11,3
Бакаут (железное дерево)	1,3	Ртуть	13,6
Бетон	2,3	Уран	19
Стекло	2,5	Золото	19,3
Алюминий	2,7	Платина	21,5

Если тело состоит из частей, изготовленных из разных материалов (т. е. не является однородным), то отношение массы тела к его объёму называют средней плотностью тела.

Итоги

Под *инертностью тела* понимают его свойство препятствовать приобретению ускорения (изменению своей скорости) под действием приложенной силы. Чем меньше ускорение первого тела по сравнению с ускорением второго тела при действии на них одной и той же силы, тем больше инертность первого тела по сравнению со вторым.

Масса — физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

Если при действии равными силами на два разных покоящихся в ИСО тела у этих тел появляются одинаковые ускорения, то массы этих тел равны.

В СИ массы тел измеряют в *килограммах* (кг), а силы — в *ньютонах* (Н).

Под действием силы, модуль которой равен 1 Н, первоначально покоившееся в ИСО точечное тело массой 1 кг получает ускорение, равное по модулю 1 м/с^2.

Отношение массы m тела к его объёму V называют плотностью ρ материала (вещества), из которого изготовлено это тело:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

В СИ плотность измеряют в *килограммах на кубический метр* (кг/м^3).

Вопросы

1. Что такое инертность тела? Как определить, какое из двух тел обладает большей инертностью?
2. Что такое масса тела?
3. Как измеряют массу тела? Назовите единицы массы и силы в СИ.
4. Что называют плотностью материала?
5. Как вычислить массу тела, если известны его объём и плотность материала, из которого оно изготовлено?

Упражнения

1. От деревянного бруска в форме параллелепипеда всякий раз отрезают его половину. Сформулируйте предположение (гипоте-

зу), как будет при этом изменяться инертность оставшейся части бруска. Предложите эксперимент для проверки вашего предположения. Какие физические величины нужно измерять и сравнивать?

2 Чему равна масса M тела, которое под действием силы $\vec{F}$ из состояния покоя в ИСО приобретает такое же ускорение, как под действием той же силы два соединённых вместе тела массой по 1 кг каждое и прикреплённое к ним ещё одно тело массой $0{,}5$ кг?

3 Тело массой $M = 3$ кг под действием силы $\vec{F}$ приобретает в ИСО ускорение $\vec{a}$. Определите неизвестную массу m тела, если под действием той же силы это тело, прикреплённое к телу массой $m_1 = 1$ кг, приобретает в ИСО такое же ускорение $\vec{a}$.

4 Определите массы 1 дм^3 воды, алюминия, золота.

5 Какие объёмы занимают 1 кг льда, железа, свинца?

*6 Определите объём V первоначально покоившегося в ИСО свинцового шарика, если он под действием силы, модуль которой $F = 1$ Н, получил ускорение, модуль которого $a = 1$ м/с^2.

§ 32 Второй закон Ньютона

Прежде чем сформулировать один из важнейших законов механики, подведём итог приобретённым знаниям.

Напомним, что пока мы ведём разговор только о точечных телах. При наблюдении за точечным телом из *инерциальной системы отсчёта* выполняются следующие правила (рис. 85).

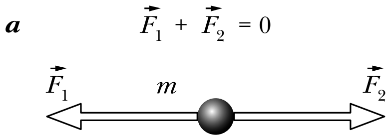
1. Если сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю, то это тело движется равномерно прямолинейно или покоится. Иначе говоря, его *ускорение равно нулю* (*см.* рис. 85, *а*).

2. Эксперименты показывают, что ускорение $\vec{a}$ тела увеличивается при увеличении суммы $\vec{F}$ всех сил, действующих на него (*см.* рис. 85, *б*).

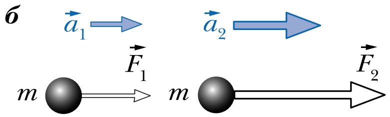
3. Если при действии равными силами на два изначально покоившихся тела они приобретают *одинаковые ускорения*, то по определению их *массы равны* (*см.* рис. 85, *в*).

Если же при действии равными силами на два покоившихся тела модуль $|\vec{a}_1|$ ускорения первого из них *меньше* модуля $|\vec{a}_2|$ ускорения второго тела, то масса m_1 первого тела *больше* массы m_2 второго (*см.* рис. 85, *г*). То есть если $|\vec{a}_1| < |\vec{a}_2|$, то $m_1 > m_2$.

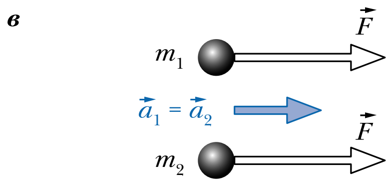
Таким образом, сумма всех сил, действующих на первоначально покоившееся тело, масса этого тела и его ускорение в ИСО связаны между со-



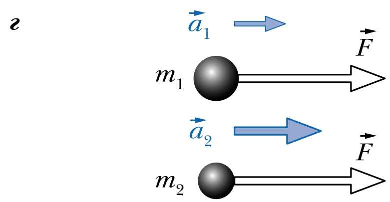
Тело покоится или движется прямолинейно равномерно.



Чем больше модуль суммы всех сил, действующих на тело, тем больше модуль ускорения.



Если тела приобретают одинаковые по модулю ускорения, то их массы равны.



Чем больше масса тела, тем меньше модуль его ускорения.

Рис. **85**

бой. Ньютон, обобщив все известные ему экспериментальные данные, высказал предположение, что эта связь сохраняется и для движущегося в ИСО тела. При этом выполняются следующие положения.

Ускорение $\vec{a}$ точечного тела в инерциальной системе отсчёта: 1) пропорционально сумме $\vec{F}$ всех сил, действующих на это тело; 2) обратно пропорционально массе этого тела.

В настоящее время эти положения объединены в утверждение, которое принято называть **вторым законом Ньютона**.

В инерциальной системе отсчёта ускорение $\vec{a}$ точечного тела равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на него сил к его массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Обратим внимание на то, что входящая в это выражение $\vec{F}$ — сумма *всех* действующих на тело сил. Если мы подставим на место $\vec{F}$ сумму только части сил, забыв о действии других сил, то это выражение не будет верным (не обратится в тождество).

Второй закон Ньютона является одним из важнейших законов природы. Мы будем использовать этот закон при выводе многих других законов и при решении большого числа задач. Поэтому необходимо подробно разобраться, что́ утверждает второй закон Ньютона и какие выводы можно сделать о причинах движения тела на основании этого закона. Для этого проведём его анализ.

I. Представим себе, что на какое-то тело не действуют другие тела или сумма всех действующих на него сил равна нулю. Тогда числитель дроби равен нулю. Следовательно,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{0}{m} = 0.$$

В этом случае ускорение такого тела равно нулю. Иначе говоря, скорость тела не изменяется со временем, а значит, это тело движется равномерно прямолинейно (или покоится) в ИСО.

Заметим, что если ускорение тела в ИСО равно нулю, то сумма всех действующих на него сил также равна нулю. То есть если в выражение $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ подставить $\vec{a} = 0$, то мы получим $\vec{F} = 0$.

II. Теперь отметим, что направление суммы $\vec{F}$ всех действующих на тело сил совпадает с направлением его ускорения $\vec{a}$ в ИСО. Поэтому в выбранной системе отсчёта значение F суммы всех действующих на тело сил и значение его ускорения a *всегда* имеют одинаковые знаки: если $F > 0$, то и $a > 0$, и наоборот, при $F < 0$ и $a < 0$.

Поэтому второй закон Ньютона можно записать в виде соотношения между значениями суммы всех сил, действующих на тело, и его ускорения:

$$a = \frac{F}{m}.$$

III. Исследуем теперь, как будет изменяться значение ускорения a тела при изменении значения F суммы всех действующих на него сил.

Если увеличить значение F, например, в два раза, то в два раза увеличится числитель дроби, стоящей в правой части. Так как знаменатель дроби m при этом не изменяется, то в два раза увеличится значение ускорения a тела.

Понятно, что если F уменьшить, например, в 10 раз, то при неизменной массе m уменьшится в 10 раз и значение a. Одним словом, *во сколько раз увеличивается (уменьшается) значение суммы всех действующих на тело сил, во столько же раз увеличивается (уменьшается) значение его ускорения a.* В этом случае говорят, что значение ускорения тела пропорционально значению суммы всех действующих на тело сил: $a \sim F$.

IV. Теперь посмотрим, что будет происходить со значением ускорения тела, если изменять его массу, оставляя значение суммы всех действующих на него сил неизменным.

Пусть массу тела *увеличили*, например, в 10 раз. Тогда знаменатель m дроби в правой части увеличится в 10 раз. Так как числитель дроби остаётся неизменным, то в 10 раз *уменьшится* значение ускорения a тела.

Наоборот, если при неизменной сумме сил *уменьшить* массу тела, например, в два раза, то значение ускорения этого тела *увеличится* в два раза. Таким образом, *во сколько раз* ***увеличивается*** *(уменьшается) масса тела m при неизменной сумме действующих на него сил, во столько раз* ***уменьшается*** *(увеличивается) значение ускорения тела*. В этом случае говорят, что значение ускорения тела *обратно пропорционально* массе m этого тела:

$$a \sim \frac{1}{m}.$$

! Выражение $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ верно только в инерциальных системах отсчёта.

Поясним это на двух примерах.

Пример 1. Имеется кирпич, который лежит на поверхности Земли, как показано на рис. 86. В системе отсчёта, связанной с Землёй, он покоится. Так как система отсчёта, связанная с Землёй, является инерциальной и кирпич в этой системе отсчёта имеет нулевое ускорение, мы можем сделать следующий вывод: *сумма всех сил, действующих на кирпич, равна нулю*.

Теперь посмотрим на этот кирпич из системы отсчёта, связанной со свободно падающим камнем (рис. 87). В этой системе отсчёта падающий камень покоится, а Земля движется с ускорением $\vec{g}$ в положительном направлении оси X' (вверх). Вместе с Землёй с ускорением $\vec{g}$ в том же направлении движется лежащий кирпич. Вместе с тем мы уже знаем, что сумма всех сил, действующих на этот кирпич, равна нулю. Получается, что в системе отсчёта X' лежащий на земле кирпич движется с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, несмотря

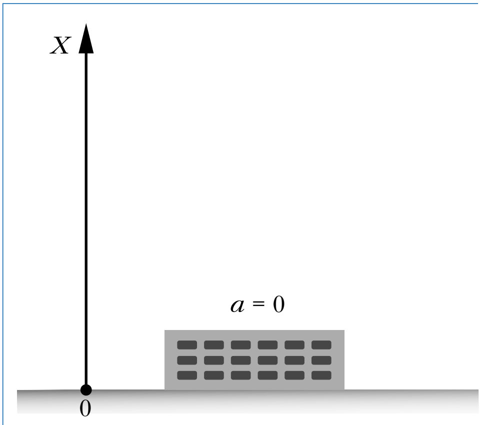


Рис. 86 В системе отсчёта, связанной с Землёй, лежащий кирпич имеет нулевое ускорение

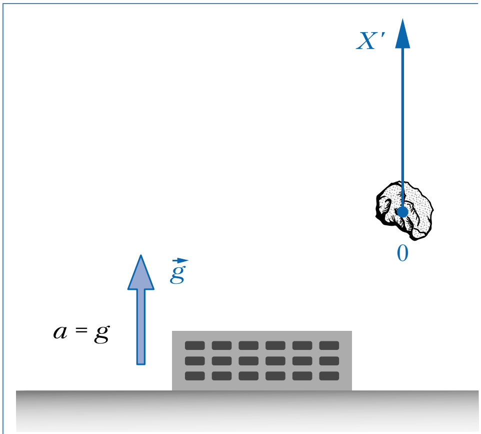


Рис. 87 В системе отсчёта, связанной со свободно падающим камнем, Земля и кирпич движутся с ускорением g

на то что сумма всех действующих на него сил равна нулю. Следовательно, в этой системе отсчёта $m \cdot \vec{a} \neq \vec{F}$. Значит, *система отсчёта, связанная со свободно падающим камнем, является неинерциальной.*

Пример 2. На рис. 88 изображён автобус, резко затормозивший перед сидящим на дороге котом. В результате резкого торможения пассажиры автобуса, которые не держались за поручни, попа́дали вперёд (относительно автобуса). Рассмотрим ситуацию вначале с точки зрения человека, стоящего у обочины дороги (в инерциальной системе отсчёта). На автобус действовала тормозящая сила со стороны дороги, направленная горизонтально в отрицательном направлении оси X. Поэтому скорость автобуса стала уменьшаться. На пассажиров, которые при движении *ни за что не держались*, в горизонтальном направлении (вдоль оси X') не действовали никакие силы. Поэтому они продолжили движение вперёд с постоянной скоростью в инерциальной системе отсчёта.

Рассмотрим движение пассажиров в системе отсчёта, неподвижной относительно автобуса. Как уже отмечалось, в горизонтальном направлении на пассажиров не действуют никакие силы. Однако в какой-то момент времени их «бросило» вперёд. Иначе говоря, в этой системе отсчёта (относительно автобуса) их ускорение стало отлично от нуля. Соотношение $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

Рис. 88 Соотношение $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ выполняется в системе отсчёта, связанной с Землёй (наблюдателем), и не выполняется в системе отсчёта, связанной с тормозящим автобусом в этом случае не выполняется. Следовательно, система отсчёта, связанная с тормозящим автобусом, не является инерциальной.

Таким образом, мы ещё раз убедились, что системы отсчёта, связанные с телами, которые движутся относительно Земли (т. е. относительно инерциальной системы отсчёта) с ускорением, не являются инерциальными.

Итоги

Второй закон Ньютона.
В инерциальной системе отсчёта ускорение $\vec{a}$ точечного тела равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на это тело сил к его массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Зная ускорение $\vec{a}$ тела массой m в инерциальной системе отсчёта, сумму всех сил $\vec{F}$, действующих на это тело, можно найти по формуле: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

Вопросы

1. Сформулируйте второй закон Ньютона.
2. Что можно сказать о массах двух покоящихся тел, если при действии на них равными силами тела приобретают в ИСО равные ускорения?
3. Как изменится значение ускорения тела, если при неизменной сумме действующих на тело сил его масса: а) увеличится в 2 раза; б) уменьшится в 5 раз?
4. В каких системах отсчёта выполняется соотношение $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$?

Упражнения

1. Тело массой m движется в положительном направлении оси X с постоянной скоростью $\vec{v}_0$ в ИСО. В некоторый момент времени t_0 на это тело начинает действовать постоянная сила $\vec{F}$, направленная в положительном направлении оси X. Ответьте на вопросы и выполните задания:

а) Чему равно значение ускорения тела после момента t_0? Будет ли это ускорение постоянным?

б) Как изменится значение скорости тела (увеличится, уменьшится)? Как будет двигаться тело (разгоняться, тормозиться)?

в) Напишите закон изменения значения скорости тела от времени.

2 Ответьте на вопросы и выполните задания из упражнения 1 при условии, что на то же тело в момент времени t_0 начинает действовать сила $\vec{F}$, направленная в отрицательном направлении оси X.

3 Чему равно значение силы, разгоняющей автомобиль массой $m = 1$ т $= 1000$ кг, если значение его ускорения относительно дороги $a = 4$ м/с^2?

4 Определите значение постоянной силы торможения, необходимой для остановки за время $t = 4$ с автомобиля, который двигался относительно дороги со скоростью $v_0 = 72$ км/ч. Масса автомобиля $M = 2$ т.

Сформулируйте гипотезу о зависимости времени торможения от модуля постоянной тормозящей силы. Обоснуйте её, используя второй закон Ньютона.

5 На первоначально покоившееся в ИСО тело массой $m = 10$ кг начинает действовать постоянная сила, значение которой равно:

а) $F = 100$ Н; б) $F = 200$ Н; в) $F = 1000$ Н.

Определите значения ускорения тела и его скорости через $t = 1$ с и через $t = 2$ с после начала движения.

6 Определите значения ускорений в ИСО тела массой $m = 2$ кг, если на него действуют силы:

а) $\left|\vec{F}_1\right| = 20$ Н в положительном направлении оси X и $\left|\vec{F}_2\right| = 10$ Н в отрицательном направлении оси X;

б) $\left|\vec{F}_1\right| = 30$ Н и $\left|\vec{F}_2\right| = 10$ Н, направленные в положительном направлении оси X;

в) $\left|\vec{F}_1\right| = 20$ Н в положительном направлении оси X и $\left|\vec{F}_2\right| = 40$ Н в отрицательном направлении оси X.

7 Получите зависимость изменения значения скорости $v(t)$ и закон движения тела из упражнения 6. До начала действия силы тело покоилось в ИСО, $x_0 = 0$.

***8** Грузовой автомобиль массой $M = 5$ т движется по дороге со скоростью, значение которой $v_0 = 54$ км/ч в ИСО. В некоторый момент водитель нажимает на педаль тормоза, и на автомобиль со стороны дороги начинает действовать постоянная тормозящая сила, модуль которой равен 25 кН. Определите: а) ускорение автомобиля (модуль и направление); б) время торможения автомобиля до полной остановки; в) длину тормозного пути.

§ 33 Взаимодействие тел. Третий закон Ньютона

Представьте себе, что вы поднимаете гирю, действуя на неё рукой с некоторой силой $\vec{F}_{гр}$, направленной вверх (рис. 89). В этом случае вы почувствуете, что гиря тоже действует на вашу руку. При этом гиря будет тянуть вашу руку вниз с силой $\vec{F}_{рг}$. **К**

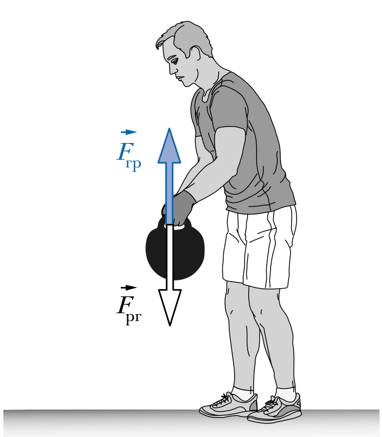


Рис. 89

Оказывается, *силы в природе всегда возникают парами*. Если первое тело действует на второе, то второе тело действует на первое. Таким образом, действие двух тел друг на друга всегда имеет взаимный характер. При этом говорят, что *два тела взаимодействуют друг с другом*. Отметим, что силы взаимодействия приложены к разным телам.

Эти силы подчиняются конкретным правилам, которые Ньютон сформулировал в виде фундаментального закона природы. В настоящее время этот закон называют **третьим законом Ньютона**.

Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:
1) равными по модулю;
2) противоположными по направлению;
3) лежащими на одной прямой.

Строго говоря, в третьем законе Ньютона также сказано, что *силы взаимодействия двух тел всегда являются силами одной природы*. Но об этом мы поговорим с вами позднее, когда изучим виды существующих в природе сил.

Подчеркнём ещё раз, что силы, о которых говорится в третьем законе Ньютона, *приложены к разным телам*, т. е. к телам, которые взаимодействуют друг с другом. Поэтому *эти силы не могут уравновесить друг друга*.

! Силы взаимодействия двух тел приложены к разным телам и поэтому не уравновешивают друг друга.

К Индексы «г» (гиря) и «р» (рука) в записи $\vec{F}_{гр}$ означают, что эта сила действует на *гирю* (первый индекс) со стороны *руки* (второй индекс). Соответственно индексы «р» и «г» в записи силы $\vec{F}_{рг}$ означают, что эта сила действует *на руку* (первый индекс) со стороны *гири* (второй индекс). Такую систему обозначения сил взаимодействия двух тел мы будем использовать и в дальнейшем.

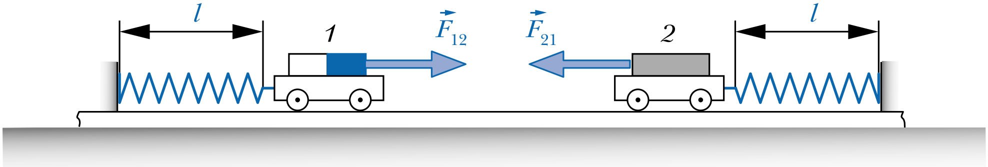


Рис. **90** Силы взаимного притяжения магнита и куска железа равны по модулю. Поэтому одинаковые пружины, уравновешивающие эти силы, растянуты одинаково

Обратим внимание на то, что, в отличие от второго закона Ньютона, в котором речь идёт об одном теле, в третьем законе речь идёт о двух взаимодействующих друг с другом телах.

Применим третий закон Ньютона к силам, изображённым на рис. 89.

В соответствии с первым пунктом $\left|\vec{F}_{\text{рг}}\right| = \left|\vec{F}_{\text{гр}}\right|$. То есть модуль силы, с которой на руку действует гиря, равен модулю силы, с которой на гирю действует рука.

В соответствии со вторым пунктом $\vec{F}_{\text{гр}} = -\vec{F}_{\text{рг}}$. Действительно, сила $\vec{F}_{\text{гр}}$, с которой рука действует на гирю, направлена вверх, а сила $\vec{F}_{\text{рг}}$, с которой гиря действует на руку, направлена в противоположную сторону — вниз.

Как вы уже знаете, два тела могут взаимодействовать друг с другом не только при касании, но и на расстоянии. Например, кусок магнита *1* и железа *2* (рис. 90), расположенные на разных тележках, притягиваются друг к другу. При этом силы их взаимодействия удовлетворяют третьему закону Ньютона: они равны по модулю $\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right|$, противоположны по направлению $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ и лежат на одной прямой.

Со временем мы убедимся в том, что с помощью второго и третьего законов Ньютона можно вывести большинство законов механики и решать практически все механические задачи. Уже в следующей главе, посвящённой видам сил в механике, вы увидите, насколько эффективно использование законов Ньютона.

Поясним, как надо использовать законы Ньютона при решении задач, на следующем простом примере.

На рис. 91 изображён локомотив, толкающий перед собой вагон массой $m = 40$ т по горизонтальному участку железнодорожного пути. В результате действия локомотива вагон движется по рельсам с ускорением, модуль которого $|\vec{a}| = 1$ м/с^2. Найдём силу $\vec{F}_{\text{лв}}$, действующую на локомотив со стороны вагона, считая, что в горизонтальном направлении других действий на вагон нет.

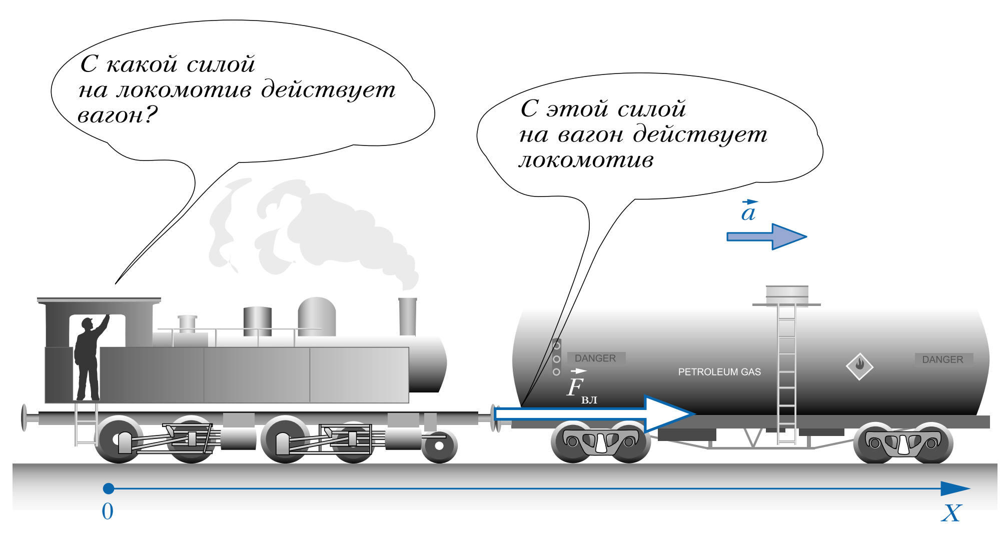


Рис. 91

Решение. Выберем систему отсчёта, связанную с рельсами: направим ось X по ходу движения локомотива. Поскольку рельсы неподвижны относительно Земли, связанную с ними систему отсчёта можно считать инерциальной. Будем считать вагон и локомотив точечными телами. Направление ускорения вагона совпадает с положительным направлением оси X. Поэтому значение a этого ускорения положительно, а значение $F_{вл}$ силы, действующей на вагон со стороны локомотива, согласно второму закону Ньютона удовлетворяет соотношению $m \cdot a = F_{вл}$. Следовательно,

$$F_{вл} = m \cdot a = 40\,000 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 40 \text{ кН}.$$

Теперь можно определить силу $\vec{F}_{лв}$, действующую на локомотив со стороны вагона. Согласно третьему закону Ньютона модуль этой силы равен найденному нами значению $F_{вл}$. Направлена же сила $\vec{F}_{лв}$ противоположно силе $\vec{F}_{вл}$, т. е. противоположно направлению ускорения $\vec{a}$ вагона.

Итоги

Если первое тело действует на второе, то второе тело при этом действует на первое. Про такие тела говорят, что они взаимодействуют друг с другом.

Третий закон Ньютона.
Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:
1) равными по модулю;

2) противоположными по направлению;
3) лежащими на одной прямой.

Кратко этот закон может быть записан в виде: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, где $\vec{F}_{12}$ — сила, действующая на первое тело со стороны второго тела, $\vec{F}_{21}$ — сила, действующая на второе тело со стороны первого.

Силы, о которых говорится в третьем законе Ньютона, *приложены к разным телам*, т. е. к телам, которые взаимодействуют друг с другом. Поэтому *эти силы не могут уравновесить друг друга*.

Вопросы

1. Приведите примеры взаимодействующих тел.
2. Сформулируйте третий закон Ньютона.
3. Какими свойствами обладают силы взаимодействия?
4. Могут ли силы взаимодействия уравновесить друг друга?
5. Чему равна сумма сил взаимодействия двух тел?

Упражнения

1. Определите силу (модуль и направление), с которой давит на спинку сиденья водитель массой $m = 80$ кг, если его автомобиль разгоняется по прямолинейному горизонтальному участку дороги с ускорением $a = 4$ м/с^2. Считайте, что в горизонтальном направлении на водителя действует только спинка сиденья.
2. Определите, с какой силой действует на ремень безопасности водитель массой $m = 100$ кг, если после нажатия на педаль тормоза его автомобиль сбрасывает скорость от 108 км/ч до нуля за 6 с на прямолинейном горизонтальном участке дороги. Считайте, что в горизонтальном направлении на водителя действует только ремень безопасности.

Глава 3 Силы в механике

Как вы знаете, в механике сила характеризует действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в инерциальной системе отсчёта. В этой главе мы познакомимся с различными силами, которые встречаются в механике, и рассмотрим их свойства. Чтобы при изучении этих свойств избежать ошибок в применении законов Ньютона, нужно, рассматривая ту или иную силу, ответить на четыре вопроса:

1. На какое тело действует данная сила?

2. Какое тело действует с этой силой? (Если нельзя указать такое тело, то не может быть и предполагаемой силы!)

3. Чему равен модуль интересующей нас силы?

4. Куда направлена эта сила?

Отметим, что в дальнейшем к этим четырём вопросам добавятся ещё два: к какой точке тела приложена данная сила и какова её природа? Сейчас же, пока рассматриваются лишь точечные тела, мы будем говорить, что все силы приложены просто к телу.

§ 34 Сила тяжести

Изучая свободное падение тел (*см.* § 26), мы отмечали, что любое достаточно тяжёлое и малое по размерам тело, отпущенное из состояния покоя вблизи поверхности Земли, будет совершать свободное падение — двигаться с ускорением $\vec{g}$ относительно Земли. Напомним, что ускорение свободного падения направлено вертикально вниз, а его модуль принимается нами равным 10 м/с^2.

Из повседневного опыта вы знаете, что для того, чтобы удерживать камень неподвижным относительно Земли, нужно приложить к нему определённую силу. Поскольку камень при этом остаётся неподвижным в инерциальной системе отсчёта, сумма действующих на него сил равна нулю. Как только камень будет отпущен, он начнёт падать вертикально вниз с ускоре-

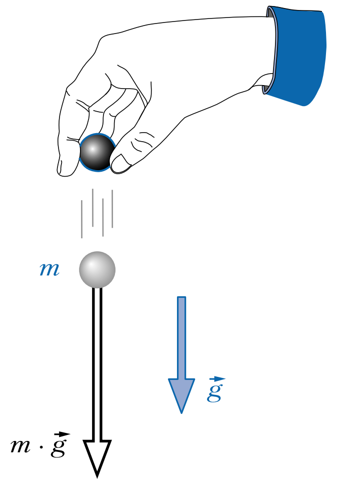


Рис. 92

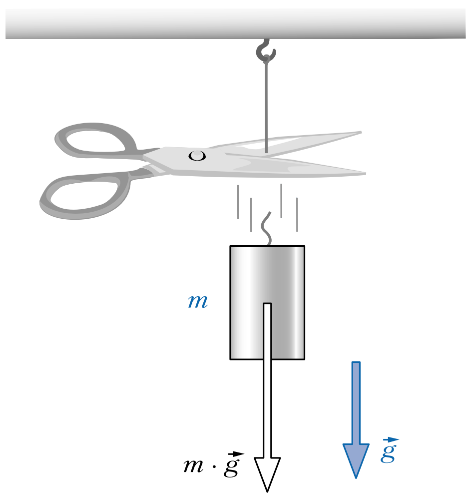


Рис. 93

нием $\vec{g}$, как показано на рис. 92. Так же начнёт падать и грузик отвеса, если перерезать нить, на которой он подвешен (рис. 93). Основываясь на втором законе Ньютона и считая неподвижную относительно Земли систему отсчёта инерциальной, можно объяснить падение тел следующим образом. После отпускания камня и перерезания нити отвеса компенсирующее действие руки на камень и нити подвеса на грузик прекратилось. В результате каждое из этих тел начало двигаться под действием некоторой силы. По второму закону Ньютона эта сила равна в каждом случае произведению массы тела на ускорение свободного падения. Эту силу называют *силой тяжести*.

! На любое тело массой m, находящееся вблизи поверхности Земли, всегда действует сила тяжести $\vec{F}_т = m \cdot \vec{g}$. Направление силы тяжести совпадает с направлением ускорения свободного падения.

Из сказанного следует, что

свободное падение — это движение тела под действием только силы тяжести.

Действие силы тяжести связано с притяжением этого тела к Земле. Более подробно о происхождении силы тяжести мы будем говорить в старших классах. Здесь же отметим, что между любыми телами всегда действуют силы притяжения (тяготения). Эти силы называют *силами всемирного тяготения* или *гравитационными силами*.

Все тела на Земле и во Вселенной притягиваются друг к другу. Почему же мы не ощущаем притяжения большинства тел? Почему, например, притяжение Земли чувствуется на каждом шагу, а даже громадные горы «притягивают» к себе разве что альпинистов? Дело в том, что если подсчитать, какую долю от силы притяжения Земли, действующей на человека, составляет, например, сила притяжения Эвереста, то окажется, что она составляет около тысячной доли процента. Модули сил гравитационного взаимодействия двух взрослых людей, находящихся друг от друга на расстоянии одного метра, равны примерно 0,00000003 Н. Это очень маленькая величина. Огромными гравитационные силы становятся, когда они вызваны космическими объектами с очень большими массами. Например, Земля и Луна за счёт гравитационного взаимодействия притягиваются друг к другу с силами, модули которых равны примерно $2 \cdot 10^{17}$ Н. За счёт притяжения Земли Луна является спутником нашей планеты. А в результате притяжения Луны на Земле происходят морские приливы и отливы.

Силы гравитационного взаимодействия определяют движение небесных тел, заставляют звёздные системы объединяться в галактики, а галактики — во Вселенную.

Итоги

На любое тело массой m, находящееся вблизи поверхности Земли, всегда действует сила тяжести $\vec{F}_т = m \cdot \vec{g}$. Направление силы тяжести совпадает с направлением ускорения свободного падения (вертикально вниз).

Свободное падение — это движение тела под действием только силы тяжести.

Между любыми телами действуют *гравитационные силы* притяжения, называемые также *силами тяготения*.

На Земле действие силы тяжести на тело обусловлено гравитационным взаимодействием этого тела с Землёй. Действием на данное тело гравитационных сил со стороны земных объектов можно пренебречь, так как по сравнению с гравитационным действием Земли оно чрезвычайно мало.

Вопросы

1. Что такое сила тяжести? Чему она равна? Приведите примеры действия силы тяжести.

2 Чем вызвано действие силы тяжести на тело вблизи поверхности Земли?

3 Дайте определение свободного падения.

4 Как зависят силы гравитационного притяжения от масс взаимодействующих тел?

5 Является ли движение приземляющегося парашютиста с открытым парашютом свободным падением?

6 На какие четыре вопроса надо уметь отвечать, рассматривая силу в механике?

Упражнения

1 Определите силу тяжести, действующую: а) на человека массой $m = 100$ кг; б) на автомобиль массой $M = 1{,}5$ т; в) на монету массой $m = 5$ г.
Модуль ускорения свободного падения считайте равным 10 м/с^2.

2 Опишите действующую на вас силу тяжести, ответив на четыре вопроса, сформулированные во введении к этой главе.

3 Чему равно ускорение Земли относительно совершающего свободное падение камня?

4 Оцените ускорение Земли относительно инерциальной системы отсчёта, вызванное действием на Землю свободно падающего камня массой $m = 1$ кг. Массу Земли считайте равной $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг.
Указания: система отсчёта, связанная с Землёй, в этой задаче не может считаться инерциальной. Поэтому задачу надо решать в ИСО, связанной не с Землёй, а с каким-нибудь удалённым небесным телом (одной из звёзд). Воспользуйтесь третьим законом Ньютона для взаимодействующих камня и Земли, затем воспользуйтесь вторым законом Ньютона для Земли.

§ 35 Сила упругости

Как вы уже знаете, при действии на точечное тело силы оно приобретает ускорение в инерциальной системе отсчёта. Если же сумма всех сил, действующих на точечное тело, равна нулю, то его ускорение в ИСО равно нулю. Точно так же в ИСО будет равно нулю ускорение точеч-

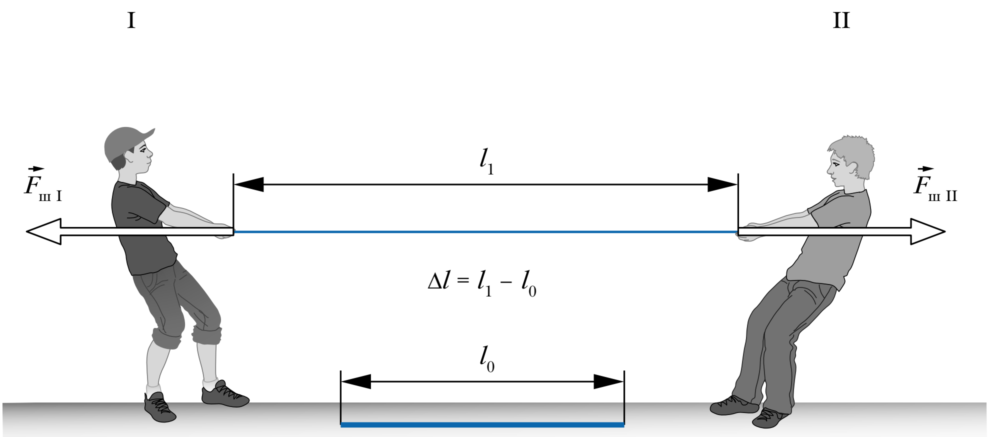


Рис. **94** Действие на шнур двух равных сил, направленных в противоположные стороны, приводит к деформации тела. Мерой деформации шнура является его удлинение

ного тела, если на него не действуют никакие силы. Причём отличить эти две ситуации и сказать, какая из них имеет место, невозможно. Однако отличие может проявиться, если тело не является точечным, а действующие силы приложены к разным точкам этого тела.

Поясним сказанное на примере. Пусть два мальчика возьмут за концы лежащий на полу очень лёгкий резиновый шнур длиной l_0 и начнут постепенно его растягивать в противоположные стороны, прикладывая к нему всё бóльшие и бóльшие усилия (рис. 94). Обозначим силу, с которой действует первый мальчик на шнур, $\vec{F}_{\text{ш I}}$, а силу действия на шнур второго мальчика — $\vec{F}_{\text{ш II}}$. Пусть модули этих сил, возрастая, всё время остаются равными друг другу. В этом случае шнур *в целом* будет оставаться неподвижным относительно Земли, хотя его разные участки начнут постепенно смещаться друг относительно друга по мере увеличения усилий со стороны мальчиков. Длина шнура будет постепенно увеличиваться. Про растянутый шнур говорят, что он находится *в деформированном состоянии*, или, более точно, *шнур испытывает деформацию растяжения*.

Когда модули сил станут достаточно большими, шнур вытянется в «струнку» и его длина станет равной l_1. Таким образом, если к протяжённому телу *в разных его точках* приложены две равные по модулю и противоположно направленные силы, то размеры тела изменяются, в нём возникают деформации.

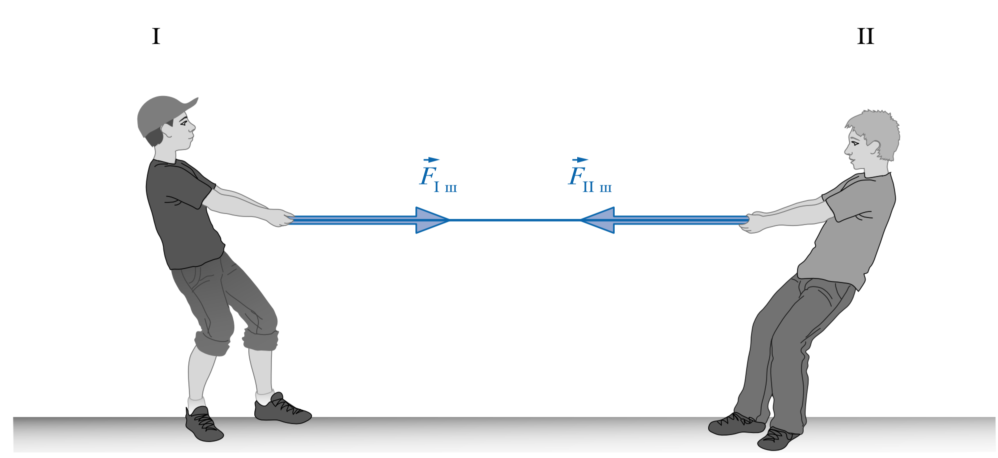


Рис. **95** Силы упругости «стягивают» мальчиков, стремясь вернуть шнур в недеформированное состояние

Деформацию растяжения шнура характеризуют его удлинением — величиной $\Delta l = l_1 - l_0$.

По третьему закону Ньютона в любой момент времени со стороны шнура на мальчиков будут действовать силы $\vec{F}_{\text{I ш}}$ и $\vec{F}_{\text{II ш}}$. По модулю они будут равны силам действия мальчиков: $\vec{F}_{\text{I ш}} = -\vec{F}_{\text{ш I}}$ и $\vec{F}_{\text{II ш}} = -\vec{F}_{\text{ш II}}$.

Силы, действующие со стороны шнура, называют *силами упругости*. Деформированный шнур «стягивает» мальчиков, стремясь вернуться в недеформированное, исходное состояние (рис. 95).

! **Деформированное тело стремится вернуться в исходное состояние и действует на деформирующие его тела силами упругости.**

Наряду с деформацией растяжения могут существовать деформации и других видов. Например, при сжатии пружины её длина уменьшается, возникает *деформация сжатия*, и силы упругости стремятся «растолкнуть» вызывающие сжатие тела (рис. 96). При изгибе стержня возникает *деформация изгиба* (рис. 97) и т. п.

Если после исчезновения сил, вызывающих те или иные деформации, тело *возвращается в исходное (недеформированное) состояние*, то такие деформации называют *упругими*. Если же тело *не возвращается* в исходное состояние, то говорят, что деформации тела были *пластическими (неупругими)*. Пластические деформации имеют место, например, при изгибании, ковке, штамповке изделий из металлов и пластмасс, лепке из глины и пластилина.

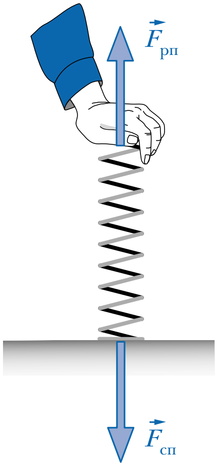


Рис. **96** Пружина, упирающаяся в стол, сжата действием руки и стола. Силы упругости стремятся «растолкнуть» тела, вызвавшие деформацию

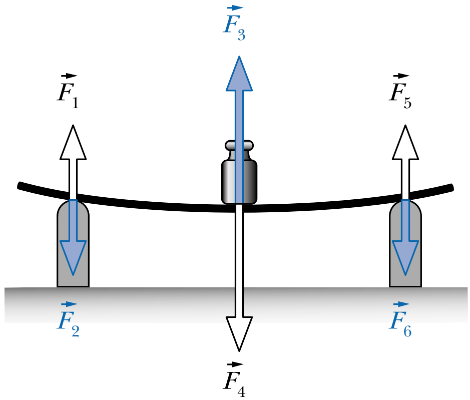


Рис. **97** Стержень под действием гири и двух опор изгибается в поперечном направлении

Итоги

Если *к разным точкам* протяжённого тела приложены разные (по направлению и модулю) силы, то в теле возникают *деформации*.

Деформированное тело стремится вернуться в исходное состояние и действует на деформирующие его тела *силами упругости*.

Если после исчезновения деформирующих сил тело возвращается в исходное (недеформированное) состояние, то такие деформации называют *упругими*.

Если же после исчезновения деформирующих сил тело не принимает первоначальной формы, то деформации тела называют *неупругими* или *пластическими*.

Деформации могут быть разных видов: растяжение, сжатие, изгиб и другие.

Вопросы

1 Перечислите известные вам виды деформаций.
2 Чем отличаются упругие деформации от пластических? Приведите примеры упругих и пластических деформаций.
3 Как называются силы, с которыми деформированное тело действует на деформирующие его тела?

Упражнения

1 Сожмите между ладонями теннисный мяч, удерживая его неподвижно относительно Земли. Зарисуйте схему эксперимента, укажите на ней направления деформирующих сил и сил упругости.
2 В каком из показанных на рис. 98 случаев деформация (сжатие) пружины будет больше? Стрелками изображены силы, прикладываемые мальчиками к одной и той же пружине.

Рис. 98

3 Как соотносятся модули сил, показанных на рис. 97:
а) $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$; б) $\vec{F}_3$ и $\vec{F}_4$; в) $\vec{F}_5$ и $\vec{F}_6$?
Равны ли суммы сил $\vec{F}_1 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$ и $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_6$?
Указание: стержень считать неподвижным относительно Земли, массой стержня пренебречь.

§ 36 Зависимость силы упругости от деформации. Закон Гука

Зависимость сил упругости от деформации была установлена экспериментально английским физиком Робертом Гуком (1635–1703) в середине XVII в. Давайте и мы обратимся к опыту.

Подвесим к потолку лёгкий резиновый шнур длиной l_0 (рис. 99, *а*). К нижнему концу шнура прикрепим груз небольшой массы m. Начнём постепенно отпускать груз, чтобы он медленно двигался вниз, а шнур всё больше и больше растягивался. Когда мы перестанем удерживать груз, длина шнура станет равной l_1, а груз будет висеть неподвижно в системе отсчёта, связанной с Землёй (рис. 99, *б*). Величина $\Delta l_1 = l_1 - l_0$ будет *удлинением* шнура.

Определим силу, с которой тело массой m действует на шнур. Для этого воспользуемся известными нам законами Ньютона. Так как ускорение груза равно нулю, то согласно второму закону Ньютона сумма всех сил, действующих на груз, равна нулю. Иначе говоря, силы, действующие на груз, скомпенсировали (уравновесили) друг друга. Выясним, какие это силы. Во-первых, как мы уже знаем, на груз действует сила тяжести, равная по модулю $m \cdot g$ и направленная вертикально вниз в отрицательном направлении оси X. Во-вторых, на груз действует сила упругости растянутого шнура. Именно эта сила компенсирует (уравновешивает) действие силы тяжести. Запишем второй закон Ньютона для груза с учётом того, что его ускорение равно нулю, а сила тяжести направлена в отрицательном направлении оси X:

$$0 = F_{\text{упр}} - m \cdot g.$$

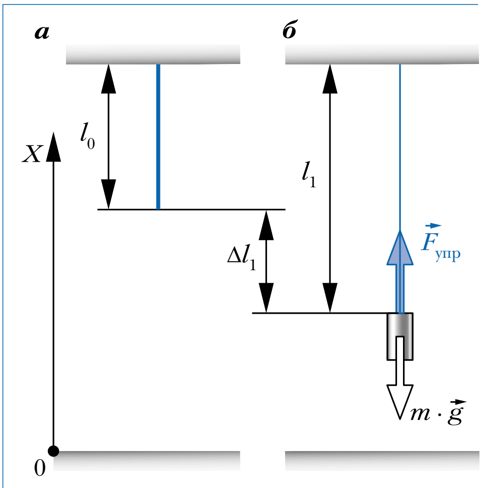


Рис. 99 На груз, растянувший шнур, действует сила тяжести со стороны Земли и сила упругости со стороны шнура. Эти силы компенсируют друг друга, и груз остаётся неподвижным

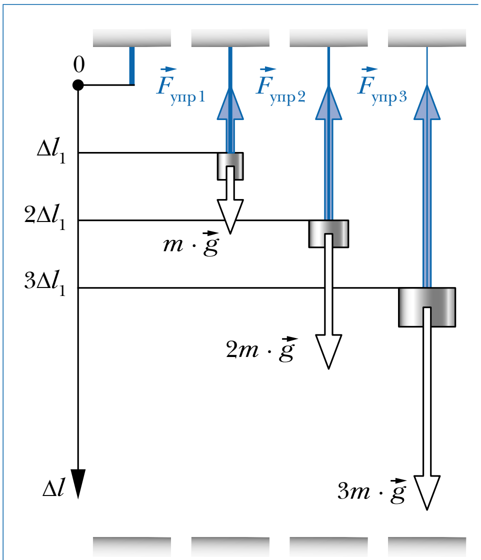


Рис. 100 При упругих деформациях шнура увеличение массы груза в n раз увеличивает удлинение шнура в n раз

Следовательно, значение силы упругости $F_{упр} = m \cdot g$, т. е. положительно. Поэтому сила упругости шнура, действующая на груз, направлена в положительном направлении оси X — вертикально вверх. При этом нижний конец деформированного шнура сместился в отрицательном направлении оси X — вниз. Таким образом, сила упругости шнура направлена в сторону, противоположную вызвавшему её смещению. Иначе говоря, шнур стремится вернуться в исходное, нерастянутое состояние.

Снимем висящий груз. Если деформация шнура была упругой, то длина шнура станет первоначальной. Аккуратно подвесим на шнур груз массой $2m$. Измерим длину растянутого шнура l_2. Если шнур деформировался упруго, то удлинение шнура $\Delta l_2 = l_2 - l_0$ под действием силы $2m \cdot g$ будет равно $2\Delta l_1$ (рис. 100). Продолжая увеличивать массы подвешиваемых грузов, можно прийти к следующему выводу: при упругих деформациях шнура увеличение в n раз массы подвешиваемого груза приводит к увеличению удлинения шнура также в n раз. Следовательно, удлинение шнура при упругих деформациях пропорционально модулю силы упругости.

! При упругих деформациях отношение модуля силы упругости $\left|\vec{F}_{упр}\right|$ к удлинению шнура Δl является постоянным. Это отношение характеризует упругие свойства деформируемого тела и называется *коэффициентом жёсткости (жёсткостью)* этого тела.

Обычно коэффициент жёсткости обозначают латинской буквой k. Так как перемещение $\Delta\vec{l}$ незакреплённого конца шнура направлено в сторону, противоположную силе $\vec{F}_{упр}$, этот факт часто записывают в виде:

$$\vec{F}_{упр} = -k \cdot \Delta\vec{l}.$$

Гук опытным путём установил:

для любого тела при упругих деформациях эти деформации прямо пропорциональны вызывающим их силам.

$$\boldsymbol{F = k \cdot \Delta l}$$

Это утверждение называют **законом Гука**.

Понятно, что в СИ жёсткость тела измеряют в *ньютонах на метр* (Н/м).

Отметим, что в шнуре или нити силы упругости возникают лишь при попытке увеличить их длину (растянуть). В пружинах и стержнях силы упругости возникают не только при их растяжении, но и при сжатии.

При упругих деформациях сжатия и растяжения жёсткость тела не изменяется. Поскольку при растяжении длина тела увеличивается, а при сжатии уменьшается, в первом случае удлинение тела считают положительным ($\Delta l > 0$), а во втором — отрицательным ($\Delta l < 0$). Значение силы, деформирующей тело, считают положительным, если тело растягивают, и отрицательным, если его сжимают. На рис. 101 приведена зависимость значения F деформирующей силы от отношения деформации Δl пружины к первоначальной длине l_0.

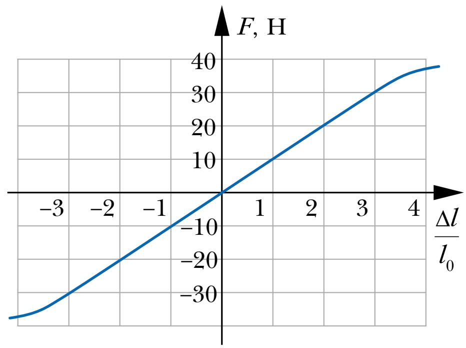


Рис. **101**

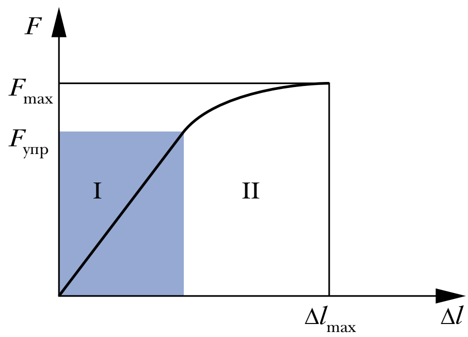


Рис. **102** График зависимости модуля деформирующих сил от удлинения шнура

Эксперименты показывают, что для любого тела существует определённое критическое значение модуля деформирующих его сил $F_{кр}$, начиная с которого деформации тела перестают быть упругими. То есть после прекращения действия деформирующих сил, модули которых превышали $F_{кр}$, размеры (и форма) тела *не возвращаются к исходным*. В этом случае в теле остаются остаточные деформации. При действии на тело таких сил его жёсткость перестаёт быть постоянной (возможно даже разрушение тела).

На рис. 102 показан примерный вид графика зависимости модуля деформирующих сил F от удлинения шнура Δl. Обратим внимание на то, что на этом графике выделяются две области. В пределах области I график имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат. Эту область называют областью *малых деформаций* или *малых деформирующих сил*. В этой области выполняется закон Гука. Область II – *область больших деформаций*, или *больших деформирующих сил*, ограничена точкой (Δl_{max}, F_{max}), в которой происходит разрыв шнура. В этой области зависимость силы упругости от величины деформаций не является линейной.

В области I деформации шнура являются *упругими*, в области II – *пластическими*.

Итоги

Закон Гука.
Для любого тела при упругих деформациях эти деформации прямо пропорциональны вызывающим их силам.
$\boldsymbol{F = k \cdot \Delta l}$,
где $\boldsymbol{k}$ — коэффициент жёсткости (жёсткость) тела.

Вопросы

1 В каких случаях возникают силы упругости? Куда направлены эти силы при деформациях сжатия и растяжения? Зарисуйте примеры таких деформаций и укажите на рисунках направления действующих сил упругости.

2 Как соотносятся силы упругости и силы, вызывающие деформации?

3 Что такое жёсткость тела? При каких деформациях жёсткость тела не изменяется? Приведите примеры тел различной жёсткости.

Упражнения

1 Определите жёсткость пружины при упругих деформациях, используя рис. 101. Считайте длину недеформированной пружины $l_0 = 1$ см.

2 Определите массу груза на пружине, прикреплённой к неподвижному штативу (рис. 103). Жёсткость пружины $k = 3$ Н/см. Длина недеформированной пружины $l_0 = 5$ см.

3 Каково соотношение между силами упругости, действующими на руку и стол со стороны сжатой пружины (*см.* рис. 96), если пружина в сжатом состоянии покоится относительно Земли? Рассмотрите два случая:
а) пружина лёгкая;
*б) пружина тяжёлая.

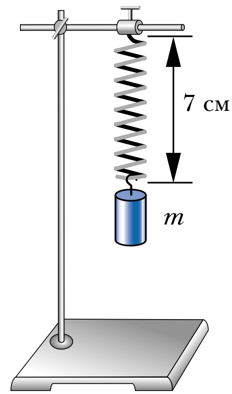


Рис. 103

§ 37 Сила реакции опоры. Вес

Положим камень на горизонтальную крышку стола, стоящего на Земле (рис. 104). Поскольку ускорение камня относительно Земли равно нулю, то по второму закону Ньютона сумма действующих на него сил равна нулю. Следовательно, действие на камень силы тяжести $m \cdot \vec{g}$ должно компенсироваться какими-то другими силами. Ясно, что под действием камня крышка стола деформируется. Поэтому со стороны стола на камень действует сила упругости. Если считать, что камень взаимодействует лишь с Землёй и крышкой стола, то сила упругости должна уравновешивать силу тяжести: $\vec{F}_{упр} = -m \cdot \vec{g}$. Эту силу упругости называют *силой реакции опоры* и обозначают $\vec{N}$. Так как ускорение свободного падения направлено вертикально вниз, сила $\vec{N}$ направлена вертикально вверх — перпендикулярно поверхности крышки стола.

Поскольку крышка стола действует на камень, то по третьему закону Ньютона и камень действует на крышку стола силой $\vec{P} = -\vec{N}$ (рис. 105). Эту силу называют *весом*.

Весом тела называют силу, с которой это тело действует на подвес или опору, находясь относительно подвеса или опоры в неподвижном состоянии.

Сумма сил, действующих на камень:
$0 = F_{упр} - m \cdot g$ *(второй закон Ньютона)*

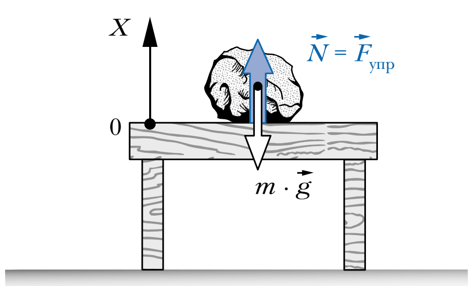


Рис. **104** Под действием камня крышка стола деформируется, и на камень действует сила упругости

Силы взаимодействия камня и стола:
$\vec{P} = -\vec{N}$ *(третий закон Ньютона)*

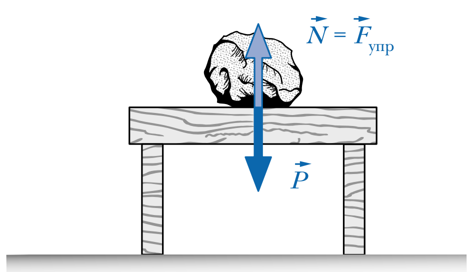


Рис. **105** С такой же по модулю силой камень действует на крышку стола. Эту силу называют *весом тела*

Ясно, что в рассмотренном случае вес камня равен силе тяжести: $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$. Это будет верно для любого тела, *покоящегося на подвесе (опоре) относительно Земли* (рис. 106). Очевидно, что в этом случае точка крепления подвеса (или опора) неподвижна относительно Земли.

! Для тела, покоящегося на неподвижном относительно Земли подвесе (опоре), вес тела равен силе тяжести.

Вес тела также будет равен действующей на тело силе тяжести в случае, если тело и подвес (опора) движутся относительно Земли *равномерно прямолинейно*.

Если же тело и подвес (опора) движутся относительно Земли *с ускорением* так, что тело остаётся неподвижным относительно подвеса (опоры), то вес тела не будет равен силе тяжести.

Рассмотрим пример. Пусть тело массой m лежит на полу лифта, ускорение $\vec{a}$ которого направлено вертикально вверх (рис. 107). Будем считать, что на тело действуют только сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ и сила реакции пола $\vec{N}$. (Вес тела действует не на тело, а на опору – пол лифта.) В системе отсчёта, неподвижной относительно Земли, тело на полу лифта движется вместе

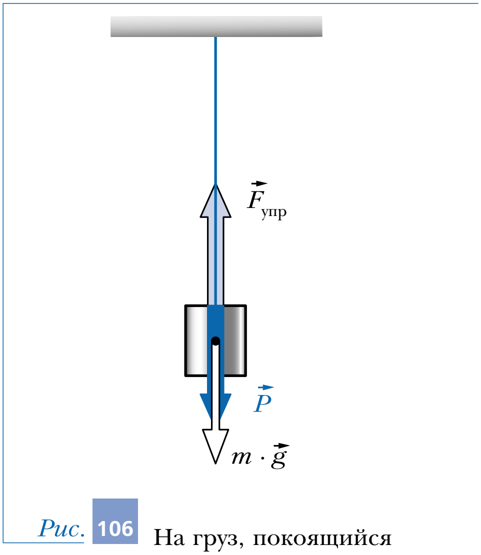


Рис. 106 На груз, покоящийся относительно Земли, действуют две силы: сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ нити подвеса. Вес тела $\vec{P}$ действует не на груз, а на нить

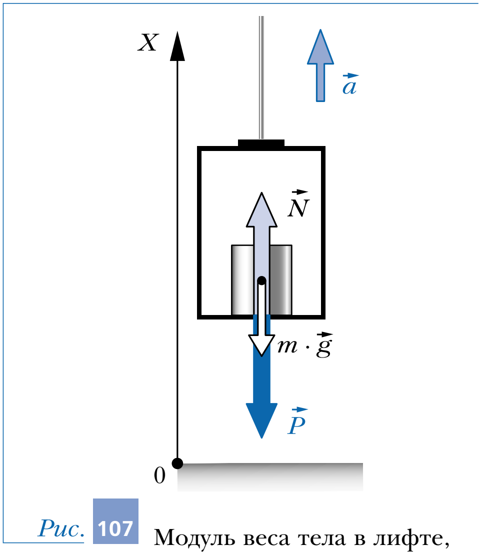


Рис. 107 Модуль веса тела в лифте, который движется с направленным вертикально вверх относительно Земли ускорением $\vec{a}$, больше модуля силы тяжести с лифтом с ускорением $\vec{a}$. В соответствии со вторым законом Ньютона произведение массы тела на ускорение равно сумме всех действующих на тело сил. Поэтому: $m \cdot a = N - m \cdot g$.

Следовательно, $N = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (g + a)$. Значит, если лифт имеет ускорение, направленное вертикально вверх, то модуль силы $\vec{N}$ реакции пола будет больше модуля силы тяжести. В самом деле, сила реакции пола должна не только скомпенсировать действие силы тяжести, но и придать телу ускорение в положительном направлении оси X.

Сила $\vec{N}$ — это сила, с которой пол лифта действует на тело. По третьему закону Ньютона тело действует на пол с силой $\vec{P}$, модуль которой равен модулю $\vec{N}$, но направлена сила $\vec{P}$ в противоположную сторону. Эта сила является весом тела в движущемся лифте. Модуль этой силы $P = N = m \cdot (g + a)$. Таким образом, *в лифте, движущемся с направленным вертикально вверх относительно Земли ускорением, модуль веса тела больше модуля силы тяжести.*

Такое явление называют *перегрузкой.*

Например, пусть ускорение $\vec{a}$ лифта направлено вертикально вверх и его значение равно g, т. е. $a = g$. В этом случае модуль веса тела — силы, действующей на пол лифта, — будет равен $P = m \cdot (g + a) = m \cdot (g + g) = 2m \cdot g$. То есть вес тела при этом будет в два раза больше, чем в лифте, который относительно Земли покоится или движется равномерно прямолинейно.

Для тела на подвесе (или опоре), движущемся с ускорением относительно Земли, направленным вертикально вверх, вес тела больше силы тяжести.

Отношение веса тела в движущемся *ускоренно* относительно Земли лифте к весу этого же тела в покоящемся или движущемся равномерно прямолинейно лифте называют *коэффициентом перегрузки* или, более кратко, *перегрузкой.*

Коэффициент перегрузки (перегрузка) — отношение веса тела при перегрузке к силе тяжести, действующей на это тело.

В рассмотренном выше случае перегрузка равна 2. Понятно, что если бы ускорение лифта было направлено вверх и его значение было равно $a = 2g$, то коэффициент перегрузки был бы равен 3.

Теперь представим себе, что тело массой m лежит на полу лифта, ускорение которого $\vec{a}$ относительно Земли направлено вертикально вниз (противоположно оси X). Если модуль a ускорения лифта будет меньше модуля ускорения свободного падения, то сила реакции пола лифта по-прежнему будет направлена вверх, в положительном направлении оси X, а её модуль будет равен $N = m \cdot (g - a)$. Следовательно, модуль веса тела будет равен

$P = N = m \cdot (g - a)$, т. е. будет меньше модуля силы тяжести. Таким образом, тело будет давить на пол лифта с силой, модуль которой меньше модуля силы тяжести.

Это ощущение знакомо каждому, кто ездил на скоростном лифте или качался на больших качелях. При движении вниз из верхней точки вы чувствуете, что ваше давление на опору уменьшается. Если же ускорение опоры положительно (лифт и качели начинают подниматься), вас сильнее прижимает к опоре.

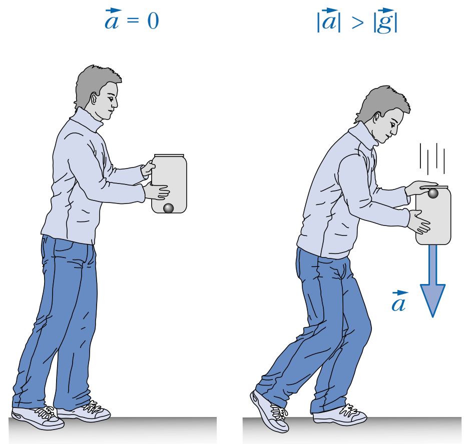


Рис. **108** Модуль ускорения банки, которую резко дёрнули вниз, больше модуля ускорения свободного падения

Если ускорение лифта относительно Земли будет направлено вниз и равно по модулю ускорению свободного падения (лифт свободно падает), то сила реакции пола станет равной нулю: $N = m \cdot (g - a) = m \cdot (g - g) = 0$. В этом случае пол лифта перестанет давить на лежащее на нём тело. Следовательно, согласно третьему закону Ньютона и *тело не будет давить на пол лифта, совершая вместе с лифтом свободное падение*. Вес тела станет равным нулю. Такое состояние называют *состоянием невесомости*.

! Состояние, при котором вес тела равен нулю, называют невесомостью.

Наконец, если ускорение лифта, направленное к Земле, станет больше ускорения свободного падения, тело окажется прижатым к потолку лифта. В этом случае вес тела изменит своё направление. Состояние невесомости исчезнет. В этом можно легко убедиться, если резко дёрнуть вниз банку с находящимся в ней предметом, закрыв верх банки ладонью, как показано на рис. 108.

Итоги

Весом тела называют силу, с которой это тело действует на подвес или опору, находясь относительно подвеса или опоры в неподвижном состоянии.

Вес тела в лифте, движущемся с направленным вертикально вверх относительно Земли ускорением, по модулю больше модуля силы тяжести. Такое явление называют *перегрузкой*.

Коэффициент перегрузки (перегрузка) — отношение веса тела при перегрузке к силе тяжести, действующей на это тело.

Если вес тела равен нулю, то такое состояние называют *невесомостью*.

Вопросы

1. Какую силу называют силой реакции опоры? Что называют весом тела?
2. К чему приложен вес тела?
3. Приведите примеры, когда вес тела: а) равен силе тяжести; б) равен нулю; в) больше силы тяжести; г) меньше силы тяжести.
4. Что называют перегрузкой?
5. Какое состояние называют невесомостью?

Упражнения

1. Семиклассник Сергей стоит на напольных весах в комнате. Стрелка прибора установилась напротив деления 55 кг. Определите модуль веса Сергея. Ответьте на остальные три вопроса об этой силе.
2. Найдите перегрузку, испытываемую космонавтом, который находится в ракете, поднимающейся вертикально вверх с ускорением $a = 3g$.
3. С какой силой действует космонавт массой $m = 100$ кг на ракету, указанную в упражнении 2? Как называется эта сила?
4. Найдите вес космонавта массой $m = 100$ кг в ракете, которая: а) стоит неподвижно на пусковой установке; б) поднимается с ускорением $a = 4g$, направленным вертикально вверх.
5. Определите модули сил, действующих на гирю массой $m = 2$ кг, которая висит неподвижно на лёгкой нити, прикреплённой к потолку комнаты. Чему равны модули силы упругости, действующей со стороны нити: а) на гирю; б) на потолок? Чему равен вес гири? *Указание:* для ответа на поставленные вопросы воспользуйтесь законами Ньютона.

***6** Найдите вес груза массой $m = 5$ кг, подвешенного на нити к потолку скоростного лифта, если: а) лифт равномерно поднимается; б) лифт равномерно опускается; в) поднимающийся вверх со скоростью $v = 2$ м/с лифт начал торможение с ускорением $a = 2$ м/с^2; г) опускающийся вниз со скоростью $v = 2$ м/с лифт начал торможение с ускорением $a = 2$ м/с^2; д) лифт начал движение вверх с ускорением $a = 2$ м/с^2; е) лифт начал движение вниз с ускорением $a = 2$ м/с^2.

§ 38 Динамометр

Динамометр (силомер) — прибор, предназначенный для измерения сил. Действие такого прибора основано на том, что упругие деформации пропорциональны прикладываемым силам.

На рис. 109 показан динамометр, используемый в школах при выполнении лабораторных работ по физике. Он состоит из пружины *1*, один конец которой прикреплён к основанию *2*. К другому концу пружины прикреплена стрелка *3* и проволока *4* с крючком на конце. На основание *2* нанесена шкала *5*, пользуясь которой можно определить силу, растягивающую пружину. Отметка «0» на шкале соответствует нерастянутому состоянию пружины. Этот динамометр предназначен для измерения сил в ньютонах. Об этом свидетельствует буква Н (или *N*) над шкалой.

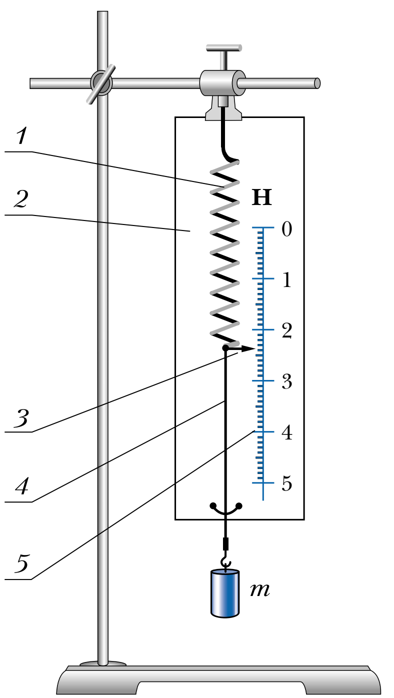


Рис. 109 Измерение силы, действующей на подвес

На шкалы динамометров цифры нанесены только против некоторых штрихов. Как же узнать значения деформирующих пружину сил, если стрелка динамометра не совпадает с оцифрованным штрихом? Для этого нужно прежде всего узнать *цену деления шкалы прибора* (т. е. на сколько изменяется значение силы, когда стрелка смещается на одно деление — расстояние между двумя соседними штрихами). После этого подсчитывают число делений между двумя соседними оцифрованными штрихами. Например, на рис. 109 между штрихами, около которых стоят цифры 2 и 3, находится 10 делений. Следовательно, цена деления этого динамометра равна $(3 - 2)/10 = 0{,}1$ Н на деление. Стрелка динамометра отстоит на 4 деления от штриха с цифрой 2. Поэтому модуль деформирующих пружину сил равен $2\ \text{Н} + 4 \cdot 0{,}1\ \text{Н} = 2{,}4\ \text{Н}$.

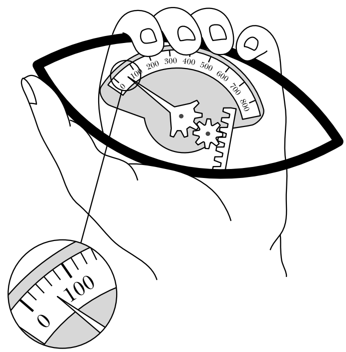


Рис. **110** Медицинский динамометр. Пружиной являются две пластины, соединённые между собой и сжимаемые рукой

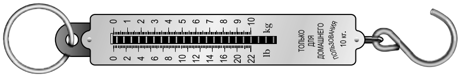


Рис. **111** Бытовой динамометр для определения массы груза не больше 10 кг

Найденное значение силы упругости не является истинным. Динамометр, как и всякий прибор, имеет погрешность. В паспорте школьного динамометра, рассчитанного на измерение сил в пределах от 0 до 5 Н, говорится, что погрешность прибора $\Delta_{\text{пр}} = 0{,}05$ Н в любом месте шкалы. С учётом погрешности отсчёта, равной $\Delta_{\text{о}} = 0{,}05$, получаем, что общая погрешность $\Delta = \Delta_{\text{пр}} + \Delta_{\text{о}} = 0{,}10$ Н. Следовательно, истинное значение измеренной силы лежит в промежутке от $(2{,}40 - 0{,}10)\ \text{Н} = 2{,}3\ \text{Н}$ до $(2{,}40 + 0{,}10)\ \text{Н} = 2{,}5\ \text{Н}$. Кратко результат измерения силы можно записать в виде: $2{,}3\ \text{Н} \leqslant F \leqslant 2{,}5\ \text{Н}$.

На рис. 110 показан *медицинский динамометр* для измерения мускульной силы руки при сжатии кисти в кулак. Имеются динамометры (рис. 111), на шкалы которых нанесены деления, позволяющие измерять массу подвешиваемого тела непосредственно в килограммах (или других единицах измерения массы). **К** В быту такие динамометры называют безменами.

Промышленность выпускает динамометры, предназначенные для измерения сил от сотых долей ньютона до нескольких десятков килоньютонов. На рис. 112 показан так называемый *тяговый динамометр*.

К Когда динамометр с подвешенным телом покоится относительно Земли, динамометр показывает вес тела. При этом вес тела по модулю пропорционален его массе ($P = m \cdot g$). Это и позволяет задать цену деления шкалы динамометра в единицах массы, а сам прибор использовать для измерения массы.

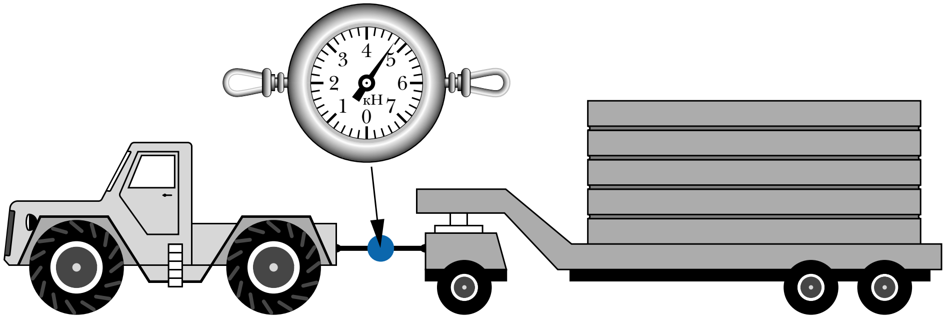


Рис. **112** Тяговым динамометром измеряют усилия при перемещении тяжёлых грузов

Итоги

Динамометр – прибор для измерения сил.

Принцип действия динамометров основан на однозначной зависимости модуля упругих деформаций от модуля деформирующих сил.

Точность измерения сил определяется погрешностью динамометра, которая указывается в паспорте прибора.

Вопросы

1. Что такое динамометр? На чём основан принцип действия динамометра?
2. Как изготовить простейший динамометр и отградуировать его?
3. Как определить погрешность измерения сил динамометром?

Упражнения

1. Определите массу гири, показанной на рис. 109. *Указание:* модуль ускорения свободного падения считайте равным 10 м/с^2. Общая погрешность динамометра $\Delta = 0{,}10$ Н.
2. Определите модуль силы, с которой трактор, показанный на рис. 112, тянет прицеп.
   Указание: погрешность тягового динамометра считайте равной цене деления между соседними штрихами на его шкале.

*3 На рис. 113 представлен современный цифровой динамометр с подвешенной гирей массой 2 кг. Штатив, на котором закреплён динамометр, стоит на полу лифта. Найдите ускорение лифта в момент фотографирования, если в неподвижном лифте на шкале динамометра были цифры $2{,}00$, а в движущемся — $2{,}50$.

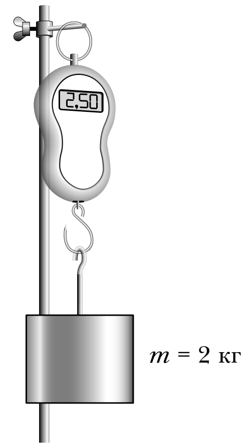


Рис. **113**

4 Возьмите несколько бытовых динамометров разных конструкций. Определите для каждого прибора пределы измерения и цену деления шкалы. Проведите взвешивание одного и того же тела разными динамометрами. Сравните результаты с учётом погрешности измерений.

5 Приготовьте напольные весы. Установите их в кабине лифта, стоящего на первом этаже, встаньте на них и зафиксируйте показание. Нажмите кнопку верхнего этажа, наблюдайте за изменением показаний весов в моменты, соответствующие: а) началу разгона лифта; б) равномерному движению; в) началу торможения перед остановкой. Объясните причины изменений в показаниях весов.
Повторите эксперимент при спуске лифта с верхнего этажа на первый. Сопоставьте результаты экспериментов, объясните различия.

§ 39 Силы трения

Из предыдущих параграфов вы знаете, что на любое тело со стороны Земли действует сила тяжести $\vec{F}_\text{т}$, направленная вертикально вниз. Поэтому на брусок, лежащий неподвижно на горизонтальной крышке стола, будет действовать сила реакции стола $\vec{N} = -\vec{F}_\text{т}$, направленная вертикально вверх. Модуль этой силы равен $m \cdot g$.

А как заставить этот брусок двигаться вдоль крышки стола? Для этого потребуется приложить к бруску определённое усилие. Чтобы измерить величину этого усилия, воспользуемся динамометром. Расположим динамометр параллельно крышке стола так, чтобы ось его пружины была направлена горизонтально, как показано на рис. 114. Немного растянув пружину, мы обнаружим, что брусок, несмотря на действие силы, остаётся в покое.

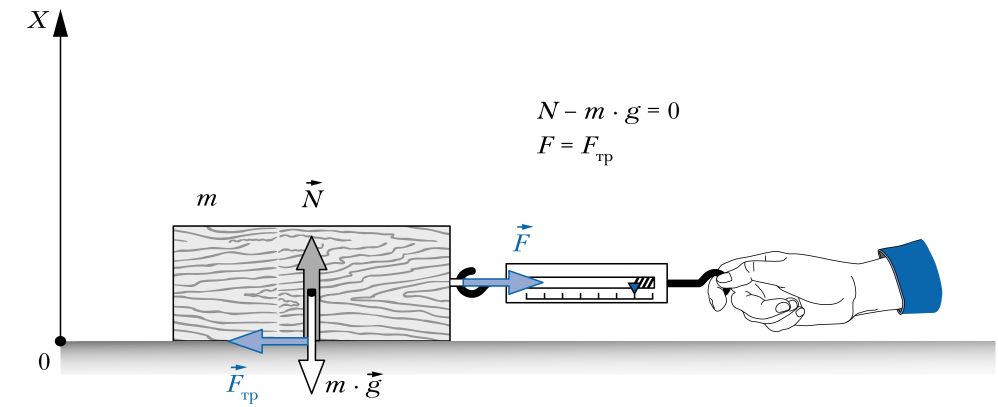


Рис. 114 Чтобы стронуть брусок с места, необходимо преодолеть силу сухого трения покоя бруска о стол. При $|\vec{F}| > |\vec{F}_{max}|$ брусок начнёт двигаться по поверхности стола с ускорением

Следовательно, появилась сила, которая компенсирует направленную горизонтально силу упругости пружины. Эта сила действует на брусок со стороны крышки стола в горизонтальном направлении. Её называют *силой сухого трения покоя* $\vec{F}_{тр}$. Подчеркнём ещё раз, что эта сила компенсирует силу $\vec{F}$ упругости пружины, пытающуюся сдвинуть брусок вдоль стола.

Продолжая растягивать пружину динамометра, мы обнаружим, что брусок начнёт скользить по крышке только тогда, когда модуль силы F упругости пружины, увеличиваясь, превысит некоторое значение F_{max}. Опыт показывает, что для поддержания *неизменной скорости скольжения* бруска по горизонтальной крышке стола необходимо продолжать действовать на брусок в направлении его движения определённой силой. Следовательно, и в этом случае на брусок со стороны стола в горизонтальном направлении действует сила, компенсирующая силу упругости. Эту силу называют силой *сухого трения скольжения*. Так как сумма силы сухого трения скольжения и силы упругости пружины равна нулю, брусок движется по поверхности стола равномерно. О том, как зависит сила сухого трения скольжения от скорости движения тела по опоре, мы поговорим в старших классах. Пока же будем считать, что

! **модуль силы сухого трения скольжения равен максимальному модулю F_{max} силы сухого трения покоя.**

Чтобы выяснить, от чего зависит значение F_{max}, поставим на наш брусок гирю, масса которой равна массе бруска (рис. 115). Теперь на брусок,

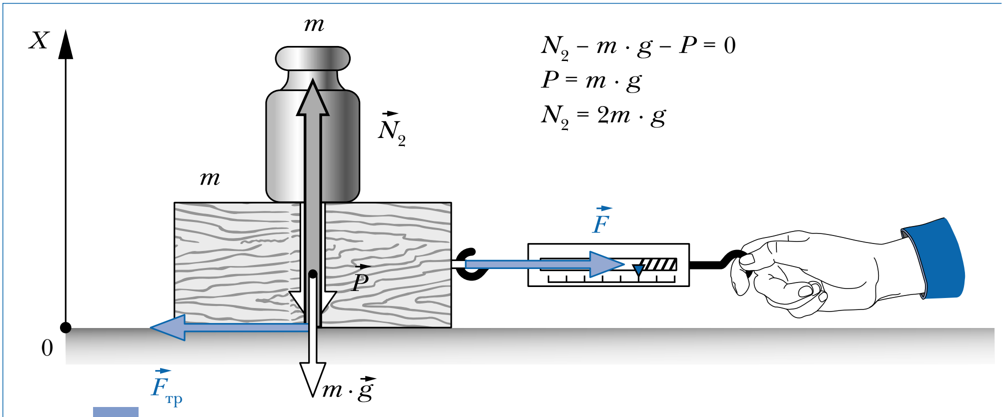


Рис. **115** При увеличении массы тела в два раза модуль максимальной силы сухого трения покоя бруска о стол возрастает вдвое

кроме силы тяжести $m \cdot \vec{g}$, действует вес гири $\vec{P}$, равный $m \cdot \vec{g}$. Эти силы направлены вертикально вниз. Поэтому модуль силы реакции стола N_2 должен возрасти в 2 раза по сравнению с предыдущим случаем и стать равным $2m \cdot g$ (сравните рис. 114 и 115).

Измерим максимальное значение силы сухого трения покоя F_{max2}. Оказывается, что это значение также увеличится в 2 раза: $F_{max2} = 2F_{max}$. Заменим гирю новой, имеющей массу в 2 раза больше. Ясно, что теперь модуль силы реакции опоры N_3 будет равен $3m \cdot g$. Опыт показывает, что в этом случае $F_{max3} = 3F_{max}$. Продолжая увеличивать массу гири, можно прийти к следующему выводу: при увеличении модуля силы реакции опоры в n раз максимальное значение F_{max} силы сухого трения покоя также увеличивается в n раз. Таким образом, максимальный модуль силы сухого трения покоя F_{max} прямо пропорционален модулю силы реакции опоры N.

Отношение максимального модуля силы сухого трения покоя к модулю силы реакции опоры называют коэффициентом трения.

Коэффициент трения обозначают греческой буквой μ (читается «мю»). Тогда $\mu = \dfrac{F_{max}}{N}$. K

K Эта закономерность была экспериментально установлена французскими учёными Гийомом Амонтоном (1663–1705) и Шарлем Кулоном (1736–1806). Поэтому соотношение $F_{max} = \mu \cdot N$ часто называют **законом Амонтона — Кулона**. Отметим, что на основе опытов Кулон изучил зависимость силы трения покоя и силы трения скольжения от различных факторов (нормального давления, площади и длительности контакта тел, относительной скорости движения тел и т. п.).

Коэффициент трения зависит от материалов соприкасающихся тел. Опыт показывает, что этот коэффициент зависит и от качества обработки соприкасающихся поверхностей. Примерные значения коэффициентов трения для различных материалов приведены в таблице 3.

При решении некоторых задач силами сухого трения можно пренебречь (например, при скольжении конькобежца по льду). В этих случаях говорят, что по крайней мере одна из соприкасающихся поверхностей является *гладкой*. В дальнейшем мы будем пользоваться этим термином.

Рассмотрим ещё один вид силы трения. Если тело не скользит по поверхности другого тела, а подобно шарику или цилиндру *катится*, то препятствующую его движению силу трения называют *силой трения качения*. Опыт показывает, что силы трения качения значительно меньше сил сухого трения скольжения. Этот факт был обнаружен ещё нашими предка-

Таблица 3. Примерные значения коэффициентов трения для различных материалов

Материалы соприкасающихся тел	Коэффициент трения
Дуб по дубу	0,62
Сталь (коньки) по льду	0,02
Бронза по бронзе	0,1
Железо по железу	0,15
Резина по чугуну	0,83
Алюминий по алюминию	0,94
Олово по свинцу	2,25
Кирпич по полотну транспортёра	0,4–0,6
Автомобильные шины по сухому асфальту	0,5–0,7
Автомобильные шины по мокрому асфальту	0,35–0,45
Автомобильные шины по сухому бетону	0,9–1,0
Автомобильные шины по мокрому бетону	0,8–0,9
Автомобильные шины по гладкому льду	0,15–0,20
Автомобильные шины по мокрой грунтовой дороге	0,3–0,4

ми. Для перемещения тяжёлых грузов они подкладывали под них катки (рис. 116). По этой же причине на транспорте используют колёса. Опыт показывает, что силы трения качения уменьшаются с увеличением твёрдости катящегося тела и поверхности, по которой оно катится. Поэтому в подшипниках (рис. 117) используют шарики *(1)* или ролики *(2)*, изготовленные из твёрдых сплавов. Подшипники получили широкое распространение в технике. Они позволяют заменить скольжение на качение и тем самым уменьшить силы трения.

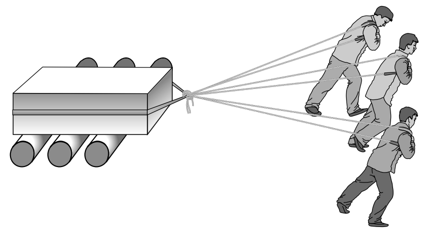


Рис. **116** Использование катков облегчает перемещение тяжёлых грузов, так как силы трения качения значительно меньше сил трения скольжения

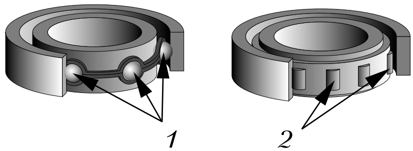


Рис. **117** Шариковый (*1*) и роликовый (*2*) подшипники

Во многих случаях трение играет в технике отрицательную роль. Из-за трения изнашиваются и разрушаются движущиеся части машин, уменьшается их эффективность. Часто для уменьшения сил трения между поверхностями трущихся твёрдых тел вводят жидкую смазку. При наличии такой смазки силы трения называют *силами вязкого трения*. Особенность этих сил состоит в том, что при отсутствии движения тел относительно находящейся между ними жидкости силы вязкого трения оказываются равными нулю. Однако при возникновении такого движения силы вязкого трения увеличиваются по мере роста скорости. Этим объясняется, почему находящуюся на плаву многотонную баржу может стронуть с места один человек. Эту баржу может заставить двигаться и лёгкий ветерок.

Вместе с тем силы трения могут играть и положительную роль. Благодаря трению мы имеем возможность передвигаться по земле. Ведь без трения подошвы обуви и ведущие колёса автомобилей проскальзывали бы, не давая возможности тронуться с места. Двигаясь по гладкой поверхности, мы не смогли бы затормозить. Поэтому для увеличения силы трения скользкие дороги (в гололёд) посыпают песком или каменной крошкой. В этом случае увеличивается коэффициент трения. Для увеличения силы трения также можно увеличить и силу реакции опоры $\vec{N}$. С этой целью, например, искусственно увеличивают массу тягачей, загружая их балластом.

Итоги

При движении или попытке вызвать движение твёрдого тела по поверхности другого твёрдого тела между ними возникают *силы сухого трения*.

До возникновения относительного движения соприкасающихся тел силу трения между ними называют *силой сухого трения покоя*. Если же тела движутся друг относительно друга, то силу трения называют силой *сухого трения скольжения*.

Сила сухого трения покоя действует на данное тело противоположно направлению, в котором бы двигалось тело при отсутствии трения.

Сила сухого трения скольжения и сила вязкого трения направлены противоположно скорости движения данного тела по опоре.

Отношение максимального модуля силы сухого трения покоя к модулю силы реакции опоры называют коэффициентом трения:

$$\mu = \frac{F_{max}}{N}.$$

Модуль силы сухого трения покоя не превышает произведения коэффициента трения μ на модуль силы реакции опоры N.

Модуль силы сухого трения скольжения обычно считают равным максимальному модулю силы сухого трения покоя.

Вопросы

1. Какие виды сил трения вы знаете? Куда направлены эти силы и когда они возникают?
2. Какие законы физики используются при проведении измерения силы сухого трения скольжения с помощью динамометра?
3. Какие силы со стороны горизонтальной дороги действуют на человека, начинающего бег? Почему бегуны используют обувь с шипами?
4. Приведите примеры, показывающие, что трение может быть: а) полезным; б) вредным. Какие способы уменьшения (увеличения) сил трения вы знаете?

Упражнения

1 С какой по модулю силой мальчик должен толкать ящик массой m, чтобы двигать его равномерно по горизонтальному полу? Коэффициент трения ящика о пол равен μ.

2 С какой минимальной силой надо тянуть по льду стоящего на коньках ученика 7 класса массой 50 кг, чтобы сдвинуть его с места?

Указание: для выполнения этого и последующих упражнений используйте данные, приведённые в таблице 3. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.

3 Проведите эксперимент. Найдите на улице горизонтальную ледяную поверхность. Сравните силы, которые потребуются для того, чтобы, медленно увеличивая силу натяжения верёвки санок, сдвинуть с места стоящие на этой поверхности: а) пустые санки; б) санки с одним семиклассником; в) санки с двумя семиклассниками. Опишите результаты эксперимента и сформулируйте вывод.

4 Ящик стоит на горизонтальном деревянном полу. Для того чтобы сдвинуть его с места, потребовалось приложить к нему в горизонтальном направлении силу, модуль которой равен 200 Н. Определите массу ящика, если коэффициент трения ящика о пол равен $0{,}5$.

*5 Найдите максимальное значение модуля силы трения, действующей на кирпич массой $m = 2$ кг в тот момент, когда его кладут на движущуюся ленту транспортёра.

*6 Какие силы действуют на автомобиль, начинающий движение? Все колёса автомобиля ведущие. Определите модуль максимального ускорения a, который может иметь этот автомобиль на сухой горизонтальной бетонной дороге.

7 Во сколько раз отличаются минимальные длины тормозного пути автомобиля при торможении на сухом асфальте и гладком льду? Считайте, что дорога в обоих случаях горизонтальная, а скорость автомобиля перед началом торможения в обоих случаях одинаковая.

ДИНАМИКА

Для выяснения причин изменения характера движения тел следует рассматривать их движение в инерциальных системах отсчёта.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободное тело (точечное тело, удалённое от всех других объектов) движется равномерно прямолинейно или покоится.

Первый закон Ньютона

Инерциальные системы отсчёта существуют.

При решении задач все системы отсчёта, связанные с Землёй или с телами, движущимися относительно Земли равномерно прямолинейно, будем считать инерциальными.

Силой в механике называют физическую величину, характеризующую действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в инерциальной системе отсчёта.

Под *инертностью тела* понимают его свойство препятствовать приобретению ускорения (изменению своей скорости) под действием приложенной силы.

Масса — физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

В СИ массу тел измеряют в *килограммах*, а силу – в *ньютонах*.

Под действием силы, модуль которой равен 1 Н, первоначально покоившееся в инерциальной системе отсчёта точечное тело массой 1 кг получает ускорение, модуль которого равен 1 м/с^2.

Второй закон Ньютона

Ускорение $\vec{a}$, приобретаемое точечным телом в инерциальной системе отсчёта, равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на это тело сил к его массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Третий закон Ньютона

Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:
1) равными по модулю;
2) противоположными по направлению;
3) лежащими на одной прямой.

Силы взаимодействия двух тел приложены к разным телам, поэтому они не могут уравновесить друг друга.

Эти силы являются силами одной природы.

СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

Название силы	Обозначение	На какое тело действует	Какое тело действует	Чему равна по модулю	Куда направлена	Проявление действия силы
Сила тяжести	$m \cdot \vec{g}$	На тело, находящееся у поверхности Земли	Земля	$m \cdot g$	Вертикально вниз	Притягивает тело к Земле
Сила упругости	$\vec{F}_{упр}$	На тело, вызвавшее деформацию	Деформированное тело	Пропорциональна деформации: $k \cdot \Delta l$	В сторону, противоположную деформации	Стремится сдвинуть деформирующее тело
Сила реакции горизонтальной опоры на свободно лежащее на ней тело	$\vec{N}$	На тело, лежащее на горизонтальной опоре	Горизонтальная опора	Силе тяжести тела	Вертикально вверх	Уравновешивает силу тяжести, прижимающую тело к опоре
Вес тела, лежащего на опоре	$\vec{P}$	На опору	Тело, лежащее на опоре	Силе реакции опоры	Вертикально вниз	Деформирует опору
Вес тела, висящего на подвесе	$\vec{P}$	На подвес	Висящее тело	Силе упругости подвеса	Вертикально вниз	Растягивает подвес
Сила сухого трения скольжения	$\vec{F}_{тр}$	На тело, скользящее по поверхности	Поверхность, по которой скользит тело	$\mu \cdot N$	В сторону, противоположную движению тела	Препятствует движению тела по поверхности (тормозит тело)

Глава **4**

Механическая работа. Энергия. Закон сохранения механической энергии

Если известны силы, которые действуют на тело, то можно определить его ускорение в инерциальной системе отсчёта. В этом случае, если известны начальная координата и скорость тела, можно найти закон его движения. А как быть, если действующие на тело силы неизвестны? Такие ситуации встречаются довольно часто. Оказывается, что в некоторых случаях можно определить, как будет двигаться тело.

Для того чтобы научиться это делать, необходимо познакомиться с новыми понятиями — *механическая работа* и *механическая энергия*.

§ 40 Механическая работа

В русском языке слово «работа» означает любую деятельность, трудовой процесс, продукт труда, изделие и т. д. В физике это слово также может иметь разный смысл. Поэтому сразу уточним, что при изучении механики мы будем говорить о *механической работе*, часто опуская для краткости прилагательное «механическая».

Понятие «механическая работа» было введено в физику французским учёным Жаном Виктором Понселе (1788–1867) в 1826 г. Он же предложил специальные правила для расчёта этой физической величины. Мы рассмотрим здесь самые простые случаи расчёта работы, а сложные случаи разберём позднее. Как и раньше, все тела мы будем считать точечными. Положительное направление оси X будем выбирать совпадающим с направлением движения тела.

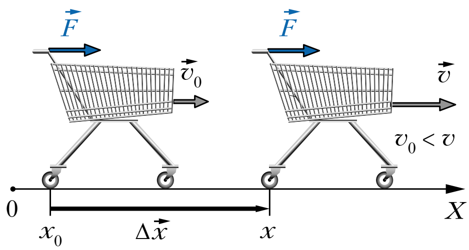


Рис. **118** Под действием постоянной силы $\vec{F}$ тележка разгоняется. Направления силы $\vec{F}$ и движения совпадают. Работа положительна

Рассмотрим два принципиально разных случая: когда направление действующей на тело силы совпадает с направлением его движения и когда направление силы противоположно направлению движения тела. Начнём с первого случая.

Пусть по *гладкому* горизонтальному полу в положительном направлении оси X инерциальной системы отсчёта едет тележка (рис. 118). Подействуем на эту тележку постоянной силой $\vec{F}$ в направлении её движения ($F > 0$). В этом случае тележка начнёт разгоняться. Координата x тележки будет увеличиваться. Пусть к некоторому моменту времени изменение координаты x станет равным Δx. Очевидно, что в этом случае $\Delta x > 0$.

Работой постоянной силы, действующей на точечное тело вдоль линии его движения, называют произведение значения этой силы на изменение координаты тела:

$$\boldsymbol{A = F \cdot \Delta x}.$$

Проведём анализ данного выражения. Значение F силы, действующей на тележку, было положительным. Изменение координаты $\Delta x > 0$. Поэтому *работа силы положительна*. Видно, что с увеличением действующей на тележку постоянной силы в некоторое число раз во столько же раз увеличивается работа этой силы. Работа силы возрастёт и при увеличении изменения координаты тележки. Ясно, что, чем большую положительную работу над тележкой совершит сила, тем больше увеличится скорость тележки.

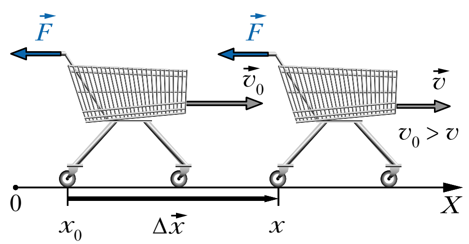


Рис. **119** Под действием постоянной силы $\vec{F}$ тележка тормозится. Направления силы $\vec{F}$ и движения противоположны. Работа отрицательна

Рассмотрим второй случай. Пусть та же тележка движется в положительном направлении оси X (рис. 119). Подействуем на тележку постоянной силой, направленной *противоположно направлению её движения* и положительному направлению оси X ($F < 0$). В результате тележка будет тормозиться, пока не остановится. До остановки направление движения тележки совпадает с положительным направлением оси X. Поэтому изменение координаты тележки $\Delta x > 0$. В этом случае в соответствии с определением постоянная сила совершит над тележкой *отрицательную работу* $A = F \cdot \Delta x$ (т. е. $A < 0$, так как $F < 0$).

Таким образом, если действующая на тело сила направлена противоположно движению точечного тела (тормозит его), то работа этой силы будет отрицательной.

Из рассмотренных примеров ясно, что работа может быть как положительной, так и отрицательной.

! Если направления движения тела и действующей на него силы совпадают, то работа такой силы *положительна*.
Если же направления силы и движения тела противоположны, то работа силы *отрицательна*.

Подчеркнём, что работа может быть положительной, отрицательной или равной нулю, но она не имеет направления, т. е. не является вектором.

Отметим, что *работа силы будет равна нулю, если изменение координаты тела в направлении действия силы равно нулю*. Например, работа силы тяжести над тележкой равна нулю, так как сила тяжести направлена вертикально, а перемещение тележки в этом направлении равно нулю.

В СИ единица работы носит название *джоуль* (Дж) в честь английского физика Джеймса Джоуля (1818–1889).

! Один джоуль — это работа постоянной силы, модуль которой равен одному ньютону, при перемещении точечного тела на один метр в направлении действия силы.

В заключение напомним уже известные вам виды движения, при которых работа силы может быть положительной или отрицательной.

В задаче «падение» (*см.* § 26) направление силы тяжести совпадает с направлением движения тела при свободном падении. Поэтому работа силы тяжести положительна (тело разгоняется). Напротив, в задаче «подъём» сила тяжести направлена противоположно направлению движения тела. В этом случае работа силы тяжести отрицательна (тело тормозится).

Итоги

Работой постоянной силы, действующей на точечное тело вдоль линии его движения, называют произведение значения этой силы на изменение координаты тела:
$\boldsymbol{A = F \cdot \Delta x}$

Если направления движения тела и действующей на него силы совпадают, то работа такой силы *положительна*.
Если же направления силы и движения тела противоположны, то работа силы *отрицательна*.

Работа силы равна нулю, если перемещение тела в направлении действия этой силы равно нулю.

Работа не имеет направления, поэтому она не является вектором.

В СИ единица работы — *джоуль* (Дж). Один джоуль — это работа постоянной силы, модуль которой равен одному ньютону, при перемещении точечного тела на один метр в направлении действия силы.

Вопросы

1 Что называют работой постоянной силы?
2 Чем определяется знак работы силы над телом? В каких случаях работа положительна, отрицательна, равна нулю? Приведите примеры.
3 Как называют единицу работы в СИ? Что такое 1 Дж?
4 Как изменяется скорость тела, если работа единственной действующей на него силы: а) положительна; б) отрицательна; в) равна нулю?
*5 Зависит ли работа данной силы над данным телом от выбора системы отсчёта? Рассмотрите случай, когда сила, действующая на тележку, перемещает её вдоль вагона движущегося поезда в направлении его движения. Сравните результаты в системах отсчёта, связанных с поездом и с Землёй.

§ 41 Решение задач на вычисление работы сил

Рассмотрим несколько примеров решения задач на вычисление работы сил.

Задача 1

Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейной дороге под действием постоянной силы тяги, значение которой $F = 5$ кН (рис. 120). Опре-

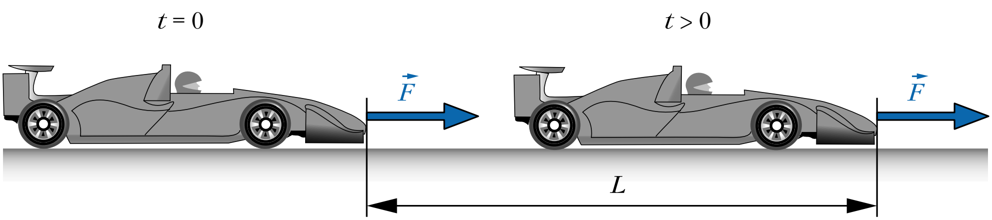


Рис. **120**

делите работу этой силы при перемещении автомобиля на расстояние $L = 100$ м.

Решение.

Поскольку направление силы тяги и направление движения автомобиля совпадают, то

$$A = F \cdot L = 5000\ \text{Н} \cdot 100\ \text{м} = 500\ 000\ \text{Дж} = 500\ \text{кДж} = 0{,}5\ \text{МДж}.$$

Ответ: работа силы тяги равна 0,5 МДж.

Отметим, что сила тяги, действующая на автомобиль, создаётся в результате действия сил трения со стороны дороги на ведущие колёса в направлении движения автомобиля. У гоночных автомобилей с реактивным двигателем она создаётся непосредственно этим двигателем.

Задача 2

С поверхности Земли вертикально вверх брошен камень, как показано на рис. 121. Какую работу совершит сила тяжести к тому моменту, когда камень поднимется на высоту $h = 45$ м? Масса камня равна $m = 1$ кг. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.

Решение.

Поскольку сила тяжести и перемещение камня во время подъёма направлены в противоположные стороны, работа силы тяжести будет ве-

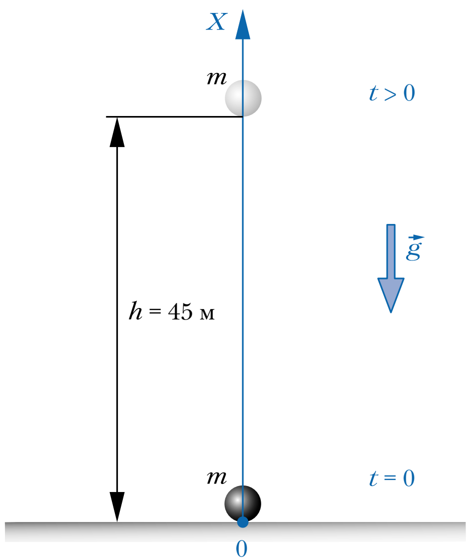


Рис. **121**

личиной отрицательной. Как вы помните, модуль силы тяжести равен $m \cdot g$. Следовательно, работа силы тяжести над камнем при его подъёме до заданной высоты отрицательна и равна

$$A = -(m \cdot g) \cdot h = -(1\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2) \cdot 45\ \text{м} = -10\ \text{Н} \cdot 45\ \text{м} = -450\ \text{Дж}.$$

Ответ: работа силы тяжести равна –450 Дж.

Задача 3

Вычислите работу силы тяжести над камнем, брошенным вертикально вверх с поверхности Земли, за промежутки времени: а) от момента броска до момента подъёма на максимальную высоту $H = 60$ м; б) от момента достижения максимальной высоты до момента, когда камень окажется на высоте $h = 45$ м; *в) от момента начала движения с поверхности Земли до момента, когда, опускаясь, камень второй раз за время полёта окажется на высоте $h = 45$ м. Масса камня равна $M = 1$ кг. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.

Решение.

а) Повторяя решение предыдущей задачи, получаем:

$$A_а = -(M \cdot g) \cdot H = -(1\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2) \cdot 60\ \text{м} = -10\ \text{Н} \cdot 60\ \text{м} = -600\ \text{Дж}.$$

б) При падении камня из верхней точки направления силы тяжести и движения камня совпадают. Поэтому на этом участке свободного падения работа силы тяжести положительна и равна

$$A_б = M \cdot g \cdot (H - h) = 10\ \text{Н} \cdot 15\ \text{м} = 150\ \text{Дж}.$$

*в) Работа силы тяжести в этом случае может быть определена как сумма работ силы тяжести при подъёме камня до верхней точки и при движении камня вниз из верхней точки до высоты h, т. е.

$$A_в = A_а + A_б = -(M \cdot g) \cdot H + M \cdot g \cdot (H - h) = -M \cdot g \cdot h = -450\ \text{Дж}.$$

Сопоставим этот результат с результатом из задачи 2. Можно заметить, что в обоих случаях начальное положение камня (поверхность Земли) и его конечное положение (45 м от поверхности Земли) совпадают. При этом сила тяжести совершает одну и ту же работу. Можно сделать следующий вывод.

! **Работа силы тяжести определяется разностью высот, на которых находилось тело в начальный и конечный моменты времени.**

Задача 4

На движущуюся кабину лифта массой M в течение некоторого промежутка времени трос действовал с постоянной силой $\vec{F}$. Найдите работу: а) силы $\vec{F}$;

б) силы тяжести; в) суммы этих сил над кабиной лифта, если за указанный промежуток времени она поднялась вертикально вверх на высоту H.

Решение.

Пусть ось X системы отсчёта, связанной с Землёй, направлена вертикально вверх, как показано на рис. 122. Тогда значение силы тяжести будет отрицательным, а значение силы $\vec{F}$ и изменение координаты кабины лифта — положительными.

Поэтому работа силы F положительна и равна

$$A_а = F \cdot H,$$

а работа силы тяжести — отрицательна и равна

$$A_б = -M \cdot g \cdot H.$$

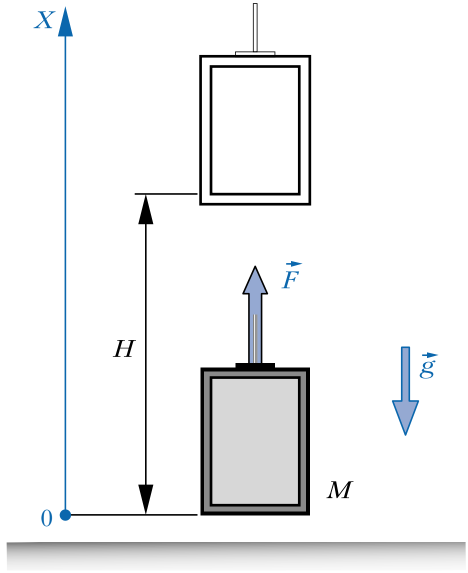


Рис. 122

При рассмотрении законов динамики неоднократно подчёркивалось, что при одновременном действии на точечное тело нескольких сил его ускорение будет таким же, как и при действии на это тело одной силы, равной сумме всех действующих на него сил. Заменим действующие на кабину лифта силы одной суммарной. Значение этой силы равно сумме значений силы тяжести и силы $\vec{F}$ со стороны троса: $F_с = F - M \cdot g$. Поэтому работа суммарной силы над кабиной при её перемещении на высоту H равна

$$A_в = F_с \cdot H = (F - M \cdot g) \cdot H = F \cdot H - M \cdot g \cdot H = A_а + A_б.$$

! **При одновременном действии на тело нескольких сил их суммарная работа равна сумме работ этих сил.**

Таким образом, для рассмотренного случая можно сделать следующие выводы.

1. При $F > M \cdot g$ суммарная работа этих сил положительна. Поэтому, если на кабину не действуют другие силы, она должна разгоняться, т. е. её ускорение должно быть положительным. Это же заключение легко сделать и непосредственно из второго закона Ньютона.

2. При $F = M \cdot g$ суммарная сила равна нулю. Поэтому и суммарная работа этих сил равна нулю. Кабина будет двигаться без ускорения, т. е. её скорость не будет изменяться.

3. Наконец, при $F < M \cdot g$ значение суммарной силы отрицательно. Поэтому работа суммы этих сил будет отрицательна. В этом случае кабина будет подниматься с отрицательным ускорением (тормозиться).

Итоги

Если на точечное тело одновременно действуют несколько сил, их суммарная работа равна сумме работ этих сил.

Если суммарная работа всех действующих на тело сил положительна, то скорость этого тела *увеличивается*.

Если суммарная работа всех действующих на тело сил отрицательна, то скорость этого тела *уменьшается*.

Если суммарная работа всех действующих на тело сил равна нулю, то скорость этого тела *остаётся неизменной*.

Сказанное верно, если движение тела рассматривается в инерциальной системе отсчёта.

Упражнения

1 Найдите работу силы трения, тормозящей грузовой автомобиль на отрезке пути $L = 40$ м, если модуль силы равен 25 кН.

2 Определите работу силы тяжести над камнем массой $m = 5$ кг при его падении с высоты $h = 80$ м на Землю.

3 Найдите работу пороховых газов над пулей к моменту её вылета из ствола снайперской винтовки длиной $L = 1$ м. Считайте, что сила действия газов постоянна и её модуль равен 5 кН. Винтовку во время выстрела удерживает неподвижной стоящий на Земле человек.

*4 Определите работу силы тяжести над свободно падающим камнем массой $m = 1$ кг за промежуток времени, в течение которого скорость камня изменяется от $v_0 = 0$ до $v_к = 30$ м/с.

5 Мальчик действует на движущийся по горизонтальному полу ящик массой $m = 20$ кг силой $\vec{F}$, направленной в сторону движения ящика (рис. 123) и равной по модулю 50 Н. Коэффициент трения ящика о пол $\mu = 0{,}2$. При этом за некоторое время ящик передвинулся на расстояние $L = 2$ м. Какую работу за это время совершат:

а) мальчик;

б) сила тяжести;

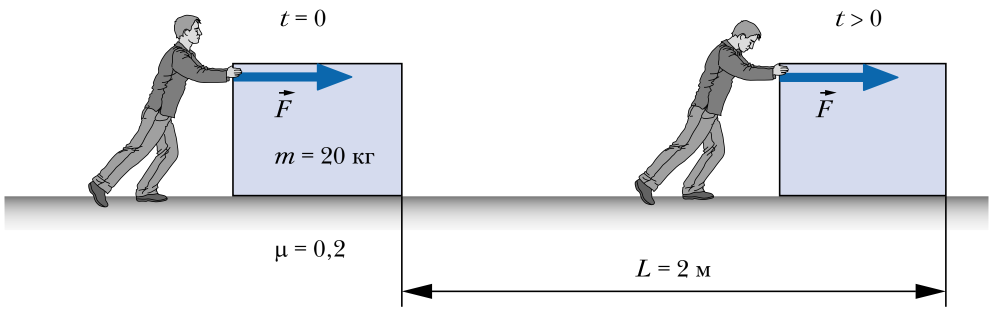


Рис. 123

в) сила трения;
г) сумма всех сил, действующих на ящик?
Увеличится или уменьшится скорость ящика за это время?

§ 42 Кинетическая энергия

Из первых параграфов этой главы следует, что если суммарная работа сил, действующих на тело, положительна, то скорость тела относительно инерциальной системы отсчёта увеличивается. Напротив, если эта работа отрицательна, то скорость тела уменьшается. Таким образом, *изменение скорости движения тела и работа, совершённая над этим телом, связаны*. Найдём эту связь.

Пусть на *гладкой* горизонтальной плоскости в точке с координатой $x_0 = 0$ (рис. 124) покоится брусок массой m, к которому прикреплена нить. В момент времени $t = 0$ эту нить начинают тянуть с постоянной силой в положительном направлении оси X инерциальной системы отсчёта. В результате со стороны нити на брусок будет действовать сила упругости нити $\vec{F}$. Согласно второму закону Ньютона брусок начнёт двигаться равноускоренно в положительном направлении оси X. Поскольку начальные координата и скорость бруска были равны нулю, изменение координаты бруска за время t будет равно

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Сила $\vec{F}$ к этому моменту времени совершит положительную работу

$$A = F \cdot \Delta x = (m \cdot a) \cdot \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{m(a \cdot t)^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

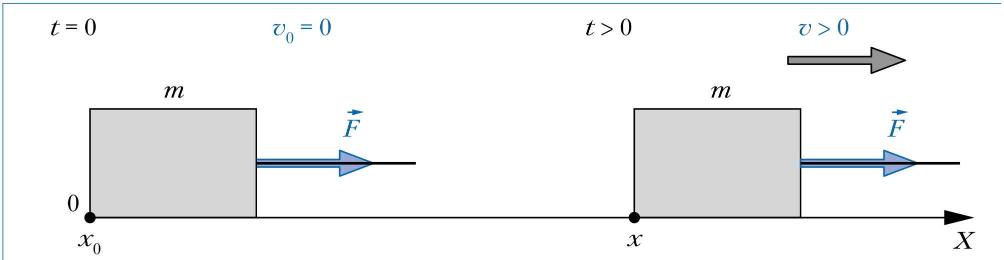


Рис. **124** Брусок разгоняется из состояния покоя в инерциальной системе отсчёта под действием силы $\vec{F} = \vec{F}_{упр}$.
К моменту t сила $\vec{F}$ совершила работу $A = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$

Записывая последнее равенство, мы воспользовались известным из кинематики соотношением $v = a \cdot t$ (закон изменения скорости при равноускоренном движении), справедливым в рассматриваемом случае ($v_0 = 0$).

Подведём первый итог. Мы знаем, что действие на точечное тело нескольких сил неотличимо от действия одной силы, которая равна их сумме. Таким образом, если тело первоначально покоилось, то работа A суммы всех действующих на тело сил равна половине произведения массы тела на квадрат его конечной скорости.

Физическую величину $\dfrac{m \cdot v^2}{2}$ называют кинетической энергией точечного тела массой m, движущегося в инерциальной системе отсчёта со скоростью $\vec{v}$.

Кинетическая энергия тела определяется скоростью его движения и массой. Она равна работе, которую надо совершить над телом для его разгона из состояния покоя до скорости $\vec{v}$ в инерциальной системе отсчёта.
Чем бóльшая работа совершена над телом при его разгоне, тем большей будет его кинетическая энергия.

Из выражения для кинетической энергии видно, что чем больше масса тела, тем бóльшую работу надо совершить, чтобы разогнать его из состояния покоя до заданной скорости в выбранной ИСО.

Кинетическая энергия, как и работа, в СИ измеряется в *джоулях* (Дж).

Будем обозначать кинетическую энергию тела буквой K.

Название «кинетическая» происходит от греческого слова κίνητις (кинетис) — «движение».

Кинетическая энергия точечного тела массой m равна $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$ в той инерциальной системе отсчёта, относительно которой это тело движется со скоростью $\vec{v}$.

Вернёмся к рассмотренному примеру с бруском. Начальная скорость бруска равнялась нулю. Следовательно, его начальная кинетическая энергия $K_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2} = 0$. При этом конечная кинетическая энергия бруска после приобретения им скорости $\vec{v}$ в результате совершения над телом механической работы равна $K_к = \frac{m \cdot v^2}{2}$. Поэтому $0 + A = \frac{m \cdot v^2}{2}$.

Таким образом, если к начальной нулевой кинетической энергии тела K_0 прибавить совершённую над телом суммарную работу A всех действовавших на него сил, то получится конечная кинетическая энергия $K_к$ этого тела (рис. 125):

$$K_0 + A = K_к.$$

Можно показать, что это соотношение будет выполняться и в том случае, если начальная кинетическая энергия тела отлична от нуля. Например, при свободном падении тела вниз сила тяжести совершает над ним положительную работу. Скорость тела растёт. Растёт и его кинетическая энергия.

Если работа, совершаемая над телом, будет отрицательной, то кинетическая энергия тела будет уменьшаться, т. е. тело будет тормозиться. (Это будет продолжаться до тех пор, пока тело не остановится.) Например, при подъёме тела сила тяжести совершает отрицательную работу и тормозит его. Поэтому кинетическая энергия поднимающегося тела будет уменьшаться до тех пор, пока тело не достигнет верхней точки подъёма.

В случае если отрицательная работа, совершённая над телом, по модулю будет равна его начальной кинетической энергии, то конеч-

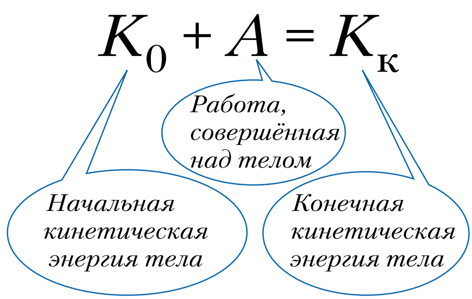


Рис. **125** Если совершаемая над телом работа A положительна ($A > 0$), то кинетическая энергия тела увеличивается ($K_к > K_0$). При этом тело разгоняется.
Если совершаемая над телом работа A отрицательна ($A < 0$), то кинетическая энергия тела уменьшается ($K_к < K_0$). При этом тело тормозится

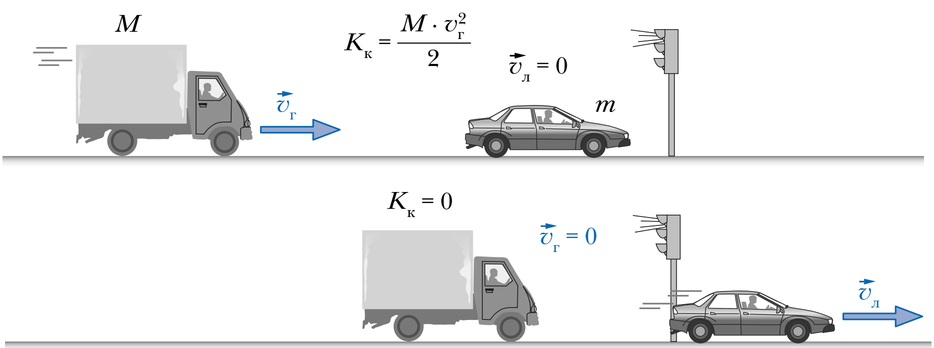


Рис. **126** Отрицательная работа над грузовиком, совершённая при столкновении двух автомобилей, уменьшила кинетическую энергию грузовика до нуля. При этом грузовик совершил над затормозившим его движение легковым автомобилем положительную работу

ная кинетическая энергия тела станет равна нулю, т. е. тело остановится (полностью затормозится). При этом *само тело совершит над тормозящим его движение объектом положительную работу.*

Эта ситуация показана на рис. 126: движущийся грузовик сталкивается с остановившимся перед светофором легковым автомобилем. В результате удара легковой автомобиль начинает двигаться со скоростью $\vec{v}_л$.

! Тело массой m, движущееся со скоростью $\vec{v}$ в ИСО, за счёт уменьшения скорости до нуля может совершить над другими телами положительную работу, равную его кинетической энергии $\frac{m \cdot v^2}{2}$.

Таким образом, кинетическая энергия тела массой m, во-первых, равна работе, которую нужно было совершить над этим первоначально покоившимся в ИСО точечным телом, чтобы оно стало двигаться со скоростью $\vec{v}$. Кинетическая энергия тела, во-вторых, равна работе, которую это тело может совершить в ИСО над другими телами за счёт уменьшения своей скорости до нуля.

При определении кинетической энергии тела необходимо всегда помнить следующее. Вы знаете, что скорость тела определяется тем, в какой системе отсчёта рассматривается движение этого тела. Поэтому кинетическая энергия данного тела будет зависеть от того, в какой инерциальной системе мы её вычисляем. Значит, *говоря, что кинетическая энергия тела имеет такое-то значение, необходимо указывать, в какой* *инерциальной системе отсчёта она вычислялась*. Наконец, отметим, что полученные выражения справедливы только в инерциальных системах отсчёта, так как при их выводе мы пользовались вторым законом Ньютона.

Получим выражение для расчёта кинетической энергии системы тел. Для этого рассмотрим простейший случай. Пусть наша система состоит из двух тел. Если первое тело массой m_1 движется со скоростью $\vec{v}_1$, а второе тело массой m_2 — со скоростью $\vec{v}_2$ в той же ИСО, то эти тела обладают кинетическими энергиями $K_1 = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$ и $K_2 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$. При полном торможении эти тела совершат над затормозившими их объектами суммарную работу $A = K_1 + K_2$. Поэтому *кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий этих тел*. Отметим, что при увеличении кинетической энергии системы тел действующие на эти тела объекты совершают положительную работу, равную изменению кинетической энергии системы тел.

Итоги

Кинетической энергией точечного тела массой *m*, движущегося в инерциальной системе отсчёта со скоростью $\vec{v}$, называют физическую величину

$$\boldsymbol{K = \frac{m \cdot v^2}{2}}.$$

Кинетическая энергия тела определяется скоростью его движения и массой. Она равна работе, которую надо совершить над телом для его разгона из состояния покоя в инерциальной системе отсчёта до скорости $\vec{v}$.

Если над телом, имеющим в данной ИСО кинетическую энергию K_0, совершена работа A, то конечная кинетическая энергия тела $K_к = K_0 + A$.

При $A > 0$ кинетическая энергия тела увеличивается (тело разгоняется), при $A = 0$ она остаётся неизменной (тело движется с постоянной скоростью), при $A < 0$ — уменьшается (тело тормозится).

Тело массой m, движущееся со скоростью $\vec{v}$ в ИСО, за счёт уменьшения своей скорости до нуля может совершить положительную работу, равную его кинетической энергии $\frac{m \cdot v^2}{2}$.

Кинетическая энергия данного тела зависит от того, в какой инерциальной системе отсчёта её вычисляют.

Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий этих тел.

Вопросы

1 Сформулируйте определение кинетической энергии. Может ли кинетическая энергия быть отрицательной? Ответ обоснуйте.

2 Какое название носит единица кинетической энергии в СИ?

3 Какую работу надо совершить над телом массой m, чтобы из состояния покоя разогнать его до скорости $\vec{v}$ в ИСО?

4 Как изменяется кинетическая энергия тела, если работа суммы всех действующих на него сил положительна, отрицательна, равна нулю?

5 Какую работу может совершить движущееся в ИСО со скоростью $\vec{v}$ тело массой m за счёт уменьшения своей скорости до нуля?

6 Известно, что парашютист через некоторое время после раскрытия парашюта движется вниз с постоянной скоростью. Сформулируйте гипотезу о соотношении при таком движении работы силы тяжести и работы силы сопротивления воздуха, совершаемых над системой тел «парашют — парашютист». Докажите эту гипотезу.

Упражнения

1 Определите работу, которую надо совершить над телом массой $m = 3$ кг, чтобы из состояния покоя разогнать его до скорости $v = 2$ м/с в ИСО.

2 Определите работу, которую надо совершить над телом массой $m = 10$ кг, движущимся относительно Земли со скоростью, модуль которой равен 20 м/с, чтобы полностью затормозить его.

3 Чему равна кинетическая энергия стоящего на дороге автомобиля массой $m = 1$ т в системе отсчёта, связанной: а) с дорогой; б) с автобусом, едущим по дороге со скоростью $v = 20$ м/с?

4 Вычислите кинетическую энергию свободно падающего с высоты $h = 80$ м камня массой $m = 5$ кг в момент его удара о Землю. Найдите скорость камня в этот момент времени.

5 Определите начальную кинетическую энергию грузового автомобиля, который под действием постоянной силы трения про-

ходит до полной остановки тормозной путь 40 м. Модуль силы трения равен 25 кН. Найдите начальную скорость автомобиля, если его масса равна $m = 5$ т.

6 Вычислите скорость пули массой $m = 10$ г, вылетающей из ствола снайперской винтовки длиной $L = 1$ м под действием постоянной силы со стороны пороховых газов, если её модуль равен 5 кН. Винтовку во время выстрела удерживали неподвижной.

7 Определите (через изменение кинетической энергии) работу силы тяжести при свободном падении камня массой $m = 2$ кг за промежуток времени, в течение которого его скорость изменялась от $v_0 = 0$ до $v_к = 30$ м/с.

8 Кинетическая энергия системы из двух тел первоначально была равна $K_0 = 100$ Дж в системе отсчёта, связанной с Землёй. Над телами этой системы совершили отрицательную работу $A = -80$ Дж. В результате первое тело этой системы массой $m_1 = 20$ кг остановилось. С какой по модулю скоростью относительно Земли будет двигаться второе тело массой $m_2 = 10$ кг после совершения указанной работы?

§ 43 Система тел. Потенциальная энергия

Не только кинетическая энергия определяет величину работы, которую могут совершить тела системы. Действительно, между телами обычно существуют силы взаимодействия. Пусть имеются несколько взаимодействующих друг с другом тел. Будем рассматривать эти тела как нечто целое. В таких случаях говорят, что эти тела образуют *систему тел*.

Все силы, действующие на тела системы, принято разделять на два вида.

Силы взаимодействия между телами, принадлежащими системе тел, называют внутренними силами.

Силы, действующие на принадлежащие системе тела со стороны тел, не входящих в эту систему, называют внешними силами.

Внешние силы принято обозначать индексом «*ex*» (от англ. *external* – «внешний»).

Поясним сказанное на примере. Представим резиновый шнур, который растягивают в противоположные стороны два мальчика (рис. 127). Такой шнур можно рассматривать как систему тел, состоящую из частей шнура. При этом силы взаимодействия частей шнура друг с другом (силы упруго-

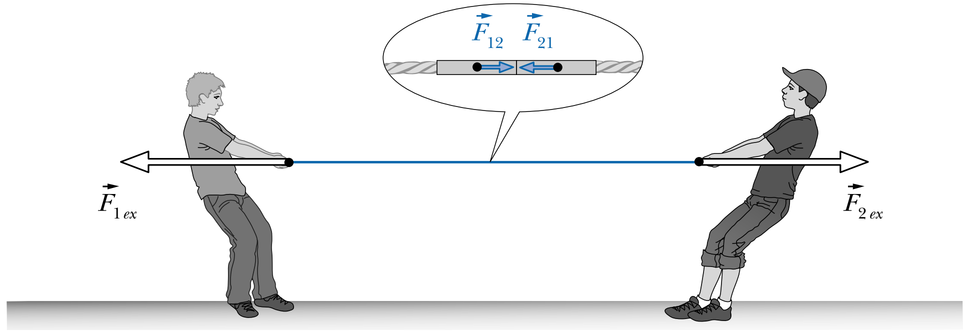


Рис. **127**

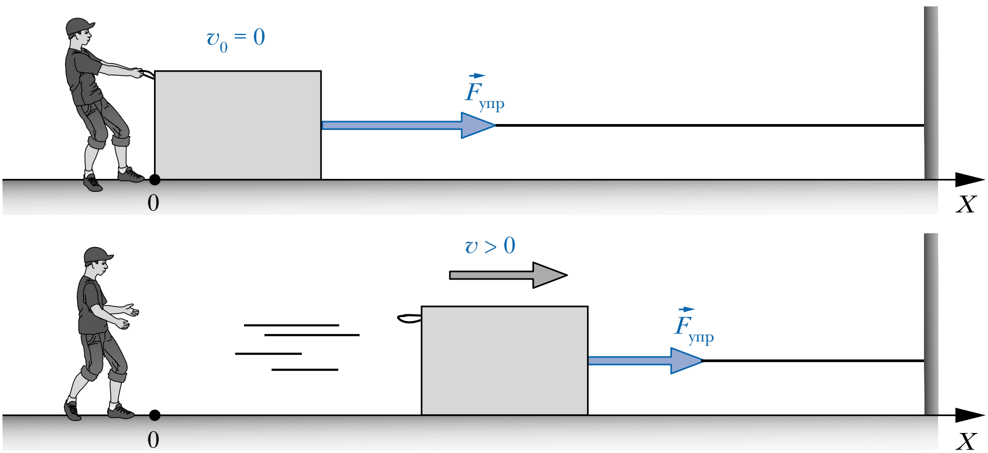


Рис. **128** После отпускания бруска сила упругости растянутого шнура совершает работу по разгону бруска

сти) будут внутренними силами. Эти силы изображены на рисунке голубыми стрелками. Напротив, силы, приложенные мальчиками к концам шнура, будут внешними силами, так как мальчики не входят в выбранную систему тел. Эти силы изображены на рисунке контурными стрелками.

Частички растянутого резинового шнура, взаимодействуя силами упругости, притягиваются друг к другу. Эти силы стремятся вернуть шнур (систему тел) в недеформированное состояние. На рис. 128 изображён растянутый шнур, который также удерживают в деформированном состоянии. При этом части шнура (тела́ системы) взаимодействуют друг с другом сила-

Рис. 129 Сила упругости сжатой пружины после отпускания груза совершает работу по его подъёму и разгону

ми упругости (внутренними силами). Наоборот, части сжатой пружины (рис. 129), которую удерживают в деформированном состоянии, отталкиваются друг от друга силами упругости (внутренними силами).

Если перестать удерживать шнур и пружину в деформированном состоянии, они перейдут в исходное состояние (*см.* рис. 128 и 129). При этом силы упругости совершат определённую работу.

Таким образом, в рассмотренных системах тел действуют внутренние силы, способные совершить работу только за счёт изменения взаимного расположения тел. В этом случае говорят, что система обладает *потенциальной энергией* (от лат. *potentia* – «возможность»).

! Потенциальная энергия — та часть энергии системы тел, которая определяется взаимным расположением входящих в систему тел или их частей и силами взаимодействия между ними.

Потенциальную энергию системы будем обозначать буквой $П$.

Потенциальную энергию так же, как работу и кинетическую энергию, в СИ измеряют в *джоулях* (Дж).

Например, *деформированная* пружина обладает потенциальной энергией. Эта энергия равна работе, которую могут совершить силы упругости при возвращении пружины в недеформированное состояние. *Потенциальную энергию недеформированной пружины считают равной нулю.*

Пружина жёсткостью k, упруго растянутая (или сжатая) на величину Δl, обладает потенциальной энергией $П = 0{,}5k \cdot \Delta l^2$. Эту формулу мы выведем позднее.

Потенциальной энергией обладает и система «тело – Земля». Как вы знаете, на любое тело вблизи поверхности Земли действует сила тяжести. При поднятии или опускании тела сила тяжести совершает работу.

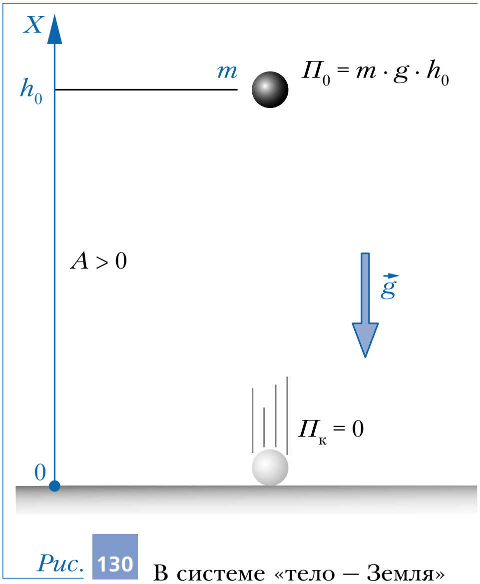


Рис. 130 В системе «тело — Земля» сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ при падении тела с высоты h_0 совершает положительную работу $A = m \cdot g \cdot h_0$

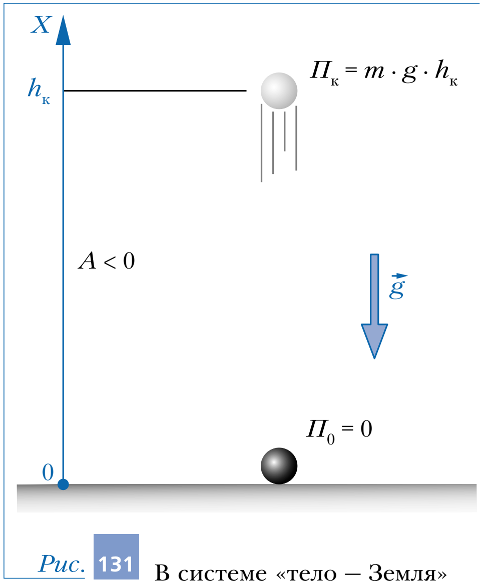


Рис. 131 В системе «тело — Земля» сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ при подъёме тела на высоту $h_к$ совершает отрицательную работу $A = -m \cdot g \cdot h_к$

Иначе говоря, сила тяжести в системе «тело — Земля» может совершать работу при изменении взаимного расположения тела и Земли.

Рассчитаем потенциальную энергию системы «тело — Земля», считая тело точечным. Условимся, что *потенциальная энергия такой системы равна нулю, когда тело находится на поверхности Земли.*

Пусть тело массой m удерживают на высоте h_0 от поверхности Земли (рис. 130). Если отпустить тело, то под действием силы тяжести оно устремится к поверхности Земли. При этом сила тяжести совершает над телом положительную работу, так как направления силы тяжести и движения тела совпадают. К тому моменту, когда тело достигнет поверхности Земли, совершённая силой тяжести работа будет равна $A = m \cdot g \cdot h_0$, где g — модуль ускорения свободного падения. Потенциальная энергия рассматриваемой системы в конечном состоянии $П_к$, как мы условились, равна нулю. Следовательно, в начальном состоянии (когда тело находилось на высоте h_0) наша система обладала потенциальной энергией $П_0 = A = m \cdot g \cdot h_0$.

! Таким образом, потенциальная энергия системы «тело — Земля» равна $П = m \cdot g \cdot h$, если точечное тело массой m находится над поверхностью Земли на высоте h. При этом потенциальную энергию системы «тело — Земля» при $h = 0$ считают равной нулю.

Пусть теперь тело поднимается с нулевой высоты $h_0 = 0$ на высоту $h = h_к$ (рис. 131). Сила тяжести в этом случае совершает отрицательную работу $A = -m \cdot g \cdot h_к$. (Обоснуйте это утверждение!) Потенциальная энергия системы при подъёме тела увеличится от начальной $П_0 = 0$ до конечной $П_к = m \cdot g \cdot h$.

В рассмотренных примерах работа внутренних сил взаимодействия между частями системы (сил упругих деформаций или силы тяжести) приводит к изменению потенциальной энергии системы. Эти силы называют *потенциальными*. (Существуют и непотенциальные силы. К ним относятся, например, силы трения.)

! Силы упругих деформаций и сила тяжести являются *потенциальными* силами.
Работа потенциальных сил приводит к изменению потенциальной энергии системы.

Обратим внимание на очень важный факт. *Любая система, предоставленная самой себе* (т. е. система, на части которой не действуют внешние тела), *стремится уменьшить свою потенциальную энергию*. Действительно, растянутый резиновый шнур стремится сжаться, сжатая пружина — распрямиться. Поднятый над поверхностью Земли камень стремится упасть на Землю. Иначе говоря, потенциальные силы взаимодействия между частями системы всегда стремятся уменьшить потенциальную энергию системы до минимально возможного значения.

Потенциальная энергия системы может оставаться неизменной. В некоторых случаях это может быть обусловлено действием на части системы других сил, которые уравновешивают внутренние потенциальные силы. Например, сжатая (или растянутая) пружина может оставаться в деформированном состоянии, если к ней приложены внешние силы, уравновешивающие силы упругости.

Если внешние силы будут совершать над телами системы положительную работу *против* потенциальных сил, то потенциальная энергия системы будет увеличиваться. Например, если мы растягиваем резиновый шнур или сжимаем пружину, совершая работу против сил упругости, то потенциальная энергия системы увеличивается.

То же будет происходить, если поднимать рукой камень, совершая работу против силы тяжести. Напротив, если внутренние потенциальные силы совершают положительную работу, то потенциальная энергия системы уменьшается. Так, сжатая пружина (*см.* рис. 129), разжимаясь, поднимает и разгоняет тело массой m. При этом потенциальная энергия пружины уменьшается.

Сведём результаты нашего рассмотрения в табл. 4.

Таблица 4

Упруго деформированная на Δl пружина жёсткостью k	Система «тело массой m, поднятое на высоту h, — Земля»
Имеет возможность совершить работу A при переходе в недеформированное состояние — состояние с нулевой потенциальной энергией	Имеет возможность совершить работу A при опускании тела на нулевую высоту — в состояние с нулевой потенциальной энергией
Работу A могут совершить внутренние потенциальные силы системы — силы упругости пружины	Работу A может совершить внутренняя потенциальная сила системы — сила тяжести
Потенциальная энергия системы «пружина» $П = A = 0{,}5k \cdot \Delta l^2$	Потенциальная энергия системы «тело — Земля» $П = A = m \cdot g \cdot h$
Для перевода системы из состояния с нулевой потенциальной энергией (из недеформированного состояния) в состояние с потенциальной энергией $П$ внешние силы должны совершить положительную работу $A_{ex} = П$ *против* сил упругости (внутренних потенциальных сил)	Для перевода системы из состояния с нулевой потенциальной энергией (с нулевой высоты) в состояние с потенциальной энергией $П$ внешние силы должны совершить положительную работу $A_{ex} = П$ *против* силы тяжести (внутренней потенциальной силы)

Итоги

Потенциальная энергия — та часть энергии системы тел, которая определяется взаимным расположением входящих в систему тел или их частей и силами взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия системы тел равна работе, которую совершают потенциальные силы при переходе системы в состояние с нулевой потенциальной энергией.

Пружина жёсткостью k, упруго растянутая (или сжатая) на величину Δl, обладает потенциальной энергией $П = 0{,}5k \cdot \Delta l^2$.

Потенциальная энергия системы «тело — Земля» равна $П = m \cdot g \cdot h$, если точечное тело массой m находится над поверхностью Земли на высоте h. Сказанное верно, если считать потенциальную энергию системы равной нулю, когда тело находится на поверхности Земли.

Силы упругой деформации и сила тяжести являются потенциальными силами. Силы трения не являются потенциальными.

Система тел, предоставленная самой себе, стремится уменьшить свою потенциальную энергию.

В результате действия внешних сил потенциальная энергия системы может оставаться неизменной, а может увеличиваться или уменьшаться.

Вопросы

1. Что такое потенциальная энергия?
2. Приведите примеры систем тел, обладающих потенциальной энергией.
3. Может ли потенциальная энергия упруго деформированной пружины быть отрицательной? Ответ обоснуйте.
4. Может ли потенциальная энергия системы «тело — Земля» быть отрицательной? Ответ обоснуйте. *Подсказка:* чему равна потенциальная энергия системы тел «кирпич — Земля», если кирпич массой m лежит в яме на глубине l от поверхности Земли?
5. Как называется единица потенциальной энергии в СИ?
6. Приведите примеры потенциальных и непотенциальных сил.

*7. Может ли потенциальная энергия системы тел уменьшаться, увеличиваться, оставаться неизменной, если на тела системы не действуют внешние силы и силы трения? Приведите примеры.

Упражнения

1. Проанализируйте ситуацию, изображённую на рис. 128, ответив на вопросы:
а) как изменяется потенциальная энергия растянутого шнура после отпускания прикреплённого к нему бруска;
б) положительна или отрицательна работа силы упругости шнура;
в) как изменяется кинетическая энергия бруска?
2. Тело массой m переводят с начальной высоты h_0 на конечную высоту $h_к$, как показано на рис. 132. Рассмотрите каждый из случаев отдельно и ответьте на вопросы:
а) чему равна начальная потенциальная энергия $П_0$ системы «тело — Земля»;

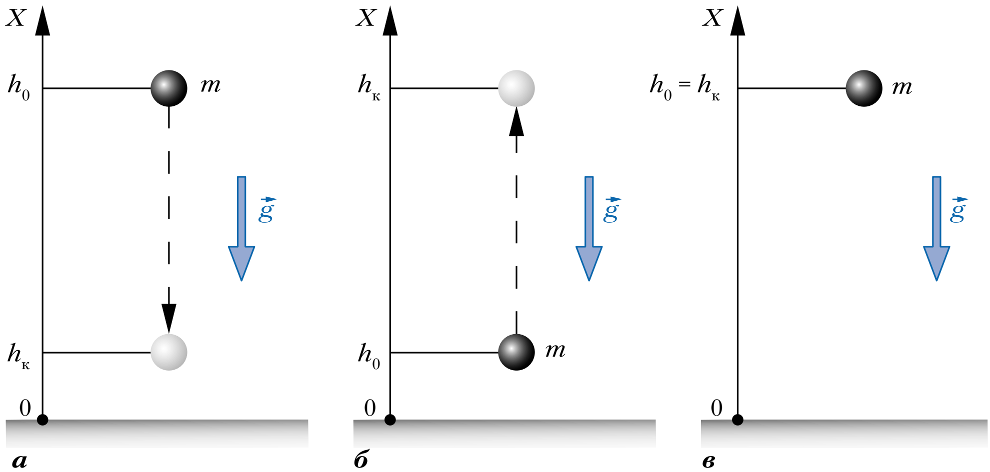


Рис. 132

б) чему равна конечная потенциальная энергия $П_к$ системы «тело — Земля»;
в) увеличивается или уменьшается потенциальная энергия системы «тело — Земля» при движении тела;
г) чему равна разность начальной $П_0$ и конечной $П_к$ потенциальных энергий системы «тело — Земля»;
д) чему равна работа силы тяжести при переводе тела из начального состояния в конечное;
е) равна ли работа силы тяжести разности начальной и конечной потенциальных энергий системы «тело — Земля»?

***3** Определите изменение потенциальной энергии $\Delta П$ системы «камень — Земля» за время падения камня массой $m = 5$ кг с высоты $h = 80$ м.

***4** Определите потенциальную энергию четырёх пружин автомобиля жёсткостью $k = 2$ кН/см каждая, удерживающих неподвижным кузов автомобиля массой $m = 1$ т, как показано на рис. 133. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

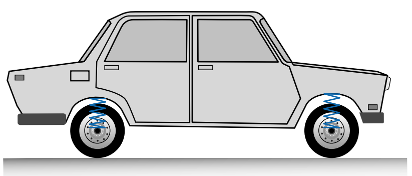


Рис. 133

§ 44 Механическая энергия системы тел. Закон сохранения механической энергии

В предыдущих параграфах (*см.* § 42 и 43) мы изучали различные виды энергии, которыми обладают тела или системы тел. При этом было установлено, что *кинетическая энергия определяется движением тел и их массой* и зависит от механических параметров системы (масс тел и их скоростей). *Потенциальная энергия системы тел определяется их взаимодействием* и также зависит от механических параметров (взаимного положения, т. е. координат тел системы, их масс и т. д.). Таким образом, эти виды энергии — кинетическая и потенциальная — определяются механическим состоянием системы тел. Их сумму называют механической энергией системы тел.

Сумму потенциальной энергии и кинетической энергий называют механической энергией системы тел.

В дальнейшем механическую энергию системы тел мы будем обозначать буквой E:

$$E = K + П$$

Рассмотрим, как изменяются кинетическая и потенциальная энергии системы тел на примере свободного падения тела в системе «тело — Земля». При падении тела вниз под действием силы тяжести скорость тела увеличивается. Следовательно, его кинетическая энергия нарастает. При этом расстояние от тела до поверхности Земли уменьшается. Значит, потенциальная энергия системы тел уменьшается при одновременном увеличении кинетической энергии.

При подъёме тела, напротив, потенциальная энергия системы возрастает. Скорость тела при этом уменьшается. Следовательно, кинетическая энергия системы уменьшается при одновременном увеличении потенциальной энергии.

Отметим, что в рассмотренных примерах силы трения в системе считают пренебрежимо малыми (при свободном падении тело движется только под действием силы тяжести). Поэтому работа сил трения в системе равна нулю. Также пренебрежимо малыми считают внешние силы (силы, действующие на тело и Землю со стороны тел, не входящих в систему). Поэтому их работа также равна нулю.

Можно показать, и многочисленные эксперименты это подтверждают, что *если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил равна нулю, то механическая энергия системы тел — сумма потенциальной энергии и кинетической энергии системы — не изменяется* (*сохраняется*).

Механическая энергия системы тел в инерциальной системе отсчёта не изменяется (сохраняется), если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил равна нулю.

$\boldsymbol{\Pi_0 + K_0 = \Pi_к + K_к}$,

если $\boldsymbol{A_{тр} + A_{ex} = 0}$.

Написанное соотношение вместе с условием называют **законом сохранения механической энергии**.

Для того чтобы усвоить смысл этого закона и научиться правильно его использовать, рассмотрим решение нескольких задач.

Задача 1. «Падение»

Определите модуль $v_к$ скорости, с которой подлетит к поверхности Земли камень, начавший свободно падать без начальной скорости ($v_0 = 0$) с высоты $h_0 = 20$ м. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.

Решение. Будем решать задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй, ось X направим вертикально вверх. Рассмотрим систему «камень — Земля». В начальный момент потенциальная энергия этой системы тел равна $\Pi_0 = m \cdot g \cdot h_0$, где m — масса камня. Начальная кинетическая энергия системы $K_0 = 0$. (Объясните почему.) При падении камня его кинетическая энергия будет нарастать. При этом потенциальная энергия рассматриваемой системы тел будет уменьшаться. В момент подлёта к Земле $h_к = 0$. Поэтому $\Pi_к = m \cdot g \cdot h_к = 0$. Кинетическая энергия системы в этот момент будет равна кинетической энергии камня, т. е. $K_к = \dfrac{m \cdot v_к^2}{2}$. Сил сопротивления движению камня нет — он совершает свободное падение. Нет и внешних сил — взаимодействие камня и Земли с другими объектами мы не учитываем. Следовательно, работа внешних сил и сил трения равна нулю. Воспользуемся законом сохранения механической энергии:

$$\Pi_0 + K_0 = \Pi_к + K_к.$$

Подставим в это соотношение найденные значения энергии системы:

$$m \cdot g \cdot h_0 + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = m \cdot g \cdot h_к + \frac{m \cdot v_к^2}{2},$$

$$m \cdot g \cdot h_0 + 0 = 0 + \frac{m \cdot v_к^2}{2},$$

$$v_к^2 = 2g \cdot h_0 = 20 \cdot 20\,(м^2/с^2).$$

Следовательно, $v_к = 20$ м/с.

Ответ: модуль скорости, с которой камень подлетит к поверхности Земли, равен 20 м/с.

Отметим, что в рассмотренной задаче потенциальная энергия системы тел полностью перешла в кинетическую энергию.

Задача 2. «Подъём»

Определите максимальную высоту $h_к$, на которую поднимется камень, если его скорость у поверхности Земли направлена вертикально вверх, а её модуль $v_0 = 30$ м/с. Модуль ускорения свободного падения считайте равным 10 м/с^2.

Решение. Выберем систему отсчёта, связанную с Землёй, ось X направим вертикально вверх. В качестве системы тел, как и прежде, рассмотрим камень и Землю. Будем считать, что сил сопротивления движению камня нет — он движется, испытывая действие только внутренней потенциальной силы (силы тяжести). Следовательно, камень, поднимаясь вверх, совершает свободное падение.

Начальная потенциальная энергия рассматриваемой системы тел равна

$$П_0 = m \cdot g \cdot h_0 = m \cdot g \cdot 0 = 0,$$

а её начальная кинетическая энергия —

$$K_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2}.$$

В момент достижения камнем максимальной высоты $h_к$ его скорость станет равна нулю ($v_к = 0$). Поэтому кинетическая энергия системы тел будет равна

$$K_к = \frac{m \cdot v_к^2}{2} = \frac{1}{2} m \cdot 0 = 0.$$

Потенциальная энергия системы будет равна $П_к = m \cdot g \cdot h_к$, где $h_к$ — искомая максимальная высота, на которую поднимется камень. Подставим полученные начальные и конечные значения потенциальной и кинетической энергий системы в закон сохранения механической энергии $П_0 + K_0 = П_к + K_к$. Получим:

$$0 + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = m \cdot g \cdot h_к + 0.$$

Следовательно,

$$h_к = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(30\,\text{м/с})^2}{2 \cdot 10\,\text{м/с}^2} = \frac{900}{20}\,\text{м} = 45\,\text{м}.$$

Ответ: максимальная высота, на которую поднимется камень, равна $h_к = 45$ м.

Отметим, что в процессе подъёма начальная кинетическая энергия камня полностью перешла в потенциальную энергию системы «камень — Земля». При этом потенциальная энергия системы возросла на величину, в точности равную убыли кинетической энергии.

Из рассмотренных примеров можно сделать важный вывод.

При свободном падении камня (этапы «подъём» и «падение») изменение потенциальной энергии системы «камень — Земля» равно изменению кинетической энергии этой системы, взятому с обратным знаком.

Задача 3. «Сжатие пружины»

На лёгкую упругую пружину жёсткостью $k = 1$ МН/м, прикреплённую к стене, налетает скользящий по гладкой горизонтальной плоскости брусок массой $m = 25$ кг (рис. 134). Модуль скорости бруска $v = 10$ м/с. Определите максимальное сжатие Δl пружины под действием этого бруска.

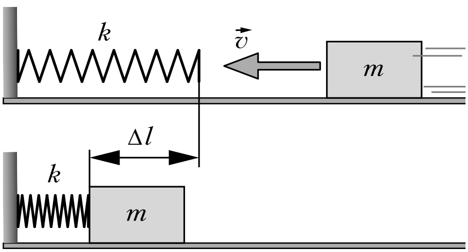


Рис. 134

Решение. Будем решать задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Рассмотрим систему тел, состоящую из пружины и бруска. В момент касания бруском пружины кинетическая энергия системы тел равна $K_0 = \frac{m \cdot v^2}{2}$. При этом потенциальная энергия нашей системы равна нулю, так как пружина не деформирована. Работа внешних сил (силы тяжести и реакций опор) равна нулю. Сил трения нет. К моменту максимального сжатия пружины на величину Δl брусок остановится. Следовательно, конечная кинетическая энергия указанной системы тел будет равна нулю. При этом потенциальная энергия системы станет равной $П_к = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}$.

Воспользуемся законом сохранения механической энергии $П_0 + K_0 = П_к + K_к$. Подставим в это соотношение найденные значения энергий:

$$0 + \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} + 0.$$

Следовательно,

$$\Delta l^2 = \frac{m \cdot v^2}{k} = \frac{25\ \text{кг} \cdot 10^2\ \text{м}^2/\text{с}^2}{10^6\ \text{Н/м}} = \frac{25\ \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{м}}{10^4\ \text{кг} \cdot \text{м/с}^2} = \left(\frac{5}{10^2}\right)^2 \text{м}^2,$$

$\Delta l = 5/100$ (м) $= 5$ см.

Ответ: пружина сожмётся на 5 см.

Обратим внимание на то, что мы не смогли бы решить эту задачу, используя непосредственно законы Ньютона и определение работы. Это связано с тем, что совершающая работу сила упругости не остаётся постоянной — эта сила изменяется при сжатии пружины.

Итоги

Сумму потенциальной и кинетической энергий называют механической энергией системы тел:
$\boldsymbol{E = K + П}$

Закон сохранения механической энергии.
Механическая энергия системы тел в инерциальной системе отсчёта не изменяется, если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил равна нулю.
$\boldsymbol{П_0 + K_0 = П_к + K_к}$,
если $\boldsymbol{A_{тр} + A_{ex} = 0}$.

При подъёме тела с поверхности Земли и действии на него только силы тяжести кинетическая энергия системы «тело — Земля» переходит в потенциальную; при свободном падении тела с высоты потенциальная энергия системы «тело — Земля» переходит в кинетическую.

Использование закона сохранения механической энергии позволяет упростить решение многих задач.

Вопросы

1. Что такое механическая энергия системы тел? В каких единицах измеряется механическая энергия в СИ?
2. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
3. Как изменяются: а) потенциальная, б) кинетическая, в) механическая энергия системы тел «тело — Земля» при свободном падении тела на этапах «подъём» и «падение»?
4. При каких условиях сохраняется механическая энергия системы тел?

*5. Зависит ли максимальная высота, на которую поднимается камень из задачи 2, от его массы? Почему?

Упражнения

1 С крыши дома высотой $h = 45$ м отрывается сосулька. Определите скорость сосульки в момент приземления.

2 Модуль скорости приземления свободно падающего вниз камня $v_к = 10$ м/с. Найдите высоту h_0, с которой падал камень, если его начальная скорость равна нулю.

3 Найдите скорость приземления свободно падающего камня, имевшего на высоте $h_0 = 40$ м от поверхности Земли скорость $v_0 = 10$ м/с, направленную вертикально вверх.

4 Шарик бросают с поверхности Земли вертикально вверх так, что $|\vec{v}_0| = 40$ м/с. На какой высоте этот шарик будет иметь скорость $v_к = 20$ м/с?

5 Шарик бросают с поверхности Земли вертикально вверх так, что $|\vec{v}_0| = 40$ м/с. Какую скорость будет иметь этот шарик на высоте $h_к = 60$ м?
Куда может быть направлена эта скорость?

6 На гладком горизонтальном полу с помощью бруска массой $m = 25$ кг удерживают прижатую к стене лёгкую пружину жёсткостью $k = 1$ МН/м. При этом пружина была сжата из недеформированного состояния на $\Delta l = 1$ см. Найдите скорость, которую приобретёт брусок после его отпускания к тому моменту, когда на него перестанет действовать пружина.

***7** Сформулируйте гипотезу о том, увеличится, уменьшится или не изменится рассчитанный модуль скорости, с которой камень в задаче 1 из текста параграфа подлетит к поверхности Земли, если учитывать силу сопротивления воздуха при падении. Для обоснования ответа определите, положительную или отрицательную работу совершит над телом сила сопротивления воздуха.

***8** Выскажите гипотезу, увеличится, уменьшится или не изменится максимальная высота подъёма тела, рассчитанная в задаче 2 из текста параграфа, если учитывать сопротивление воздуха движению. Для обоснования ответа определите, положительную или отрицательную работу совершит над телом сила сопротивления воздуха.

§ 45 Мощность

Как вы уже знаете, система тел, обладающая механической энергией, может совершить работу над внешними телами. В этом случае говорят, что тела этой системы являются *источниками энергии*.

Одна и та же работа разными источниками энергии может быть совершена за разное время. Например, человек может поднять сотню кирпичей на верхний этаж строящегося дома за несколько часов. Эти же кирпичи на тот же этаж подъёмным краном можно поднять за несколько минут. То есть подъёмный кран может выполнить работу по подъёму кирпичей во много раз быстрее человека. *Быстроту совершения работы характеризуют мощностью силы, совершающей эту работу.*

Мощность силы — физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы этой силы.

Чтобы определить мощность силы, надо работу A этой силы разделить на промежуток времени Δt, за который была совершена работа:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Если за любые равные промежутки времени сила совершает одинаковую работу A, то указанное отношение называют *мгновенной мощностью* (или просто *мощностью*) этой силы.

В других случаях указанное отношение называют *средней мощностью силы за заданный промежуток времени.*

В СИ единицу мощности называют *ваттом* (Вт):

$$1\,\text{Вт} = \frac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{с}}.$$

Единица мощности названа в честь английского физика Джеймса Уатта (1736–1819). Сам Уатт использовал в качестве единицы мощности *лошадиную силу*. Это работа, совершаемая за 1 секунду лошадью, которая работает целый день.

1 л. с. = 735 Вт.

Для примера отметим, что средняя мощность, развиваемая сердцем человека, примерно равна 2 Вт. При интенсивной работе в течение нескольких минут человек может развивать мощность около 1 кВт, а при отдельных движениях (прыжок с места, рывок при поднятии тяжести) мощность может достигать 4–5 кВт. Двигатели различных технических устройств, используемых в быту, имеют мощности от долей милливатта (электронно-механические часы) до сотен ватт (двигатели стиральной машины, электрического точила). Мощность же двигателей ракеты космического корабля «Энергия» достигает величины $1{,}2 \cdot 10^{11}$ Вт.

Мощность N силы $\vec{F}$ можно вычислить, зная эту силу и скорость $\vec{v}$ точечного тела, на которое она действует. Как вы помните (*см.* § 20–21), скорость точки — это отношение перемещения точки к промежутку времени, в течение которого движение точки было практически равномерным и прямолинейным. Следовательно, за такой промежуток времени Δt перемещение точки $\Delta\vec{x} = \vec{v} \cdot \Delta t$. В течение этого промежутка времени ускорение точки можно считать равным нулю. Следовательно, сумма действующих на точку сил, согласно второму закону Ньютона, должна быть равна нулю, а каждую из действующих сил можно считать постоянной. Поэтому работа силы, направление которой совпадает с направлением скорости точки, будет равна $A = F \cdot v \cdot \Delta t$. Следовательно, мощность силы, которая совпадает по направлению со скоростью, равна

$$N = F \cdot v.$$

Таким образом, если направления скорости и силы совпадают, то мощность такой силы *положительна* (значения F и v имеют одинаковые знаки).

Напротив, если скорость тела и действующая на него сила направлены в противоположные стороны, то мощность такой силы *отрицательна* (значения F и v имеют разные знаки).

Из полученной формулы следует, что, когда мощность двигателя постоянна, сила, которая приложена к движущемуся телу, благодаря работе двигателя увеличивается при уменьшении скорости. Именно поэтому водитель автомобиля, преодолевая участок, на котором сила сопротивления движению автомобиля велика, включает пониженную передачу. Уменьшая скорость автомобиля, он увеличивает силу, вращающую колёса.

Рассмотрим теперь, как можно вычислить мощность силы, на примере решения следующих задач.

Задача 1

Спортсмен поднялся по вертикальному канату за время $\Delta t = 16$ с на высоту $h = 10$ м. Какую среднюю мощность развивал этот спортсмен? Масса спортсмена $M = 80$ кг. Модуль ускорения свободного падения считайте равным 10 м/с^2.

Решение.

При подъёме по канату спортсмен совершил работу против силы тяжести, равную $A = M \cdot g \cdot h = 80$ кг $\cdot$ 10 м/с^2 $\cdot$ 10 м = 8000 Дж. Следовательно, средняя мощность, которую развивал спортсмен, равна

$$N = \frac{A}{\Delta t} = \frac{800\ \text{Дж}}{16\ \text{с}} = 500\ \ \text{Вт}.$$

Ответ: средняя мощность равна 500 Вт.

Задача 2

Определите массу груза, который может поднимать кран с постоянной скоростью v = 90 м/мин. Мощность двигателя крана N = 15 кВт. Модуль ускорения свободного падения считайте равным 10 м/с^2.

Решение.

Из формулы $N = F \cdot v$ найдём модуль силы, с которой кран действует на равномерно поднимаемый груз: $F = N/v$. При *равномерном* подъёме эта сила должна уравновешивать действующую на груз силу тяжести $F = m \cdot g$. Следовательно,

$$m = \frac{F}{g} = \frac{N}{v \cdot g} = \frac{15 \cdot 10^3\ \text{Вт}}{90\ \text{м/мин} \cdot 10\ \text{м/с}^2} = \frac{15 \cdot 10^3\ \text{Вт}}{15\ \text{м/с} \cdot 10\ \text{м/с}^2} =$$

$$= 10^3\ \frac{\text{Дж/с}}{\text{м}^2/\text{с}^3} = 10^3\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м/с}}{\text{м}^2/\text{с}^3} = 10^3\ \frac{(\text{кг} \cdot \text{м/с}^2) \cdot \text{м/с}}{\text{м}^2/\text{с}^3} = 10^3\ \text{кг} = 1\ \text{т}.$$

Ответ: масса груза равна 1 т.

Итоги

Мощность силы — физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы этой силы.

Чтобы определить мощность силы, надо работу A этой силы разделить на промежуток времени Δt, за который была совершена работа:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Вопросы

1. Что такое мощность?
2. Как называют единицу мощности в СИ?

*3. Может ли мощность силы быть отрицательной? Приведите примеры сил с отрицательной мощностью.

Упражнения

1. Какую работу совершили за год генераторы электростанции, если их средняя мощность за год была равна N = 2,5 МВт? Ответ выразите в джоулях.

2 Определите среднюю мощность человека при быстрой ходьбе, если за $\Delta t = 0{,}5$ ч он делает 2500 шагов. Известно, что, делая один шаг, человек совершает работу $A = 36$ Дж.

3 Оцените вашу мощность при подъёме по лестнице. Для этого подсчитайте, на какую высоту вы подниметесь за 10 с, за 1 мин при равномерном подъёме. Как изменится мощность, если вы будете подниматься с вдвое меньшей скоростью, с вдвое большей скоростью?

4 Проанализируйте решение задачи 1 из параграфа. Уменьшится ли время подъёма на ту же высоту другого спортсмена, если он будет развивать ту же мощность, а его масса равна 60 кг? Найдите время подъёма более лёгкого спортсмена.

5 Самолёт летит прямолинейно горизонтально с постоянной скоростью 1000 км/ч. Вычислите силу сопротивления движению самолёта, если его двигатели развивают мощность $1{,}8$ МВт.

6 Автомобиль массой $m = 2$ т движется прямолинейно по горизонтальной дороге со скоростью $v = 72$ км/ч, преодолевая силу сопротивления, равную $0{,}05$ его веса. Какую мощность развивает двигатель автомобиля?

ВИДЫ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ

Вид энергии	**Кинетическая энергия точечного тела**	**Потенциальная энергия системы «тело — Земля»**
Формула для расчёта	$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$	$\Pi = m \cdot g \cdot h$
Физический смысл	Равна работе, которую может совершить в ИСО тело над другими телами за счёт уменьшения своей скорости до нуля	Равна работе силы тяжести при опускании тела на нулевую высоту ($h = 0$)
Когда изменяется (сохраняется)	При совершении над телом положительной работы увеличивается на величину этой работы. При совершении над телом отрицательной работы уменьшается на величину, равную модулю этой работы. Если совершённая над телом работа равна нулю, то сохраняется	При совершении силой тяжести положительной работы (уменьшении высоты h) уменьшается. При совершении силой тяжести отрицательной работы (увеличении высоты h) увеличивается. Если высота h остаётся неизменной, то сохраняется

Механическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий входящих в систему тел и потенциальной энергии их взаимодействия:

$$E = K + \Pi.$$

Закон сохранения механической энергии

Если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил над телами системы равна нулю, то механическая энергия этой системы в ИСО не изменяется (сохраняется).

Глава 5 Статика

Механика изучает не только изменение характера движения тел в результате действия на них сил. Очень часто требуется установить, при каких условиях тела, несмотря на действие на них других тел, остаются в покое (неподвижны в выбранной системе отсчёта). Эти задачи появились ещё в древности при строительстве зданий, мостов и других сооружений, при создании и применении различных механических устройств для поднятия и перемещения грузов. Решением таких задач занимается специальный раздел механики — *статика*.

§ 46 Равновесие тела. Момент силы

Вы уже знаете, что если сумма всех действующих на точечное тело сил равна нулю, то это тело в ИСО покоится или движется равномерно и прямолинейно. Следовательно, всегда можно выбрать такую инерциальную систему отсчёта, в которой это тело покоится. В этом случае говорят, что *тело находится в равновесии*. Таким образом, *условием равновесия точечного тела в ИСО является равенство нулю суммы всех действующих на него сил*.

А как быть, если интересующее нас тело не является точечным? В этом случае действующие силы могут быть приложены *к разным точкам* тела. Тогда, даже если сумма сил равна нулю, реальное тело может деформироваться, т. е. различные его части могут двигаться относительно друг друга.

Однако при изучении статики нас будут интересовать только такие тела, деформации которых пренебрежимо малы. Такие тела называют *твёрдыми*. Как правило, твёрдыми телами считают детали машин и механизмов, строительные конструкции из бетона, стали и т. п.

! **Если можно выбрать ИСО, в которой все точки твёрдого тела покоятся, то о таком теле говорят, что оно находится в состоянии равновесия.**

В отличие от точечного тела, не имеющего размеров, для твёрдого тела условия равенства нулю суммы всех действующих на него сил недостаточно для того, чтобы оно находилось в состоянии равновесия. Эксперименты показывают, что если сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то у тела можно найти точку, которая будет неподвижной в ИСО. При этом тело может оставаться неподвижным, а может начать раскручиваться вокруг этой точки. Понятно, что во втором случае не все точки тела будут покоиться и, следовательно, тело не будет находиться в равновесии.

Если сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то у тела можно найти точку, которая будет неподвижной в ИСО.

Поясним сказанное на примере. Лежащая на столе тетрадь покоится. Если же вы потянете эту тетрадь за противоположные углы с одинаковыми по модулю, но противоположными по направлению силами (рис. 135), то увидите, что тетрадь начнёт раскручиваться. При этом центр – точка C пересечения диагоналей останется неподвижной.

Таким образом, одного условия (равенства нулю суммы всех действующих на твёрдое тело сил) недостаточно для того, чтобы все точки этого тела оставались в покое.

Найдём дополнительное условие равновесия, при котором изначально покоившееся твёрдое тело не начинает раскручиваться под действием прикладываемых к нему сил. Рассмотрим твёрдое тело, закреплённое на оси, вокруг которой оно может вращаться. Пусть это будет, например, велосипедное колесо, которое закреплено на оси, обозначенной точкой O (рис. 136). Исследуем, как будет изменяться вращение колеса под действием одной и той же силы $\vec{F}$. Для этого приложим силу $\vec{F}$ к точке A обода колеса и будем изменять направление этой силы.

Вначале подействуем на колесо силой $\vec{F}$ в направлении, перпендикулярном радиусу OA (рис. 136, *а*). Эксперимент показывает, что в

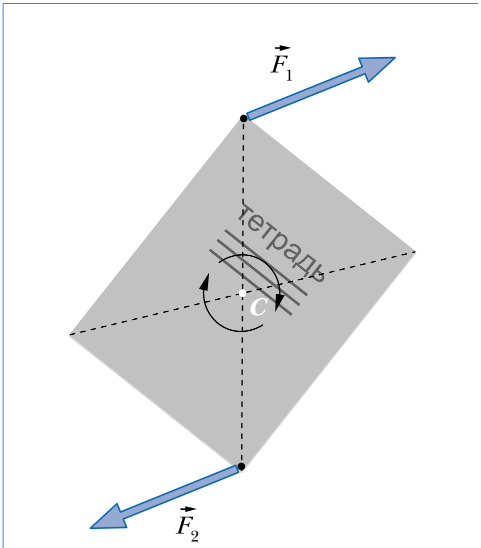


Рис. **135** Равенства нулю суммы всех действующих на твёрдое тело сил недостаточно для нахождения его в покое. Под действием сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ тетрадь начинает вращаться вокруг точки C

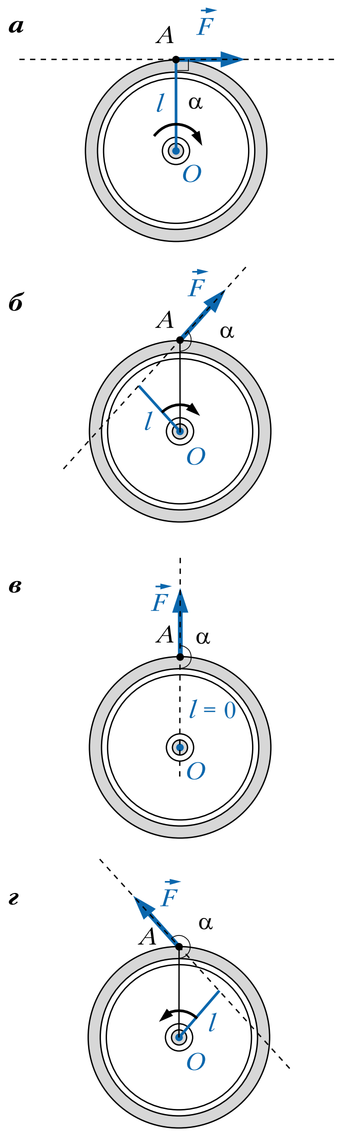


Рис. **136** Раскручивающее действие силы $\vec{F}$ на колесо определяется расстоянием от оси вращения до линии действия силы — l, а также модулем силы

этом случае колесо начнёт раскручиваться по ходу стрелки часов (по часовой стрелке). Если же направление силы $\vec{F}$ будет таким, как на рис. 136, *б*, то неподвижное колесо также начнёт раскручиваться по часовой стрелке, но уже медленнее, чем в первом случае. Дальнейшие эксперименты показывают, что с увеличением угла α между направлением действия силы и радиусом *OA* раскручивающее действие силы будет уменьшаться. Наконец, если сила $\vec{F}$ будет направлена точно вдоль радиуса колеса (рис. 136, *в*), то колесо вообще не начнёт раскручиваться.

Если продолжать увеличивать угол α между направлением силы $\vec{F}$ и радиусом *OA* (рис. 136, *г*), то неподвижное колесо начнёт раскручиваться в противоположную сторону.

Понятно, что в случаях *а*, *б* и *г* увеличение модуля силы приведёт к увеличению раскручивающего действия силы. Таким образом, раскручивающее действие силы на колесо зависит как от направления силы, так и от её модуля. Как же описать это действие? Для того чтобы ответить на этот вопрос, введём новые понятия.

На каждом из рис. 136 пунктиром изображена линия, вдоль которой действует сила $\vec{F}$. Эту линию называют *линией действия силы* $\vec{F}$. Расстояние от оси вращения до линии действия силы $\vec{F}$ называют *плечом силы*. (На рис. 136 плечи силы $\vec{F}$ перпендикулярны линиям действия силы и обозначены буквой l.)

! Линию, вдоль которой действует сила, называют линией действия этой силы.
Расстояние от оси вращения до линии действия силы называют плечом этой силы.

Из рисунка видно, что чем больше плечо силы — длина отрезка l, тем большее раскручивающее действие оказывает сила. В случае когда плечо силы равно нулю (*см.* рис. 136, *в*), раскручивающее действие силы также равно нулю. Когда плечо силы $\vec{F}$ максимально (*см.* рис. 136, *а*), максимально и её раскручивающее действие.

Раскручивающее действие силы описывают физической величиной — *моментом силы*. Его принято обозначать буквой M.

Моментом M силы $\vec{F}$ относительно данной оси называют физическую величину, равную произведению модуля силы на её плечо:
$$\boldsymbol{M = F \cdot l}.$$

Если сила стремится раскручивать тело *против часовой стрелки* (*см.* рис. 136, *г*), то её момент считают *положительным* ($M > 0$). Напротив, если сила стремится раскручивать тело *по часовой стрелке* (*см.* рис. 136, *а* и *б*), то её момент считают *отрицательным* ($M < 0$).

Из определения понятно, почему единицу момента силы в СИ называют *ньютон-метр* (Н · м).

Эксперименты показывают, что если на твёрдое тело действуют несколько сил, то суммарное раскручивающее действие этих сил равно сумме моментов этих сил. Например, если на тело действуют две силы, моменты которых равны по модулю, но противоположны по знаку, то сумма моментов этих сил будет равна нулю и данное тело не будет раскручиваться.

Таким образом,

! твёрдое тело в ИСО остаётся в равновесии, если выполнены два условия:
1) сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю;
2) сумма моментов всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю.

Итоги

Если можно выбрать ИСО, в котором точечное тело покоится, то говорят, что это тело находится в равновесии.
Условием равновесия точечного тела в ИСО является равенство нулю суммы всех действующих на него сил.

Если можно выбрать ИСО, в которой все точки твёрдого тела покоятся, то о таком теле говорят, что оно находится в состоянии равновесия.

Линию, вдоль которой действует сила, называют *линией действия силы*.

Расстояние от оси вращения до линии действия силы называют *плечом силы*.

Моментом M силы $\vec{F}$ относительно данной оси называют физическую величину, равную произведению модуля силы на её плечо:
$\boldsymbol{M = F \cdot l}$.

Если сила стремится раскручивать тело в направлении против часовой стрелки, то её момент считают положительным ($M > 0$). Если сила стремится раскручивать тело в направлении по часовой стрелке, то её момент считают отрицательным ($M < 0$).

Твёрдое тело в ИСО будет оставаться в равновесии, если выполнены два условия:
1) сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю;
2) сумма моментов всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю.

Вопросы

1. В каком случае говорят, что точечное тело находится в равновесии?
2. Сформулируйте условие равновесия точечного тела в ИСО.
3. Какое тело называют твёрдым?
4. В каком случае говорят, что твёрдое тело находится в равновесии?
5. Что такое линия действия силы? Что называют плечом силы?
6. Какая физическая величина характеризует раскручивающее действие силы?
7. Сформулируйте определение момента силы относительно оси.
8. Как называют единицу момента силы в СИ?
9. Когда момент силы считают положительным (отрицательным)?
10. Сформулируйте условия равновесия твёрдого тела.
11. Почему дверные ручки прикрепляют не к центру двери, а на максимальном удалении от её петель?

§ 47 Применение условий равновесия твёрдого тела. Решение задач

Рассмотрим примеры того, как можно на практике применить условия равновесия твёрдого тела.

Пример 1. Равноплечие весы

Ещё с древнейших времён для определения массы тел люди использовали равноплечие весы (рис. 137). Понять принцип их работы просто, если воспользоваться вторым условием равновесия твёрдого тела.

Коромысло весов может поворачиваться вокруг оси, проходящей через точку O. На равных расстояниях от оси вращения коромысла подвешены одинаковые чашки. В одну чашку помещают груз неизвестной массы m, а в другую — набор грузов известной массы, например $m_1 + m_2$. Весы будут находиться в равновесии, если стремящиеся развернуть их коромысло положительный момент $m \cdot g \cdot OA$ и отрицательный момент $-(m_1 + m_2) \cdot g \cdot OB$ будут уравновешивать друг друга. Поэтому условие равновесия коромысла весов можно записать в виде:

$$m \cdot g \cdot OA - (m_1 + m_2) \cdot g \cdot OB = 0.$$

Так как плечо OA силы тяжести груза равно плечу OB силы тяжести гирь, то уравнение обратится в тождество при условии, что $m = m_1 + m_2$. Таким образом, равноплечие весы будут находиться в равновесии, если суммарная масса гирь будет равна массе взвешиваемого груза.

Если массы груза и гирь не равны друг другу, то коромысло весов начнёт разворачиваться в сторону большего по модулю момента силы тяжести (в сторону большей массы). Чашка весов с большей массой начнёт опускаться. Добавляя (или уменьшая) число гирь известной массы, можно достичь равновесия и таким образом измерить неизвестную массу груза.

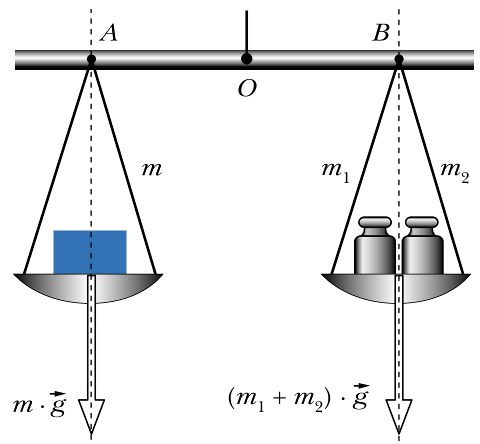


Рис. 137 Равноплечие весы находятся в равновесии, когда сумма моментов действующих на их коромысло сил равна нулю

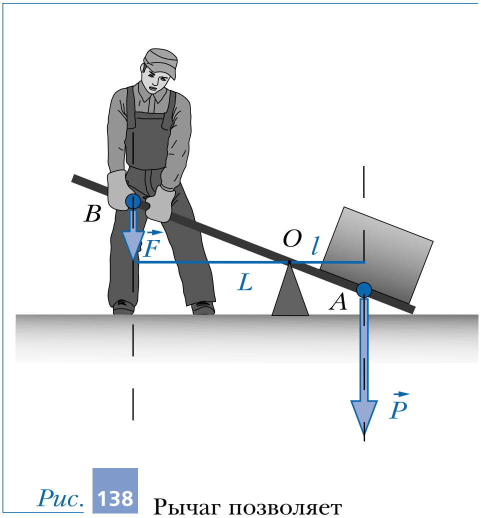


Рис. 138 Рычаг позволяет уравновесить большую силу $\vec{P}$ меньшей силой $\vec{F}$ за счёт увеличения плеча меньшей силы

Пример 2. Рычаг

Рычагом называют твёрдое тело, способное вращаться вокруг неподвижной оси (или опоры). Применение рычага позволяет получить *выигрыш в силе* — преодолеть действие большей силы, приложив меньшую силу. Каким образом это можно сделать?

Рассмотрим человека, поднимающего камень весом P с помощью рычага (рис. 138). Человек действует на противоположный конец рычага силой $\vec{F}$, направленной вертикально вниз. Под действием моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{P}$ рычаг может вращаться вокруг оси O. Обозначим плечо силы $\vec{F}$ символом L, а плечо силы $\vec{P}$ — символом l. *Рычаг будет находиться в равновесии, если сумма вращающих его моментов сил будет равна нулю*:

$$F \cdot L - P \cdot l = 0 \text{ или } \frac{F}{P} = \frac{l}{L}.$$

Следовательно, в рассмотренном случае *рычаг находится в равновесии, если отношение приложенных к нему сил обратно пропорционально отношению плеч этих сил.*

Проведём анализ полученного результата. Если плечо L силы $\vec{F}$ будет в 2 раза больше плеча l силы $\vec{P}$, то для поднятия камня человек должен будет приложить к рычагу силу, в 2 раза меньшую веса камня. Таким образом, увеличивая плечо L прикладываемой силы, можно получить заранее заданный выигрыш в силе.

Рассмотренные в примере 1 равноплечие весы также представляют собой рычаг. Однако его ось вращения совпадает с серединой коромысла. Поэтому такой рычаг не даёт выигрыша в силе.

Условие равновесия рычага можно использовать для решения задач.

Задача 1. «Качели»

Старший брат массой M = 60 кг посадил младшего брата массой m = 40 кг на лёгкую доску качелей на расстоянии L = 3 м от оси её вращения (рис. 139). В каком месте должен действовать старший брат на доску, чтобы она находилась в равновесии?

Решение. Старший брат должен действовать на доску с противоположной стороны от оси вращения на таком расстоянии l, чтобы выполнялось условие равновесия доски: $M \cdot g \cdot l - m \cdot g \cdot L = 0$.

Следовательно,

$$l = \frac{m \cdot L}{M} = \frac{40 \text{ кг} \cdot 3 \text{ м}}{60 \text{ кг}} = 2 \text{ (м)}.$$

Ответ: чтобы качели находились в равновесии, старший брат должен действовать на доску на расстоянии 2 м от оси вращения качелей.

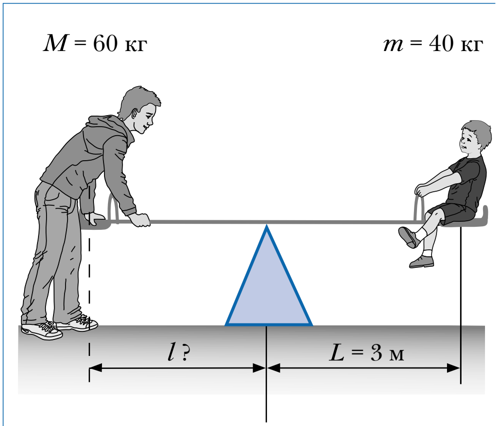


Рис. 139

Найдите силу, с которой доска качелей при этом будет действовать на ось вращения (опору). Массой доски качелей можно пренебречь.

Решение. По третьему закону Ньютона искомая сила $\vec{F}$, с которой доска качелей действует на ось вращения (опору), равна по модулю силе $\vec{N}$ реакции опоры, с которой ось вращения действует на доску. Для того чтобы найти силу $\vec{N}$ реакции опоры, применим к доске первое условие равновесия твёрдого тела. На доску действуют три силы (со стороны двух братьев и со стороны оси вращения). Если ось системы отсчёта, связанной с Землёй, направить вертикально вверх, то первое условие равновесия твёрдого тела для доски примет вид: $N - M \cdot g - m \cdot g = 0$. Следовательно, искомая сила направлена вертикально вниз, а её модуль равен

$$F = N = (M + m) \cdot g = 1000 \text{ Н} = 1 \text{ (кН)}.$$

Ответ: модуль силы, с которой доска качелей действует на опору, равен 1 кН.

Мы рассмотрели рычаги, в которых ось вращения находится между точками приложения действующих сил. Такие рычаги называют *рычагами первого рода*. На практике используют также рычаги, у которых точки приложения сил находятся по одну сторону от оси вращения. Такие рычаги называют *рычагами второго рода*. На рис. 140 изображён подобный рычаг.

Задача 2. «Рычаг второго рода»

На каком расстоянии L от точки опоры O (*см.* рис. 140) должен взяться за лёгкий рычаг рабочий, чтобы приподнять груз массой $M = 200$ кг? Ли-

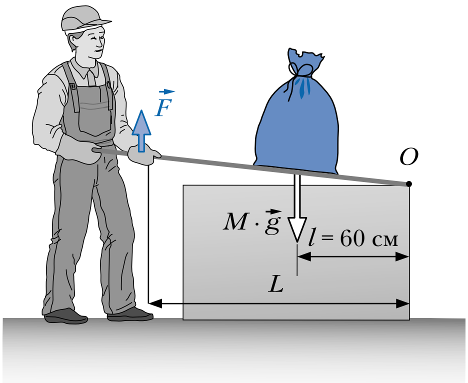


Рис. **140** В рычагах второго рода точки приложения сил находятся по одну сторону от оси вращения рычага

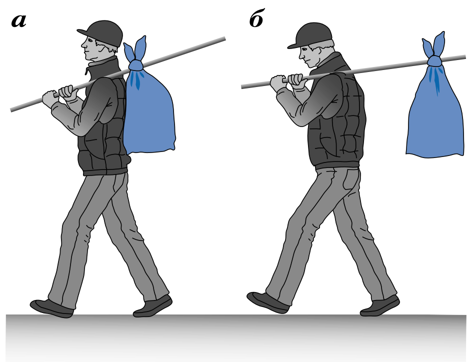


Рис. **141**

ния действия веса этого груза проходит на расстоянии $l = 60$ см от точки опоры. Рабочий прикладывает к рычагу силу, направленную вертикально вверх, её модуль $F = 600$ Н.

Решение. На рычаг действуют вес груза $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$ и сила $\vec{F}$ со стороны рабочего. При этом относительно оси вращения (точки опоры O) момент веса груза положителен, а момент силы, приложенной рабочим, отрицателен. Поэтому условие равновесия данного рычага имеет вид:

$$M \cdot g \cdot l - F \cdot L = 0.$$

Следовательно, $L = \dfrac{M \cdot g \cdot l}{F} = \dfrac{200\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 0{,}6\ \text{м}}{600\ \text{Н}} = 2\ \text{м}.$

Ответ: рабочий должен взяться за рычаг на расстоянии $L = 2$ м от точки опоры.

Итоги

Рычагом называют твёрдое тело, способное вращаться вокруг неподвижной оси (или опоры).

Рычаг даёт выигрыш в силе, равный отношению плеч сил. При этом *отношение модулей приложенных к нему сил обратно пропорционально отношению плеч этих сил.*

Вопросы

1. Что называют рычагом? Приведите примеры рычагов в быту и в технике.
2. Сформулируйте условие равновесия рычага.
3. Как с помощью рычага получить выигрыш в силе?
4. Чем отличается рычаг первого рода от рычага второго рода?

*5. Предложите способы определения равноплечности весов.

Упражнения

1. Определите массу камня, который приподнимает человек (*см.* рис. 138), прикладывая силу $\vec{F}$, модуль которой равен 800 Н. Расстояние $OB = 3$ м, $OA = 40$ см. Массой рычага пренебречь.
2. Соберите группу из пяти человек. Узнайте свои массы и рассчитайте расстояния от точки опоры доски качелей, на которые каждому из вас необходимо сесть, чтобы качели с пятью учащимися находились в равновесии (сделайте рисунок, на котором изобразите действующие на доску силы и их плечи). Для проверки полученного ответа проведите эксперимент с качелями (используйте рулетку).

*3. Как с помощью неравноплечих весов и набора гирь определить неизвестную массу груза?

4. В каком случае палка сильнее давит на плечо путника, показанного на рис. 141, *а* и *б*? (*Подсказка:* определите, рычагом какого рода является палка.)
5. Допустим, вам нужно поднять груз массой 100 кг, а вы можете приложить в вертикальном направлении силу не более 200 Н. Какой рычаг второго рода потребуется вам для выполнения задачи? Нарисуйте схему эксперимента, указав на ней силы и их плечи.
6. Изучите рис. 142. Объясните, почему при сокращении бицепса человека происходит сгибание руки в локтевом суставе. Определите модуль силы $\vec{F}$, с которой бицепс удерживает кости в точке A крепления, если модуль веса шара $P = 100$ Н, расстояние от точки O вращения локтевого сустава до точки A $l = 2{,}5$ см, а до точки B действия веса P шара на ладонь $L = 30$ см. Массой руки пренебречь.

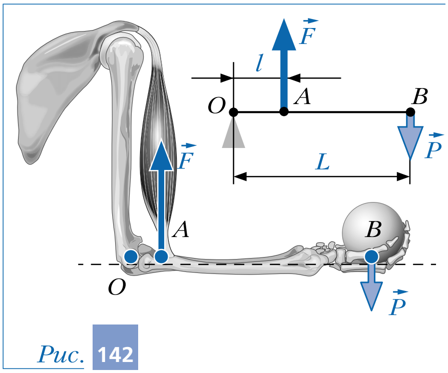


Рис. 142

§ 48 Простые механизмы

В предыдущем параграфе вы познакомились с рычагом — механическим устройством для перемещения грузов за счёт выигрыша в силе. Используя неравноплечий рычаг, можно, приложив небольшую силу, переместить тело значительной массы. Рычаг был одним из первых механизмов, известных людям с древних времён. Существуют и другие механические устройства, которые позволяют изменять не только модуль силы, но и её направление. Такие устройства называют *простыми механизмами*.

Механические устройства, с помощью которых можно изменять направление и модуль силы, называют простыми механизмами.

Рассмотрим некоторые виды простых механизмов.

Блоком называют устройство, представляющее собой колесо с жёлобом, по которому пропускают верёвку, трос или цепь. Принято различать два вида блоков: неподвижный и подвижный.

У неподвижного блока (рис. 143, *а*) ось вращения закреплена. Неподвижный блок действует как равноплечий рычаг относительно оси B вращения колеса (рис. 143, *б*). Поэтому такой блок не даёт выигрыша в силе. Его используют только для того, чтобы изменить направление прикладываемой силы (рис. 144).

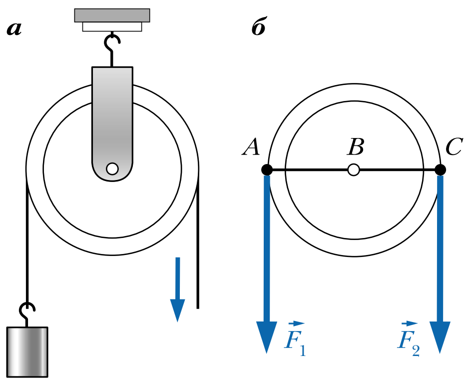


Рис. **143** Неподвижный блок, у которого ось вращения закреплена, можно рассматривать как равноплечий рычаг

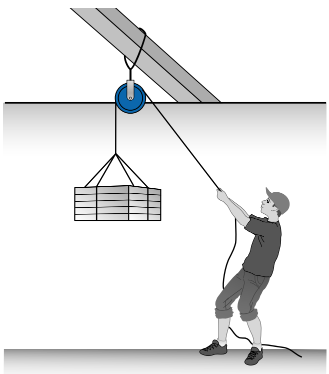


Рис. **144** Неподвижный блок позволяет лишь изменить направление действия силы

У подвижного блока (рис. 145, *а*) ось вращения перемещается вместе с грузом. *Этот блок даёт выигрыш в силе в 2 раза*. Действительно, подвижный блок можно рассматривать как рычаг второго рода относительно точки O. В этой точке верёвка касается блока со стороны её *закреплённого конца* (рис. 145, *б*). Плечо OB прикладываемой силы $\vec{F}$ в 2 раза больше плеча OA веса $\vec{P}$ груза. Поэтому, исходя из условия равновесия, модуль прикладываемой силы будет в 2 раза меньше модуля веса груза.

На практике часто используют комбинацию подвижного и неподвижного блоков (рис. 146). Такое сочетание блоков позволяет изменить направление силы и при этом полу-

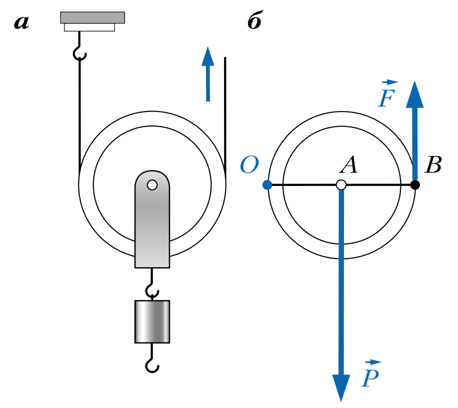


Рис. 145 Подвижный блок, у которого ось вращения перемещается вместе с грузом, можно рассматривать как рычаг второго рода. Такой блок даёт выигрыш в силе в 2 раза

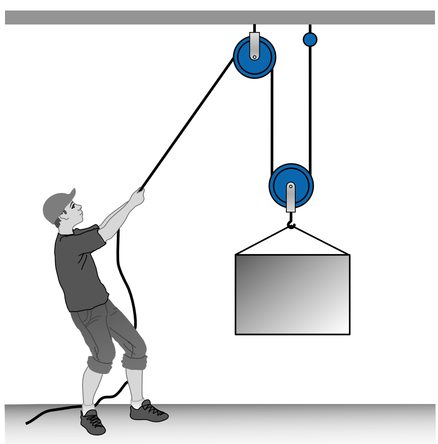


Рис. 146 Комбинация неподвижного и подвижного блоков позволяет получить выигрыш в силе в 2 раза и изменить направление силы

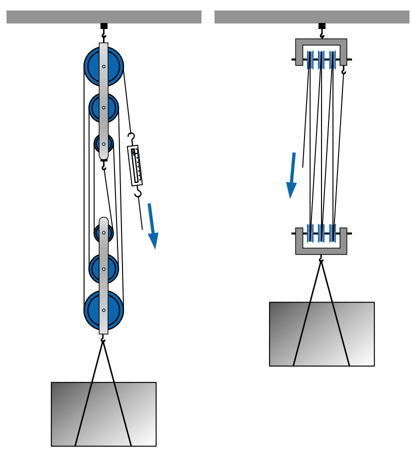


Рис. 147 Полиспаст даёт выигрыш в силе во столько раз, сколько в нём блоков. Изображённые полиспасты имеют по 6 блоков и дают шестикратный выигрыш в силе

Рис. **148**

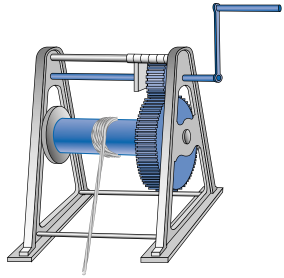


Рис. **149**

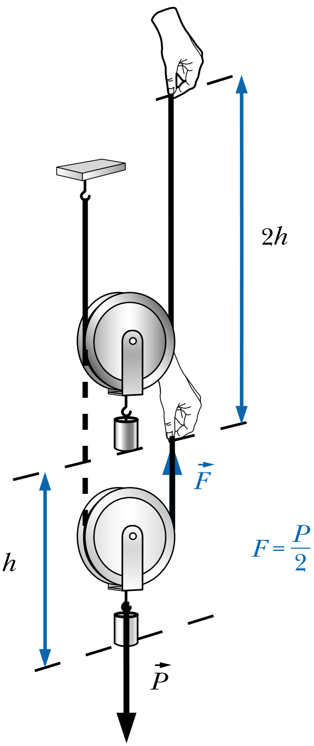


Рис. **150** Чтобы поднять груз на высоту h с помощью подвижного блока, необходимо конец верёвки переместить на высоту $2h$

чить двукратный выигрыш в силе. Ещё больший выигрыш в силе можно получить при использовании системы блоков, которую называют *полиспастом* (рис. 147). Полиспаст представляет собой комбинацию подвижного и неподвижного блоков, которая повторяется несколько раз. При этом все неподвижные блоки, как правило, собраны в одну обойму, а все подвижные блоки — в другую, подвижную обойму.

Простым механизмом является и такое устройство, как *ворот* (рис. 148). Ворот состоит из цилиндра и прикреплённой к торцу цилиндра рукоятки. Цилиндр может вращаться вокруг неподвижной оси. Обычно ворот применяют для подъёма грузов из колодцев, шахт и т. п.

К простым механизмам относятся и различные виды *лебёдок*. Одна из них показана на рис. 149. Она представляет собой комбинацию двух воротов, соединённых через зубчатые колёса.

Отметим, что *использование простых механизмов, дающих вы-*

игрыш в силе в несколько раз, приводит к проигрышу в перемещении во столько же раз. Например, при использовании подвижного блока, выигрывая в 2 раза в силе (рис. 150), мы в 2 раза проигрываем в перемещении. Для того чтобы поднять груз на высоту h, нам необходимо переместить конец верёвки на расстояние $2h$. Поэтому совершённая нами работа (затраченная работа) $A_з$ в идеальном случае (т. е. без учёта веса блока, верёвки и действия сил трения в оси блока) при равномерном подъёме груза будет всегда равна полезной работе $A_п$ по перемещению груза:

$$A_з = A_п.$$

Этот закон называют *«золотым правилом» механики*. Он справедлив для всех простых механизмов.

При использовании простых механизмов в идеальном случае затраченная работа равна полезной работе. Выигрывая в силе, мы во столько же раз проигрываем в перемещении.

В данном случае для подвижного блока мы имеем:

$$A_п = P \cdot h,$$

$$A_з = F \cdot 2h = \frac{P}{2} \cdot 2h = P \cdot h.$$

В реальном случае при расчёте затраченной и полезной работы необходимо учитывать вес блоков (рычагов, верёвок и т. п.), а также действие сил трения. Так, при подъёме груза с помощью подвижного блока мы будем совершать дополнительную работу по подъёму самого блока, верёвки и по преодолению силы трения в оси блока. Поэтому в реальности затраченная работа $A_з$ всегда будет больше полезной работы: $A_з > A_п$.

Отношение полезной работы к затраченной работе называют коэффициентом полезного действия (КПД) механизма:

$$\textbf{КПД} = \frac{\boldsymbol{A_п}}{\boldsymbol{A_з}}.$$

Коэффициент полезного действия часто выражают в процентах и обозначают греческой буквой η (читается «эта»).

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\,\%$$

В реальном случае КПД всегда меньше 1 ($\eta < 100\ \%$).

Итоги

Механические устройства, с помощью которых можно изменять направление и модуль силы, называют простыми механизмами.

В идеальном случае при использовании простых механизмов, выигрывая в силе, мы во столько же раз проигрываем в перемещении. Поэтому затраченная нами работа $A_з$ равна полезной работе $A_п$. Этот закон называют *«золотым правилом» механики*. В реальном случае затраченная работа $A_з$ всегда будет больше полезной работы $A_п$.

Отношение полезной работы к затраченной работе называют коэффициентом полезного действия (КПД) механизма:

$$\textbf{КПД} = \frac{A_п}{A_з}.$$

Вопросы

1 Что называют простыми механизмами? Приведите примеры таких механизмов.
2 Какие виды блоков вы знаете?
3 Для чего используют неподвижный блок?
4 Какой выигрыш в силе даёт подвижный блок?
5 Сформулируйте «золотое правило» механики.
6 Что называют коэффициентом полезного действия (КПД)?
7 Может ли КПД механизма быть больше единицы (больше 100 %)?

Упражнения

1 Какой выигрыш в силе даёт ворот, изображённый на рис. 148, в идеальном случае, если радиус его цилиндра равен 10 см, а длина рукоятки составляет 50 см?
2 Какой выигрыш в силе в идеальном случае даст полиспаст, если в нём будет 4 подвижных блока?
3 Определите массу ведра с водой, которое можно поднять в идеальном случае с помощью ворота, изображённого на рис. 148, если приложить к ручке силу 300 Н. Длина ручки равна 50 см, а радиус цилиндра равен 10 см.

4 Обоснуйте утверждение, что в вороте используется принцип действия рычагов первого и второго рода. Сделайте чертёж, на котором изобразите действующие на ворот силы и их плечи.

5 Определите массу камня, равномерно поднимаемого с помощью полиспаста, изображённого на рис. 147, если показание динамометра равно 100 Н.

6 Определите КПД ворота (*см.* рис. 148) в идеальном случае, если к его ручке прикладывают силу 300 Н, а масса равномерно поднимаемого груза равна 75 кг. Длина ручки равна 50 см, радиус цилиндра равен 10 см.

*7 Определите КПД полиспаста, изображённого на рис. 147, если модуль приложенной силы равен 200 Н, а масса равномерно поднимаемого с его помощью камня равна 90 кг.

✔8 Подготовьте реферат на тему «История простых механизмов», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса: http://gotourl.ru/7116. Сделайте сообщение в классе.

9 Предложите устройство спортивного тренажёра с использованием простых механизмов. Опишите принцип его действия.

Глава 6 Давление жидкостей и газов

В предыдущих главах мы изучали условия изменения характера движения точечных и твёрдых тел, а также условия их равновесия. Теперь мы переходим к изучению свойств новых объектов: жидкостей и газов. В этой главе мы рассмотрим, какое действие оказывают находящиеся в состоянии покоя жидкости или газы на другие тела.

§ 49 Сила давления и давление

Прежде чем изучать действие жидкостей и газов, определим, что же такое давление. Для этого рассмотрим, например, человека на лыжах. Двигаясь по рыхлому снегу, он проваливается в него значительно меньше, чем обычный путник без лыж. Из рис. 151 видно, что идущий по снегу человек оставляет глубокие следы, а стоящий на лыжах почти не проваливается. Если массы стоящих людей одинаковые, то они действуют на снег (давят на опору) с одинаковой силой, равной в данном случае их весу.

Силу, действующую перпендикулярно опоре, называют силой давления.

На рассмотренном примере мы убедились, что результат действия одинаковых сил давления различен. Почему? Любой из вас без труда ответит, что это объясняется различием в площади поверхности, на которую давит каждый из людей. Чем больше будет площадь соприкосновения, тем меньше будет продавливаться снег. У человека на лыжах эта площадь тем больше, чем шире и длиннее его лыжи. Таким образом, результат действия силы давления зависит от площади, на которую она действует.

Рис. **151** Люди с одинаковыми массами действуют на снег с одинаковой силой, но у лыжника площадь опоры больше, он давит на снег слабее

Рис. **152** При одинаковой площади соприкосновения с опорой сила давления взрослого человека на снег больше, он оставляет более глубокую лыжню

На одинаковые лыжи могут встать и взрослый человек, и ребёнок (рис. 152). За кем из них лыжня будет глубже? Наблюдение показывает, что за взрослым. Площадь соприкосновения двух лыжников со снегом в этом случае будет одна и та же, но вес взрослого человека больше. Следовательно, при одинаковой площади соприкосновения с опорой результат действия силы, с которой давят на опору, тем больше, чем больше модуль этой силы. Опыт показывает, что *результат действия силы давления на опору пропорционален модулю этой силы и обратно пропорционален площади опоры*. Для описания данного действия в физике используют величину, называемую *давлением*.

Давлением называют отношение модуля F силы давления, действующей на опору, к площади S поверхности этой опоры:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Давление принято обозначать буквой p. В СИ единица давления носит название *паскаль* (Па) — в честь французского физика Блеза Паскаля (1623–1662), открывшего важные свойства жидкостей и газов.

! Один паскаль — это давление, которое создаёт сила в 1 Н, действующая перпендикулярно на поверхность площадью 1 м^2.

Давление в 1 Па довольно малая величина: примерно такое давление создаёт тело массой 100 г, опирающееся на площадь 1 м^2, или лист обычной писчей бумаги на поверхность стола. Поэтому на практике используют более крупные единицы давления: килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа). Например, взрослый человек создаёт давление на пол, равное 15–20 кПа, а легковой автомобиль оказывает на дорогу давление 200–300 кПа.

Итоги

Силу, действующую перпендикулярно опоре, называют силой давления.

Давлением называют отношение модуля F силы давления, действующей на опору, к площади S поверхности этой опоры:

$$p = \frac{F}{S}.$$

В СИ единица давления носит название *паскаль* (Па):
1 Па = 1 Н/м^2.

Вопросы

1. Приведите примеры, доказывающие, что результат действия силы зависит от её модуля и площади опоры, на которую она действует. Как изменяется этот результат при уменьшении модуля силы и увеличении площади опоры?
2. Какой физической величиной характеризуют действие на опору силы, направленной перпендикулярно поверхности этой опоры? Как называют эту силу?
3. Что называют давлением?
4. В каких единицах измеряют давление в СИ?
5. Почему шины у грузовых автомобилей делают более широкими, чем у легковых?
6. Зачем режущие и колющие инструменты затачивают?

Упражнения

1. Выразите в паскалях давление: 0,05 Н/см^2, 35 кПа, 27 МПа, 300 Н/см^2.
2. Какой стороной нужно положить на стол пакет молока (считая его параллелепипедом), чтобы он создавал максимальное дав-

ление? Рассчитайте давление, которое оказывает на поверхность стола пакет молока массой 1 кг, поочерёдно положенный на каждую из трёх различных граней. Необходимые размеры пакета измерьте линейкой.

3 Какое давление создаёт лопата своим лезвием, когда на неё давит человек силой 900 Н? Ширина лезвия лопаты равна 30 см, толщина режущего края — $0{,}5$ мм.

***4** Во сколько раз изменится давление, которое вы оказываете на пол лифта, если он начнёт двигаться с ускорением, направленным вниз (вверх), модуль которого в три раза меньше ускорения свободного падения?

§ 50 Атмосферное давление. Закон Паскаля

Наша планета окружена атмосферой — огромным по толщине слоем воздуха, превышающим 100 км. Примерно 80 % всей массы атмосферы сосредоточено в нижнем слое высотой около 15 км от поверхности Земли. Воздух удерживается вблизи земной поверхности действующей на него силой тяжести. Если бы Земля не притягивала воздух, то он рассеялся бы в окружающем Землю пространстве.

Рассмотрим цилиндрический столб воздуха атмосферы, который опирается на земную поверхность площадью S (рис. 153). На этот столб действует сила тяжести $M \cdot \vec{g}$, где M — масса воздуха в этом столбе. В системе отсчёта, связанной с Землёй, сила тяжести столба воздуха, находящегося в покое, уравновешивается силой реакции опоры $\vec{N}$ со стороны поверхности Земли. Поэтому по второму закону Ньютона $N - M \cdot g = 0$.

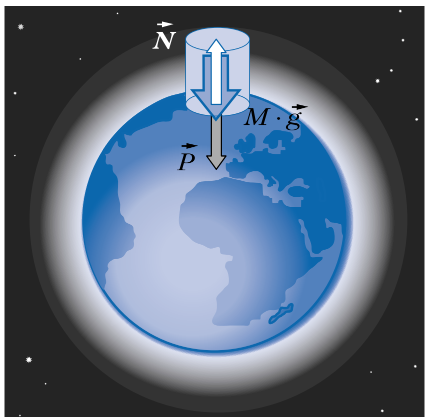


Рис. **153** Сила давления столба воздуха на земную поверхность площадью S создаёт атмосферное давление $p_{атм}$

По третьему закону Ньютона сила $\vec{N}$ по модулю равна весу $\vec{P}$ столба воздуха, с которой он действует на поверхность Земли. Таким образом, сила, с которой столб атмосферного воздуха давит на земную поверхность площадью S, равна силе тяжести $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$. Разделив эту силу на площадь S, получим давление атмосферы $p_{атм}$ на поверхность Земли.

! Давление воздуха на поверхность Земли (на уровне моря) почти не изменяется и в среднем равно $p_{\text{атм}}$ = 101 325 Па. Это давление называют *нормальным атмосферным давлением*.

При решении задач нормальное атмосферное давление приблизительно считают равным 0,1 МПа.

Для измерения давления часто используют внесистемную единицу, называемую *физической атмосферой* (атм): 1 атм = 101 325 Па.

Атмосферное давление в каждом конкретном месте может незначительно изменяться с течением времени. Это связано с изменением температуры воздуха, движением воздушных масс и другими причинами.

По мере подъёма над уровнем моря толщина давящего сверху столба атмосферного воздуха уменьшается. Поэтому вместе с уменьшением его веса уменьшается и атмосферное давление. Опыт показывает, что *при небольшом подъёме от поверхности Земли* атмосферное давление уменьшается примерно на 10 Па на каждый метр подъёма. Следовательно, отслеживая изменение атмосферного давления с высотой, можно определить высоту подъёма.

Многочисленные эксперименты показывают, что силы атмосферного давления действуют не только на горизонтальную поверхность, но и на стены домов, окна, наклонные крыши и т. п. Действует атмосферное давление и на любую точку человеческого тела. Давление внутри человека в среднем равно атмосферному и уравновешивает внешнее давление. Поэтому человек не ощущает действия атмосферного давления.

Тот факт, что силы атмосферного давления в данной точке действуют во всех направлениях одинаково, можно установить экспериментально. Возьмём открытую стеклянную банку, в которой воздух находится под давлением атмосферы, и закроем её горлышко тонкой резиновой плёнкой (рис. 154, *а*). На поверхность плёнки снаружи будет действовать сила $\vec{F}_{\text{атм}}$ атмосферного давления. При этом плёнка на банке не прогибается, так как изнутри действует равная по модулю сила $\vec{F}_{\text{в}}$ давления воздуха в банке. Если наклонять и переворачивать банку, то поверхность плёнки будет оставаться плоской (рис. 154, *б* и *в*). Следовательно, сила внешнего атмосферного давления, действующая на плёнку, при любом её положении будет равна силе давления воздуха внутри банки (т. е. равна силе давления атмосферы на горизонтальную поверхность плёнки). Значит, атмосферное давление в данной точке *по всем*

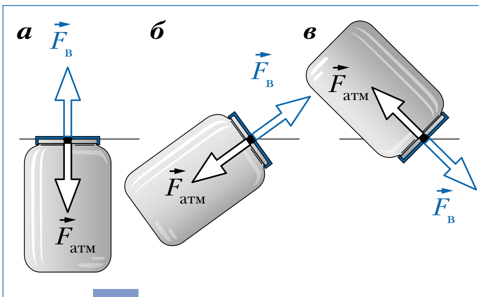


Рис. **154**

направлениям одинаково. Это давление создаётся весом столба атмосферного воздуха, находящегося над данной точкой.

Таким образом, *воздух передаёт оказываемое на него давление во всех направлениях одинаково*. Этот закон был открыт в 1653 г. Б. Паскалем и носит его имя.

Блез Паскаль

Воздух передаёт оказываемое на него давление во всех направлениях одинаково.

Действие этого закона можно продемонстрировать с помощью прибора, который называют шаром Паскаля (рис. 155). Это полый шар с маленькими отверстиями, расположенными равномерно по всей его поверхности. Шар присоединён к насосу (трубке с поршнем). Если заполнить насос и шар дымом и надавить на поршень, то дым будет выходить из отверстий в шаре одинаковыми струями во всех направлениях. Дым выходит из отверстий под действием разности давлений внутри и снаружи шара. То, что струи дыма одинаковы, доказывает, что добавочное давление, созданное поршнем, передаётся во всех направлениях одинаково.

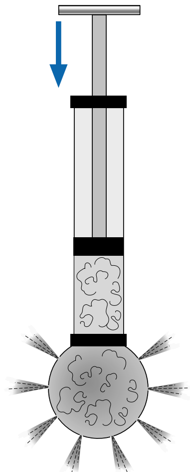


Рис. **155**

Можно также продемонстрировать, что атмосферное давление уменьшается с высотой. Для этого поднимем банку, горлышко которой закрыто тонкой резиновой плёнкой, на крышу высотного дома. Мы обнаружим, что плёнка, остававшаяся плоской у поверхности Земли, выгнется наружу. Это означает, что внешнее атмосферное давление изменилось: оно стало меньше давления воздуха внутри банки. Если мы будем изменять наклон банки, то убедимся, что форма выгнутой поверхности плёнки при этом останется неизменной. Значит, давление на высоте в данной точке также будет одинаково во всех направлениях, но меньше, чем давление на уровне Земли.

Таким образом, на все предметы, находящиеся в атмосфере, действует давление воздуха, которое называют *атмосферным давлением*.

Итоги

Сила, с которой столб атмосферного воздуха давит на земную поверхность, равна силе тяжести: $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$, где M — масса столба воздуха.

Давление воздуха на поверхность Земли (на уровне моря) почти не изменяется и в среднем равно: $p_{атм} = 101\,325$ Н/м$^2 \approx 0{,}1$ МПа. Это давление называют *нормальным атмосферным давлением*.

Закон Паскаля.
Воздух передаёт оказываемое на него давление во всех направлениях одинаково.

Вопросы

1. Почему воздух атмосферы Земли не улетает в космическое пространство?
2. Что такое атмосферное давление?
3. Чему равно нормальное атмосферное давление?
4. Как изменяется атмосферное давление с высотой вблизи поверхности Земли? Как объяснить это явление?
5. Сформулируйте закон Паскаля.
6. Зависит ли атмосферное давление в данной точке от направления действия?

Упражнения

1. Рассчитайте силу нормального атмосферного давления, действующую на горизонтальную крышу дома. Площадь крыши равна 150 м^2.
2. Определите, с какой силой действует воздух на потолок вашей комнаты, класса.
3. Выразите в паскалях давление внутри шин колёс автобуса ($4{,}5$ атм) и легкового автомобиля ($1{,}8$ атм).
4. Для перемещения тяжёлых стёкол используют вакуумные присоски. Объясните принцип их действия. Какую массу может удерживать одна присоска площадью 50 см^2?
5. ✔ Подготовьте реферат об опытах Б. Паскаля и О. фон Герике по изучению атмосферного давления, используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса: http://gotourl.ru/8839. Сделайте сообщение в классе.

§ 51 Гидростатическое давление

Жидкости так же, как и газы, создают давление благодаря собственному весу. Так, если мы поместим закрытую тонкой резиновой плёнкой стеклянную банку в ёмкость с водой, то плёнка на банке прогнётся внутрь. Прогибание будет тем сильнее, чем глубже под водой будет находиться банка с воздухом. Значит, внутри жидкости существует давление и оно изменяется с глубиной. Известно, что человек, нырнувший в воду, испытывает действие давления со стороны окружающей его воды. То же самое происходит с любым телом, погружённым в любую жидкость.

Давление жидкости на покоящееся в ней тело называют гидростатическим давлением.

Опыт показывает, что чем глубже опускается ныряльщик, тем большее давление он испытывает. Гидростатическое давление в данной точке жидкости создаётся весом жидкости, находящейся над этой точкой, и весом атмосферы над поверхностью жидкости.

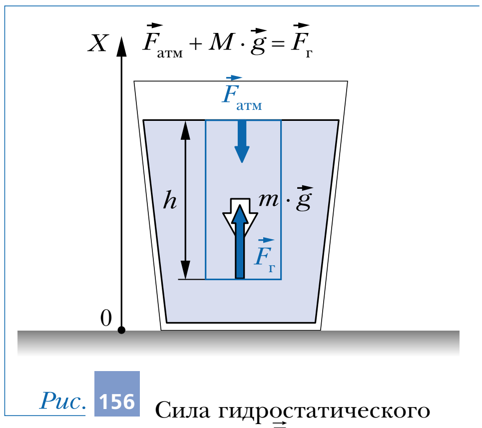


Рис. **156** Сила гидростатического давления $\vec{F}_г$ жидкости, действующая на выделенный столб жидкости снизу, уравновешивает силу атмосферного давления $\vec{F}_{атм}$ и силу тяжести $m \cdot \vec{g}$

Выведем формулу для расчёта гидростатического давления p на глубине h. Рассмотрим вертикальный столб жидкости высотой h и площадью поперечного сечения S, находящийся над интересующей нас точкой (рис. 156). Выберем систему отсчёта, связанную с Землёй. Вдоль оси X вниз на столб жидкости действуют сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ и сила атмосферного давления $\vec{F}_{атм}$. Вверх действует сила $\vec{F}_г$ искомого гидростатического давления на глубине h. Запишем первое условие равновесия для рассматриваемого столба жидкости с учётом направлений действия сил:

$$F_г - F_{атм} - m \cdot g = 0.$$

Воспользуемся тем, что:

1) $F_г = p \cdot S$, где p — искомое давление на глубине h;

2) $F_{атм} = p_{атм} \cdot S$;

3) $m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot h \cdot S \cdot g$,

где ρ — плотность жидкости, $V = h \cdot S$ — объём рассматриваемого столба жидкости.

Подставим в условие равновесия столба жидкости выражения для модулей сил:

$$p \cdot S = p_{\text{атм}} \cdot S + \rho \cdot g \cdot h \cdot S.$$

Разделив обе части уравнения на S, получим формулу для расчёта гидростатического давления:

$$p = p_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h.$$

Анализ этого выражения позволяет сделать следующие выводы. Гидростатическое давление на глубине зависит: 1) от давления $p_{\text{атм}}$ на поверхность жидкости; 2) от плотности жидкости ρ; 3) от глубины h. Гидростатическое давление в данной точке жидкости *не зависит от формы сосуда*, в котором находится жидкость.

Как и в газах, в жидкостях выполняется закон Паскаля. В этом легко убедиться экспериментально, воспользовавшись той же банкой, горлышко которой затянуто резиновой плёнкой. Погрузив банку в воду, мы убедимся, что плёнка будет прогибаться внутрь одинаково при поворачивании банки на заданной глубине.

Жидкость и газ передают оказываемое на них давление во всех направлениях одинаково.

Из формулы для гидростатического давления следует, что с увеличением глубины погружения тела давление жидкости на него увеличивается. Поэтому даже хорошо тренированный ныряльщик может погрузиться без специальных приспособлений на глубину не более 30 м. При более глубоких погружениях (до 80 м) используют акваланги, увеличивающие давление воздуха, которым дышит человек, до гидростатического давления окружающей среды. При водолазных работах на больших глубинах (до 300 м) используют жёсткие (панцирные) скафандры, в которых поддерживается нормальное атмосферное давление. Современные аппараты для глубоководных исследований Мирового океана (батискафы) могут погружаться на глубины до 10 км. При этом их корпус подвергается действию давления более 10^8 Па.

Из сказанного следует, что сила гидростатического давления на горизонтальное дно сосуда равна произведению значения гидростатического давления на дне на площадь этого дна и не зависит от формы сосуда, т. е. в общем случае не зависит от веса жидкости в объёме всего сосуда. Этот факт получил название *гидростатического парадокса*.

Итоги

Давление жидкости на покоящееся в ней тело называют гидростатическим давлением.

Гидростатическое давление на глубине h равно
$p = p_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h.$

Закон Паскаля.

Жидкость и газ передают оказываемое на них давление во всех направлениях одинаково.

Вопросы

1 Что такое гидростатическое давление?
2 От чего зависит гидростатическое давление?
3 Выведите формулу для расчёта гидростатического давления.

Упражнения

1 Определите давление в озере на глубинах 1, 10 и 100 м. Атмосферное давление считайте нормальным.

2 Определите, на какую глубину нужно погрузить тело в ртуть, чтобы давление на него увеличилось на 1 атм.

*3 В 1648 г. Паскаль продемонстрировал, что можно создать очень большое давление, используя незначительное количество жидкости. Для этого в плотно закрытую бочку, целиком наполненную водой, он вставил через крышку вертикальную длинную узкую трубку. После того как Паскаль заполнил эту трубку водой, бочка треснула. Какую массу воды он влил в трубку, если известно, что бочка выдерживает избыточное внутреннее давление 1 атм, а площадь поперечного сечения трубки равна 1 см^2?

✔4 Подготовьте доклад на тему «Гидростатический парадокс», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса: http://gotourl.ru/7117. Сделайте сообщение в классе.

§ 52 Сообщающиеся сосуды

На рис. 157 изображено несколько сосудов, соединённых снизу между собой трубкой. Такие сосуды называют *сообщающимися*. Если в сообщающиеся сосуды налить однородную жидкость, то эксперимент показывает, что поверхности жидкости во всех сосудах установятся на одной высоте h.

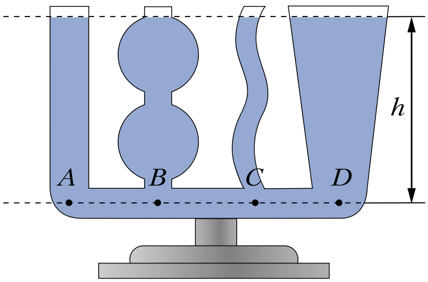


Рис. **157** В сообщающихся сосудах с однородной жидкостью поверхности жидкости во всех сосудах находятся на одном уровне

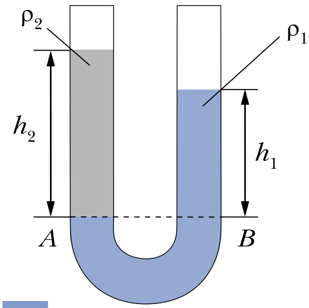


Рис. **158** Жидкость большей плотности ρ_1 в сообщающихся сосудах выдавливает жидкость меньшей плотности ρ_2

! В сообщающихся сосудах поверхности однородной жидкости устанавливаются на одном уровне.

Это явление можно объяснить, используя выведенную формулу для расчёта гидростатического давления. Поскольку жидкость находится в состоянии покоя, то её давление в точках A, B, C и D, находящихся на одном горизонтальном уровне, должно быть одинаковым. В противном случае жидкость, находящаяся между этими точками, начала бы двигаться. Давление в рассматриваемых точках определяется атмосферным давлением, плотностью жидкости и высотой её столба. Так как налитая жидкость однородна и атмосферное давление на поверхности жидкости во всех сосудах одинаково, то высота столбов жидкости во всех сосудах должна быть одинакова.

Наоборот, если в сообщающиеся сосуды налить разные по плотности жидкости, то высота столбов этих жидкостей будет разной. На рис. 158 изображена U-образная трубка, в правое колено которой налили жидкость с плотностью ρ_1, а в левое колено — жидкость с плотностью ρ_2. В данном случае $\rho_1 > \rho_2$. Поэтому более плотная жидкость выдавливает менее плотную и частично заполняет левое колено. Так как жидкости покоятся, то гидростатические давления в правом и левом коленах на уровне AB границы раздела жидкостей равны. Из формулы для расчёта гидростатического давления находим

$$p_A = p_{\text{атм}} + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \text{ и } p_B = p_{\text{атм}} + \rho_1 \cdot g \cdot h_1.$$

Поэтому $\rho_2 \cdot g \cdot h_2 = \rho_1 \cdot g \cdot h_1$, или $\rho_2 \cdot h_2 = \rho_1 \cdot h_1$.

Проанализируем полученное соотношение. Если $\rho_1 > \rho_2$ в некоторое число раз, то $h_1 < h_2$ в такое же число раз.

Разновидности сообщающихся сосудов находят широкое применение в науке и технике. Рассмотрим один из примеров — *гидравлический пресс.*

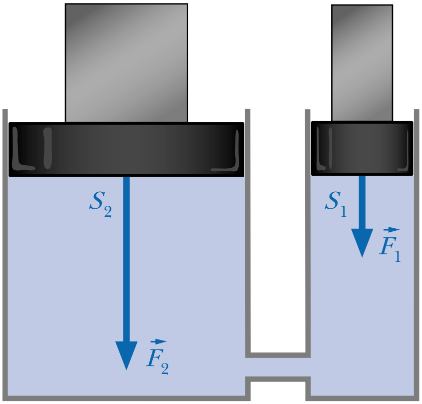


Рис. **159** Модуль силы F_2 во столько раз больше модуля силы F_1, во сколько раз площадь большего поршня S_2 больше площади поршня S_1

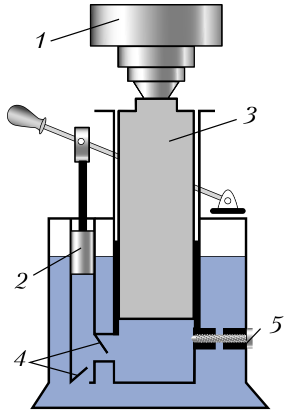


Рис. **160** Схема гидравлического домкрата:
1 — поднимаемое тело;
2 — малый поршень;
3 — большой поршень;
4 — клапаны; *5* — клапан для опускания груза

Принцип работы гидравлического пресса иллюстрирует устройство, показанное на рис. 159. Оно состоит из двух сообщающихся цилиндров разных диаметров, в которых могут без трения двигаться лёгкие поршни. Обозначим площадь меньшего поршня S_1, а большего — S_2. Цилиндры заполнены жидкостью, предназначенной для передачи гидростатического давления.

Если приложить к меньшему поршню силу $\vec{F}_1$ (например, поставить на него груз), то эта сила создаст в жидкости добавочное давление $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$. Для того чтобы устройство осталось в равновесии, ко второму поршню нужно приложить силу $\vec{F}_2$, которая создаст в жидкости давление $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$, равное p_1. Следовательно, $\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}$. Или, по-другому, $\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$. То есть F_2 во столько раз больше F_1, во сколько раз площадь большего поршня S_2 больше площади поршня S_1. Таким образом, с помощью гидравлического пресса можно получить выигрыш в силе, равный $\frac{S_2}{S_1}$. Иначе говоря, прикладывая к малому поршню небольшую силу, можно большим поршнем создать очень большое усилие.

В настоящее время гидравлические прессы способны развивать силу 10^8 Н. Они используются для штамповки деталей из листового металла, выдавливания профилей, а также для прессования различных материалов — фанеры, картона и др.

По этому же принципу работают гидравлические домкраты (рис. 160), гидравлические усилители автомобильных тормозов и гидравлические усилители руля.

Итоги

Сосуды, соединённые снизу между собой трубкой, называют *сообщающимися сосудами*.

В сообщающихся сосудах поверхности однородной жидкости устанавливаются *на одном уровне*.

Если сообщающиеся сосуды заполнены жидкостями разной плотности, то высоты столбов жидкостей над уровнем границы их раздела определяются соотношением: $\rho_2 \cdot h_2 = \rho_1 \cdot h_1$.

В гидравлическом прессе сообщающиеся сосуды разных сечений S_2 и S_1, заполненные однородной жидкостью, используют для получения выигрыша в силе $\frac{F_2}{F_1}$, равного $\frac{S_2}{S_1}$.

Вопросы

1. Какие сосуды называют сообщающимися? Приведите примеры сообщающихся сосудов.
2. От чего зависит разность уровней жидкости в сообщающихся сосудах?
3. Что такое гидравлический пресс? Приведите примеры устройств, работающих по тому же принципу, что и гидравлический пресс.
4. Каким образом с помощью гидравлического пресса можно получить выигрыш в силе?

*5. Можно ли с помощью гидравлического пресса получить выигрыш в работе?

Упражнения

1. Найдите, во сколько раз различаются высоты столбов жидкостей над уровнем границы их раздела в сообщающихся сосудах, если плотности жидкостей различаются в два раза (*см.* рис. 158).
2. Как с помощью сообщающихся сосудов и воды определить плотность масла? Плотность воды считать известной.
3. Какой максимальный выигрыш в силе можно получить с помощью гидравлического пресса, площади поршней которого $S_1 = 4$ см^2 и $S_2 = 2$ м^2? Чему будет равен в этом случае модуль силы, действующей на большой поршень, при действии на малый поршень силы, модуль которой равен 600 Н?

***4** На сколько нужно переместить малый поршень пресса из упражнения 3, чтобы большой поршень переместился на 1 мм?

***5** Под действием силы 100 Н малый поршень гидравлического пресса опустился на 20 см. При этом большой поршень поднялся на 5 см. Какая максимальная сила гидростатического давления действовала на большой поршень?

✔6 Изучите принципы действия водяных ключей, устройство артезианских скважин и водопровода, используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурсов. Сделайте сообщение в классе.

§ 53 Измерение давления

Приборы для измерения давления, создаваемого жидкостями и газами, называют *манометрами* (от греч. μανός (манос) — «редкий», «неплотный»). Рассмотрим устройство некоторых видов манометров.

На рис. 161 показан *жидкостный манометр*. Он представляет собой U-образную стеклянную трубку, частично наполненную жидкостью. Если давления над поверхностями жидкости в обоих коленах одинаковы, например равны атмосферному давлению $p_{атм}$, то поверхности жидкостей установятся на одном уровне. Если же давление над поверхностью жидкости в левом колене увеличить (*см.* рис. 161, *б*), то ситуация изменится: уровень жидкости в левом колене опустится под действием давления воздуха $p_1 > p_{атм}$, а в правом колене поднимется. При этом чем больше увеличится давление в левом колене, тем большей станет разность уровней жидкости в коленах манометра.

Пусть давление над поверхностью жидкости в левом колене равно p_1, а в правом — $p_{атм}$. Высота левого столба жидкости — h_1, а правого — h_2. Применим формулу для расчёта гидростатического давления в нижней точке A трубки манометра. Это давление можно вычислить двумя способами. Рассматривая жидкость в левом колене, получим: $p_A = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1$; соответственно для правого колена: $p_A = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h_2$.

Приравнивая эти выражения, получим:

$$p_1 = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Таким образом, если известна плотность ρ жидкости, то, измеряя разность Δh высот столбов жидкости в коленах манометра, можно определить, на какую величину неизвестное давление p_1 отличается от атмосферного. Из полученной формулы следует, что если $\Delta h > 0$, т. е. $h_2 > h_1$, то измеряемое давление в левом колене больше атмосферного. Наоборот, если $\Delta h < 0$, т. е. $h_2 < h_1$, то измеряемое давление p_1 меньше атмосферного (*см.* рис. 161, *в*).

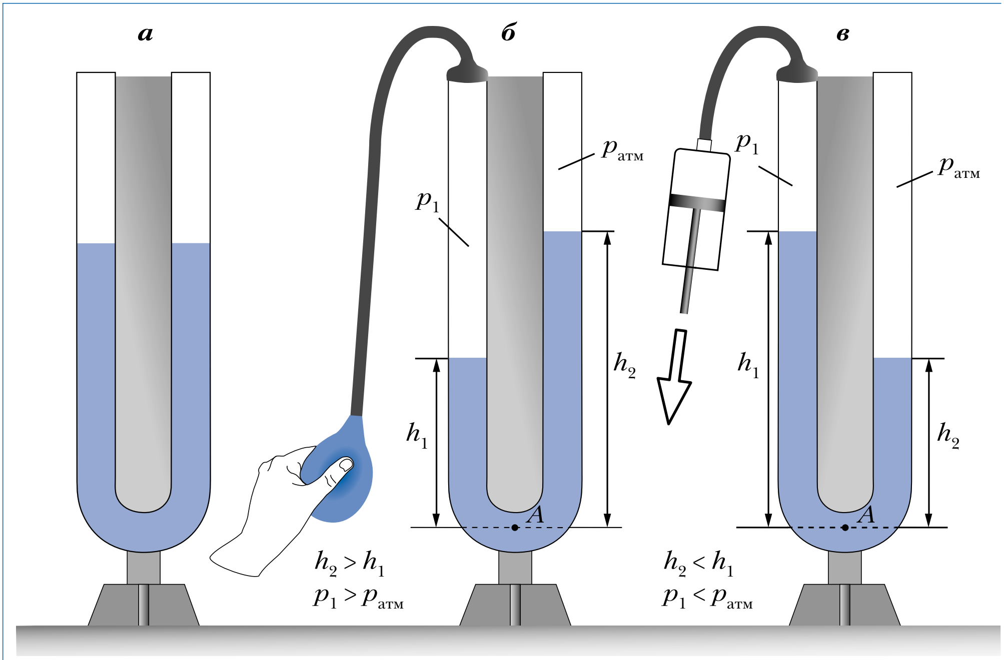


Рис. **161** Жидкостный манометр представляет собой U-образную стеклянную трубку, наполненную жидкостью:
а – давления над поверхностями жидкости в обоих коленах одинаковы; *б* – уровень жидкости в левом колене манометра опустился под действием силы давления воздуха $p_1 > p_{атм}$;
в – уровень жидкости в левом колене манометра поднялся под действием силы давления атмосферы, так как $p_{атм} > p_1$

Продолжим анализ полученной формулы. Измеряемая разность давлений $p_1 - p_{атм} = \rho \cdot g \cdot \Delta h$. Поэтому если перепад давлений достаточно большой, то для его измерения необходимо либо использовать трубку большой длины (для больших значений Δh), либо использовать жидкость с большой плотностью ρ. На практике в жидкостных манометрах обычно используют ртуть, плотность которой равна 13,6 г/см^3. Поэтому давление часто измеряют в несистемных единицах – *миллиметрах ртутного столба* (мм рт. ст.). Давление столба ртути высотой 1 мм равно $p = \rho \cdot g \cdot h = 133{,}3$ Па. (Нормальное атмосферное давление на уровне моря равно 101,325 кПа, что соответствует 760 мм рт. ст.)

Теперь представим себе, что давление в левом колене манометра над поверхностью жидкости равно нулю. Тогда полученная формула примет вид: $p_1 = 0 = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$. Следовательно, $p_{атм} = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$. Этой формулой можно воспользоваться для измерения атмосферного давления.

Впервые атмосферное давление измерил в 1643 г. итальянский учёный Эванджелиста Торричелли (1608–1647). Для получения нулевого давления над поверхностью ртути (что соответствует атмосферному давлению на высоте более 100 км) он поступил следующим образом. Заполнив ртутью запаянную с одного конца стеклянную трубку длиной 1 м и закрыв пальцем отверстие, он перевернул трубку и погрузил незапаянный конец трубки в чашку с ртутью. После этого он убрал палец и обнаружил, что из трубки вылилась только часть ртути (рис. 162). В результате над поверхностью ртути в трубке образовалось не заполненное воздухом пространство — «торричеллиева пустота». Высота h столба оставшейся в трубке ртути, равная разности высот столбов ртути в трубке (h_1) и чашке (h_2), составила примерно 760 мм. При этом разность давлений, создаваемых в точке A столбом ртути в трубке и столбом ртути в чашке, уравновешивается давлением атмосферы на открытую поверхность ртути в чашке:

$$0 + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h_2.$$

Следовательно,

$$p_{\text{атм}} = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \rho \cdot g \cdot h.$$

Если к такой трубке с ртутью прикрепить шкалу с нанесёнными на ней делениями в миллиметрах, то получится *ртутный барометр* — прибор для измерения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба.

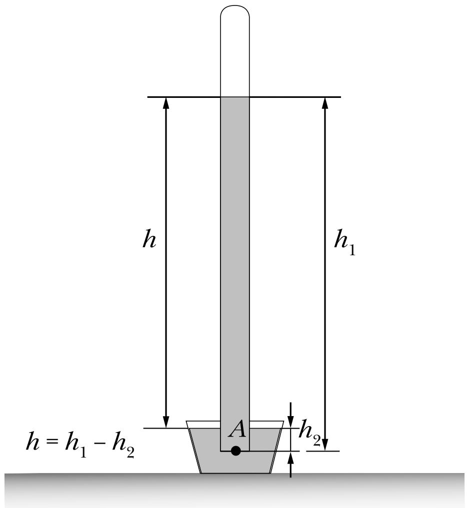


Рис. **162** Схема опыта Торричелли по измерению атмосферного давления. Разность давлений, создаваемых в точке A столбом ртути в трубке и столбом ртути в чашке, уравновешивается давлением атмосферы на открытую поверхность ртути в чашке

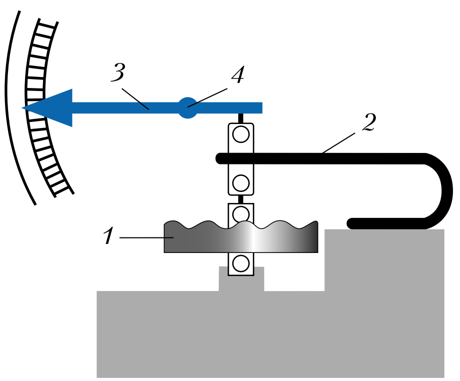


Рис. **163** Устройство барометра-анероида

Рис. **164** Барометр-анероид

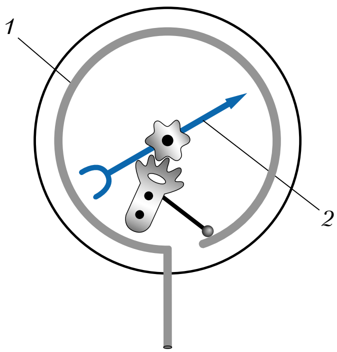


Рис. **165** Устройство трубчатого манометра

В настоящее время для измерения атмосферного давления используют безжидкостные приборы, получившие название *барометры-анероиды*. (Анероид в переводе с греческого — «безжидкостный».) Устройство одного из таких приборов показано на рис. 163. Основным элементом барометра-анероида является круглая металлическая коробка *1*, закрытая тонкой гофрированной крышкой — мембраной. Из коробки откачан воздух, и мембрана под действием атмосферного давления прогибается внутрь коробки. К центру мембраны прикреплена пружина *2*. При изменении атмосферного давления величина прогиба мембраны изменяется, что фиксируется с помощью стрелки *3*, закреплённой на оси вращения *4*. Такой прибор обычно имеет две шкалы (рис. 164). Одна шкала проградуирована в миллиметрах ртутного столба (мм рт. ст.), другая — в гектопаскалях (гПа).

Как уже отмечалось, с увеличением высоты над поверхностью Земли атмосферное давление уменьшается. Поэтому по измерениям атмосферного давления на различных высотах можно судить о высоте подъёма над поверхностью Земли. В барометрах, применяемых в авиации, шкалу градуируют в метрах, а прибор называют *высотомером*.

На практике для измерения давления часто используют *трубчатые манометры*. Устройство подобного прибора показано на рис. 165. Основным его элементом является изогнутая в дугу упругая металлическая трубка *1*. Один жёстко закреплённый конец этой трубки подсоединяется к системе, в которой необходимо измерить давление. Другой конец трубки запаян и находится в свободном положении. При увеличении давления внутри трубки она начинает разгибаться. В результате её свободный конец перемещается относительно корпуса прибора. Это смещение вызывает поворот стрелки *2*.

Подобные манометры позволяют измерять давление от сотен паскалей до нескольких гигапаскалей (10^9 Па) и поэтому широко используются на практике. В частности, их применяют для измерения давления в шинах автомобилей, давления в водопроводных и газовых трубах и т. п.

Итоги

Приборы для измерения давления, создаваемого жидкостями и газами, называют *манометрами*.

Жидкостные манометры основаны на измерении разности высот столбов однородной жидкости в сообщающихся сосудах, один из которых находится под действием атмосферного давления. Измеряемая разность давлений равна
$p_1 - p_{атм} = \rho \cdot g \cdot \Delta h$.

Приборы для измерения атмосферного давления называют *барометрами*. Существуют ртутные барометры и барометры-анероиды (безжидкостные барометры).

Изменение (уменьшение) давления с увеличением высоты над поверхностью Земли позволяет использовать барометры для определения высоты полёта летательных аппаратов.

Вопросы

1 Как называют приборы для измерения давления?
2 Какие виды приборов для измерения давления вы знаете?
3 Как устроен жидкостный манометр?
4 Как устроен барометр-анероид?
5 Как устроен трубчатый манометр?
6 Что такое высотомер?
7 Расскажите об опыте Торричелли.
8 Являются ли чашка и трубка в опыте Торричелли (*см.* рис. 162) сообщающимися сосудами?

Упражнения

1 Определите высоту столба воды, действие которого уравновесит нормальное атмосферное давление.
2 В течение суток барометр показывал давление: 740, 746 и 752 мм рт. ст. Пересчитайте эти показания в Па.
3 Опустите стакан полностью в тазик с водой. Затем переверните стакан под водой вверх донышком и медленно поднимайте его. Объясните, почему вода из стакана не будет выливаться, пока края стакана не поднимутся выше уровня воды в тазике.
4 Как изменится показание барометра-анероида при его подъёме на высоту 300 м над поверхностью Земли?

***5** Древние греки для поднятия воды использовали «всасывающий» насос, который представлял собой вертикальный цилиндрический сосуд (трубу) с поршнем внутри. После опускания нижнего торца трубы в водоём и вытягивания поршня вверх вода устремлялась вслед за поршнем. Греки объясняли это явление тем, что «природа боится пустоты», т. е. вода следует за поршнем, так как иначе между поршнем и водой образовалась бы пустота. Однако когда они попытались поднять воду с помощью такого насоса на высоту более 10 м, то обнаружили, что вода «не хочет» подниматься вслед за поршнем выше 10 м и между ней и поршнем образуется пустота (рис. 166). Объясните: а) почему вода поднималась вслед за поршнем, когда высота её столба была меньше 10 м; б) почему вода «отрывалась» от поршня и между поверхностью воды и поршнем образовывалась «пустота», когда высота столба воды достигала примерно 10 м?

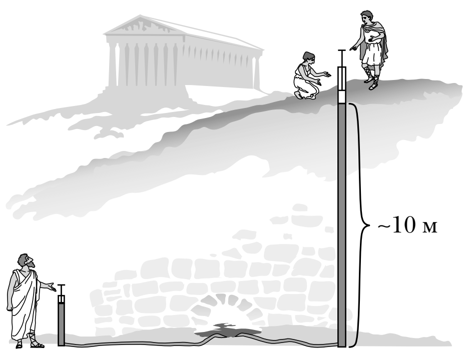


Рис. 166

§ 54 Закон Архимеда. Плавание тел

Вы уже знаете, что внутри жидкости в любой точке существует гидростатическое давление. Поэтому если внутрь жидкости в сосуде поместить тело (например, шар), то на все точки его поверхности будут действовать силы гидростатического давления (рис. 167, *а*). Определим сумму этих сил.

Для этого рассмотрим второй такой же сосуд, заполненный, как и первый, такой же жидкостью (рис. 167, *б*). Выделим мысленно во втором сосуде объём жидкости, границы которого совпадают с границами тела в первом сосуде. Поскольку этот объём жидкости покоится относительно Земли, то сумма всех действующих на него сил равна нулю. Иначе говоря, сумма сил гидростатического давления, действующих на выделенный объём жидкости, уравновешивает действующую на него силу тяжести. Следовательно, сумма сил гидростатического давления равна по модулю силе тяжести выделенного объёма жидкости. Эта сумма сил направлена вертикально вверх (рис. 167, *в*). Поэтому её называют *выталкивающей силой*.

Сумма сил гидростатического давления, действующих на выделенный объём покоящейся жидкости в сосуде, равна по модулю весу выделенного объёма жидкости и направлена вертикально вверх.

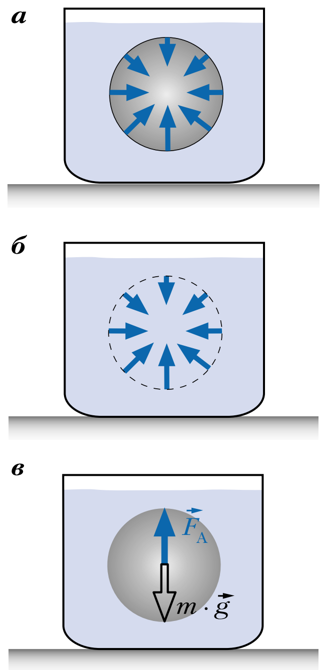


Рис. **167**

Понятно, что на тело в первом сосуде со стороны окружающей жидкости действует *такая же выталкивающая сила*. Впервые на существование этой силы указал древнегреческий учёный Архимед. Поэтому выталкивающую силу $\vec{F}_A$ обычно называют *силой Архимеда*.

Сумму сил гидростатического давления, действующих на тело, покоящееся внутри жидкости, называют силой Архимеда.

Поскольку масса m выделенного объёма жидкости равна произведению её плотности $\rho_ж$ и объёма V, то модуль силы Архимеда $F_A = \rho_ж \cdot g \cdot V$. Другими словами, *сила Архимеда по модулю равна весу вытесненной телом жидкости*.

Если тело поместить в газ, то на это покоящееся тело будут действовать силы давления со стороны окружающего газа. Поэтому на такое тело также будет действовать выталкивающая сила, равная по модулю $F_A = \rho_г \cdot g \cdot V$, где $\rho_г$ – плотность газа, в котором находится тело, V – объём тела. Таким образом,

на погружённое в жидкость (или газ) тело действует выталкивающая и направленная вертикально вверх сила, равная по модулю весу вытесненной этим телом жидкости (или газа).

Это утверждение называют **законом Архимеда**.

Рассмотрим тело массой M, целиком погружённое в покоящуюся относительно Земли жидкость. Помимо суммы сил гидростатического давления – силы Архимеда $\vec{F}_A$ – на это тело действует сила тяжести $M \cdot \vec{g}$. Если сила тяжести по модулю превышает силу Архимеда, то это тело будет всё глубже погружаться в жидкость, т. е. будет тонуть (рис. 168, *а*). Так как модуль силы тяжести $M \cdot g$ равен $(\rho_т \cdot V) \cdot g$, где $\rho_т$ – средняя плотность тела, то тело будет тонуть, если $(\rho_т \cdot V) \cdot g > \rho_ж \cdot g \cdot V$, т. е. если средняя плотность тела будет больше плотности жидкости: $\rho_т > \rho_ж$.

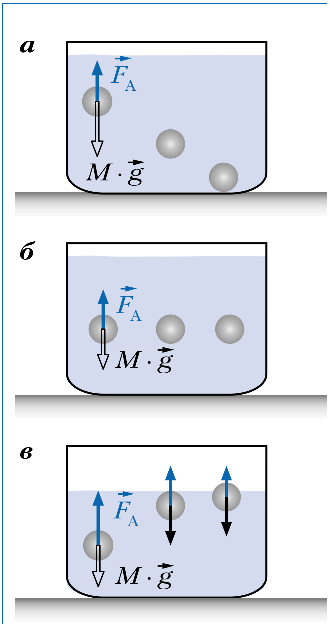


Рис. **168**

Если же модули сил тяжести и Архимеда равны (при этом $\rho_т = \rho_ж$), то тело будет оставаться в покое (рис. 168, *б*).

Наконец, если сила тяжести по модулю окажется меньше силы Архимеда (когда $\rho_т < \rho_ж$), то тело будет всплывать (рис. 168, *в*). После того как тело своей верхней границей достигнет поверхности жидкости и будет продолжать подниматься, всё более выступая над поверхностью, объём погружённой в жидкость части тела будет уменьшаться. Поэтому выталкивающая сила со стороны жидкости также начнёт уменьшаться, пока не станет равной по модулю силе тяжести:

$$F_в = M \cdot g.$$

Для плавания тела на поверхности жидкости необходимо, чтобы сила тяжести уравновешивалась выталкивающей силой.

Это равенство является *условием плавания тела* на поверхности жидкости. Модуль выталкивающей силы $F_в = \rho_ж \cdot g \cdot V_ж$, где $V_ж$ — объём вытесненной телом жидкости. Поэтому условие плавания тела на поверхности жидкости $F_т = F_в$ можно представить в виде:

$$\rho_т \cdot V_т = \rho_ж \cdot V_ж.$$

Рассмотрим примеры применения закона Архимеда для решения практических задач.

Задача 1. Определение подъёмной силы воздушного шара

Воздушные шары используют в воздухоплавании для подъёма грузов (людей, приборов и т. п.). Для того чтобы шар с грузом мог взлететь, его наполняют газом, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха. Таким газом может быть, например, гелий. Однако в последнее время чаще используют нагретый воздух, так как плотность воздуха уменьшается при нагревании. Для нагревания воздуха внутри воздушного шара снизу в нём делают отверстие, под которым располагают горелку. Нагревание воздуха внутри шара и уменьшение его плотности приводит к появлению подъёмной силы.

Подъёмной силой шара называют силу, равную по модулю весу груза, с которым шар может подниматься равномерно: $F_{под} = P$. Определите эту силу.

Решение. На рис. 169 изображены воздушный шар и действующие на него силы: сила тяжести $m \cdot \vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_А$ и $\vec{P}$ — вес груза. Если шар поднимается равномерно, то его ускорение равно нулю. Поэтому по второму закону Ньютона:

$$F_А - m \cdot g - P = m \cdot a = m \cdot 0 = 0.$$

Следовательно,

$$P = F_А - m \cdot g.$$

Поэтому

$$F_{под} = P = F_А - m \cdot g.$$

Подъёмная сила воздушного шара равна разности модулей действующих на этот шар силы Архимеда и силы тяжести.

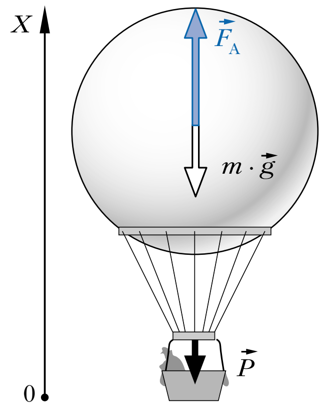


Рис. **169**

Задача 2. Определение водоизмещения и грузоподъёмности судна

Пусть судно массой M стоит у причала под погрузкой (рис. 170). На судно помещён груз массой m, и судно находится в равновесии. Определите объём той части судна, которая находится ниже уровня воды.

Решение. По второму закону Ньютона сумма сил, действующих на судно, равна нулю (условие плавания):

$$F_А - (m + M) \cdot g = 0.$$

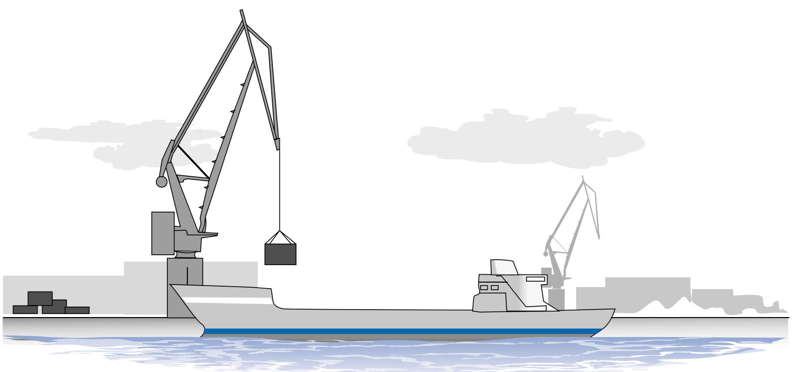


Рис. **170**

Вместе с тем модуль силы Архимеда $F_A = \rho_в \cdot g \cdot V_п$. Здесь $\rho_в$ — плотность воды, а $V_п$ — объём той части судна, которая находится ниже уровня воды. Подставляя выражение для F_A в условие плавания, получаем:

$$\rho_в \cdot g \cdot V_п - (m + M) \cdot g = 0.$$

Следовательно,

$$V_п = \frac{m + M}{\rho_в}.$$

Из последнего выражения видно, что чем больше масса m груза, тем большая часть судна $V_п$ погружается под воду. С увеличением массы груза увеличивается осадка судна — глубина, на которую судно погружается в воду. Максимально допускаемую при загрузке осадку отмечают на корпусе судна линией. Её называют *ватерлинией*.

Модуль веса воды, вытесняемой судном при погружении до ватерлинии, называют *водоизмещением судна*.

Обозначим объём той части судна, которая находится ниже ватерлинии, V_{max}. Тогда водоизмещение судна равно $\rho_в \cdot g \cdot V_{max}$.

Подставляя это выражение в условие плавания, легко найти модуль силы тяжести, действующей на груз максимально допустимой массы:

$$\rho_в \cdot g \cdot V_{max} - (m_{max} + M) \cdot g = 0,$$

$$m_{max} \cdot g = \rho_в \cdot g \cdot V_{max} - M \cdot g.$$

Полученную величину называют *грузоподъёмностью судна*. Видно, что грузоподъёмность судна равна разности его водоизмещения и модуля силы тяжести судна без груза.

Итоги

Сумму сил гидростатического давления, действующих на тело, покоящееся внутри жидкости, называют силой Архимеда.

Закон Архимеда.
На погружённое в жидкость (или газ) тело действует выталкивающая и направленная вертикально вверх сила, равная по модулю весу вытесненной этим телом жидкости (или газа).
$\boldsymbol{F_A = \rho_ж \cdot g \cdot V}$

Тело тонет, если $\rho_т > \rho_ж$; тело всплывает, если $\rho_т < \rho_ж$.

Условие плавания тела на поверхности жидкости:
для плавания тела на поверхности жидкости необходимо, чтобы сила тяжести уравновешивалась выталкивающей силой:
$F_в = M \cdot g$.

Условие плавания тела на поверхности жидкости можно представить в виде
$\rho_т \cdot V_т = \rho_ж \cdot V_ж$.

Вопросы

1 Какие силы действуют на любое тело, находящееся внутри жидкости или газа?
2 Сформулируйте закон Архимеда.
3 В каком случае тело тонет в жидкости, а в каком всплывает?
4 Почему, находясь под водой, человек может поднять предмет, который он, находясь на суше, не может даже сдвинуть с места?
5 Почему гусиное яйцо тонет в пресной воде, а в солёной плавает?
6 Как зависит глубина погружения плавающего на поверхности жидкости тела от его плотности?
*7 Куда направлена сумма сил гидростатического давления, действующих на кубик, который прилип к горизонтальному дну озера своей нижней гранью?
*8 К чашкам равноплечих весов подвешены два шарика одинаковой массы. Нарушится ли равновесие весов при погружении шариков в воду, если:
а) оба шарика медные; б) один шарик железный, а другой — медный?
*9 К чашкам равноплечих весов подвешены два одинаковых стальных шарика. Нарушится ли равновесие весов при погружении шариков в разные жидкости, плотности которых:
а) равны; б) различаются в 2 раза?

Упражнения

1 Пользуясь таблицей плотностей из § 31, укажите, шарики из каких металлов будут плавать в ртути, а из каких — тонуть.
2 Пользуясь таблицей плотностей из § 31, рассчитайте, какая часть однородной льдины выступает над поверхностью воды в озере.
3 Пользуясь таблицей плотностей из § 31, рассчитайте, какая часть однородного берёзового куба, плавающего на поверхности воды, будет погружена в воду.
4 Определите подъёмную силу детского воздушного шарика, заполненного гелием. Объём шарика $V = 5$ дм^3. Масса его оболоч-

ки $m = 5$ г. Плотность гелия считайте равной $\rho_г = 0{,}19$ кг/м^3, а плотность воздуха атмосферы $\rho_в = 1{,}3$ кг/м^3.

5 После разгрузки баржа поднялась из воды на 1 м. Определите вес снятого с баржи груза, считая площадь сечения баржи на уровне воды постоянной и равной 350 м^2.

6 После погрузки на паром длиной 40 м и шириной 10 м двух одинаковых комбайнов он погрузился в воду на 10 см. Найдите массу комбайна.

✔ 7 Подготовьте реферат на тему «Опыты Монгольфье», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса: http://gotourl.ru/7118. Сделайте сообщение в классе.

8 Изучите устройство и принцип действия ареометра — прибора для измерения плотности жидкости, используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса: http://gotourl.ru/7119. Сделайте сообщение в классе.

Компьютер на уроке

1. Посетите сайт http://gotourl.ru/7120. Найдите в нём разделы: «Детские вопросы», «Библиотека», «Лекции для школьников», «Новости науки», «Видеотека», изучите их структуру, содержание. Сделайте сообщение о том, какие интересные, на ваш взгляд, сведения можно обнаружить на этом сайте.

2. Посетите сайт http://gotourl.ru/7121. Найдите в нём разделы: «Физика космоса», «Глоссарий», «Биографии», «История астрономии», изучите их структуру, содержание. Сделайте сообщение о том, какие интересные, на ваш взгляд, сведения можно обнаружить на этом сайте.

3. Выясните, когда будут проводиться школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике, отборочные туры других физических олимпиад. Не забудьте принять участие в олимпиаде! Информацию найдите на сайте http://gotourl.ru/7122.

Задания к теме «Законы динамики»

1. Выполните проектную работу о крыле самолёта. Воспользуйтесь школьными энциклопедиями, посетите сайт http://gotourl.ru/7156. Через систему поиска найдите материал по теме «Спойлер_(авиация)».

2. Выполните проектную работу, посвящённую роли подшипников в технике. Посетите сайт http://gotourl.ru/7156. Через систему поиска найдите материал по теме «Подшипник».

Задания к главе «Механическая энергия»

Сделайте сообщение о том, какие проекты вечных двигателей существовали в истории техники. Посетите сайт http://gotourl.ru/7156. Через систему поиска найдите материал по теме «Вечный_двигатель».

Задания к главе «Статика. Гидростатика»

1. Проведите исследование, результатом которого должна стать классификация механизмов. Признаки для классификации придумайте самостоятельно. Воспользуйтесь информацией на сайте http://gotourl.ru/7156. Через систему поиска найдите материал по теме «Простейший_механизм».

2. Соберите информацию о характеристиках речных и морских судов. Посетите сайт http://gotourl.ru/7156. Через систему поиска найдите материал по теме «Плавучесть». Проведите исследование, результатом которого должно стать описание различных характеристик судна, определяющих его поведение на воде.

Лабораторные работы

Измерение физических величин и оценка погрешностей измерений

В лабораторных работах, выполняемых в 7 классе, используют два вида измерений: **прямые** и **косвенные**.

Прямыми называют измерения, при которых значение измеряемой величины получают *непосредственно в результате измерения*. Полученную таким образом величину называют *прямо измеренной*.

Например, длину стороны тетрадного листа можно определить прямым измерением — непосредственно с помощью линейки со шкалой (*см.* § 3).

Другими словами, значение искомой величины (т. е. во сколько раз эта величина отличается от единицы измерения) получают сразу, считывая показания измерительного прибора.

Косвенными называют измерения, при которых значение измеряемой величины получают *путём расчёта по известной зависимости от прямо измеренных величин*. Полученную таким образом величину называют *косвенно измеренной*.

Например, площадь прямоугольного листа бумаги можно определить косвенным измерением — вычислив произведение прямо измеренных величин — длин сторон этого листа.

Обратим внимание на очень важный момент. В результате практически любого измерения *получить истинное (точное) значение измеряемой величины невозможно*. Другими словами, практически любое измерение производится с погрешностью (ошибкой).

Поэтому, если одну и ту же физическую величину измерить несколько раз, то мы можем получить несколько различающиеся результаты. Считается, что наилучшим приближением к истинному значению измеряемой величины является *среднее арифметическое* $A_{ср}$ нескольких измеренных значений A_1, A_2, A_3, ... A_n, которое вычисляется по формуле

$$A_{ср} = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_n}{n}. \qquad (1)$$

Точность измерения, характеризующую отличие полученного значения интересующей величины от её истинного значения, можно описать с помощью специальных физических величин — *абсолютной погрешности* и *относительной погрешности*.

Абсолютной погрешностью называют модуль разности измеренного $A_{изм}$ и истинного A значений:

$$|A_{изм} - A|. \qquad (2)$$

Максимальное значение указанной величины, которое может быть получено при измерении, называют **максимальной абсолютной погрешностью ΔA**.

При выполнении лабораторных работ будем считать, что *погрешность измерения обусловлена в основном двумя причинами*.

Первая причина связана с конечной точностью нанесения штрихов на шкалы измерительных приборов: линеек, транспортиров, мерных мензурок и т. п. Обусловленную указанной причиной ошибку называют *приборной погрешностью*. При этом, если специально не оговорено иное, следует учитывать, что штрихи на шкалы подобных приборов нанесены так, что *приборная погрешность измерения не превышает половины цены деления в любом месте шкалы*.

Вторая причина связана с недостаточной точностью отсчёта экспериментатором показаний со шкал приборов. Обусловленную этой причиной ошибку называют *погрешностью отсчёта*. Принято считать, что *погрешность отсчёта не превышает половины цены деления шкалы прибора*.

! Обычно считают, что максимальная абсолютная погрешность ΔA при прямом измерении равна сумме приборной погрешности и погрешности отсчёта, т. е. равна цене деления шкалы прибора.

Как вы понимаете, при проведении измерений нам не известны ни истинное значение A измеряемой величины, ни абсолютная погрешность $|A_{изм} - A|$. Поэтому при записи результата измерения используют значение максимальной абсолютной погрешности ΔA. Считают, что истинное значение измеряемой величины *не больше* измеренного значения $A_{изм}$ на величину ΔA (т. е. $A \leqslant A_{изм} + \Delta A$) и что оно *не меньше* измеренного значения $A_{изм}$ на величину ΔA (т. е. $A \geqslant A_{изм} - \Delta A$).

Результат измерения записывают в виде интервала:

$$A_{изм} - \Delta A \leqslant A \leqslant A_{изм} + \Delta A, \qquad (3)$$

где $A_{изм}$ — измеренное значение, а ΔA — максимальная абсолютная погрешность (рис. 171).

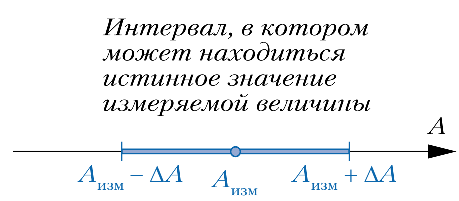


Рис. 171

Иногда результат измерения записывают в виде

$$A = A_{\text{изм}} \pm \Delta A. \qquad (4)$$

Выражения (3) и (4) означают, что истинное значение измеряемой величины находится в указанном интервале.

Например, если при измерении длины L отрезка с помощью линейки с ценой деления 1 мм было получено значение 73 мм, то результат измерения может быть записан в виде

$$L = (73 \pm 1)\ \text{мм}$$

либо

$$72\ \text{мм} \leqslant L \leqslant 74\ \text{мм}.$$

Это означает, что истинное значение измеряемой величины может оказаться любым в интервале от 72 до 74 мм.

Отметим, что ни в коем случае недопустимо указывать значение измеренной величины с точностью, превышающей максимальную абсолютную погрешность.

При обработке результатов измерений пользуются также *максимальной относительной погрешностью*. Она показывает, какую долю от измеренной величины составляет максимальная абсолютная погрешность.

Максимальной относительной погрешностью называют отношение максимальной абсолютной погрешности к модулю измеренного значения:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\Delta \boldsymbol{A}}{|\boldsymbol{A}_{\text{изм}}|}. \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что максимальная относительная погрешность является безразмерной величиной. Чем меньше максимальная относительная погрешность измерения, тем выше качество измерения.

Часто максимальную относительную погрешность выражают в процентах. В этом случае выражение (5) записывают в виде

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{|A_{\text{изм}}|} \cdot 100\,\%.$$

Косвенные измерения физических величин проводят по следующему алгоритму.

Пусть, например, необходимо определить значение величины f, которое можно рассчитать по известной формуле, если знать прямо измеряемые величины x и y.

Шаг 1. Выполняют прямые измерения величин x и y. Результаты этих измерений записывают с указанием максимальных абсолютных погрешностей (Δx и Δy) и максимальных относительных погрешностей ($\varepsilon_x = \Delta x / |x_{\text{изм}}|$ и $\varepsilon_y = \Delta y / |y_{\text{изм}}|$).

Шаг 2. Используя измеренные значения x и y, рассчитывают косвенно измеренное значение $f_{изм}$ искомой величины f.

Шаг 3. Расчёт максимальной абсолютной Δf и максимальной относительной ε_f погрешностей величины f проводят с учётом формулы для расчёта величины f (табл. 5).

Таблица 5

Вид формулы для расчёта f	Максимальная абсолютная погрешность Δf	Максимальная относительная погрешность ε_f
$f = x + y$	$\Delta f = \Delta x + \Delta y$	$\varepsilon_f = \Delta f / f$
$f = x - y$	$\Delta f = \Delta x + \Delta y$	$\varepsilon_f = \Delta f / f$
$f = x \cdot y$	$\Delta f = x \cdot \Delta y + y \cdot \Delta x$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = x / y$	$\Delta f = (x \cdot \Delta y + y \cdot \Delta x) / y^2$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = k \cdot x$	$\Delta f = k \cdot \Delta x$	$\varepsilon_f = k \cdot \varepsilon_x$

В последней строке таблицы число k считается точным, а Δx — максимальная абсолютная погрешность прямо измеряемой величины x.

Шаг 4. Записывают результат измерения величины f в виде интервала:

$$f_{изм} - \Delta f \leqslant f \leqslant f_{изм} + \Delta f,$$

либо:

$$f = f_{изм} \pm \Delta f.$$

Шаг 5. Записывают максимальную относительную погрешность.

Отметим, что рассчитанные значения Δf и ε_f следует округлять до одной значащей цифры. После этого следует округлить рассчитанное значение $f_{изм}$ до той же значащей цифры, что и Δf.

Пример

Пусть при измерении сторон прямоугольника линейкой с ценой деления 1 мм получены значения: $x_{изм} = 25$ мм, $y_{изм} = 14$ мм. В этом случае, с учётом максимальной абсолютной погрешности, результаты прямых измерений сторон прямоугольника могут быть записаны в виде: $x = (25 \pm 1)$ мм; $y = (14 \pm 1)$ мм. Максимальные относительные погрешности $\varepsilon_x = \Delta x / x_{изм}$ и $\varepsilon_y = \Delta y / y_{изм}$ соответственно равны: $\varepsilon_x = \Delta x / x_{изм} = 1/25 = 0{,}04$; $\varepsilon_y = \Delta y / y_{изм} = 1/14 = 0{,}07$.

Используя измеренные значения сторон, рассчитаем косвенно измеренное значение площади прямоугольника: $S_{изм} = x_{изм} \cdot y_{изм} = 25 \cdot 14 = 350$ (мм^2).

Рассчитаем максимальную абсолютную погрешность ΔS и максимальную относительную погрешность ε_S, используя формулы табл. 5:

$$\Delta S = x \cdot \Delta y + y \cdot \Delta x = 25 \cdot 1 + 14 \cdot 1 = 39 \text{ (мм}^2\text{)};$$

$$\varepsilon_S = \varepsilon_x + \varepsilon_y = 0{,}04 + 0{,}07 = 0{,}11.$$

Согласно сказанному, значение максимальной абсолютной погрешности следует округлить до одной значащей цифры: $\Delta S \approx 0{,}4 \cdot 10^2$ мм^2. После этого до той же значащей цифры округляем косвенно измеренное значение площади: $S_{изм} = 350$ мм$^2 = 3{,}5 \cdot 10^2$ мм^2.

Записываем результат измерения площади прямоугольника:

$$S_{изм} \approx (3{,}5 \pm 0{,}4) \cdot 10^2 \text{ мм}^2 = (3{,}5 \pm 0{,}4) \text{ см}^2.$$

Лабораторная работа № 1

Измерение длины отрезка и площади плоской фигуры

Цели работы: 1) научиться измерять длину отрезка и площадь плоской фигуры; 2) научиться оценивать точность измерений и зависимость полученных значений от цены деления измерительного прибора.

Средства измерения и материалы: линейка с миллиметровыми делениями, мерная лента с сантиметровыми делениями, карандаш, лист тонкого картона или ватмана, лист миллиметровой бумаги (или лист тетради в клетку).

Дополнительные сведения

Чтобы определить цену деления измерительного прибора, нужно:

1. Найти на шкале прибора два ближайших штриха, подписанных числовыми значениями.
2. Вычислить разность найденных значений.
3. Подсчитать число делений шкалы между найденными штрихами.
4. Разделить разность из п. 2 на число штрихов из п. 3.

Полученное значение (в единицах измерения) и будет ценой деления линейки.

Палетка — это сетка из клеток (квадратов) с известной площадью одной клетки. Чтобы измерить площадь плоской фигуры палеткой, нужно:

1. Нарисовать фигуру на палетке.
2. Подсчитать, какое число клеток **полностью** попадает внутрь контура фигуры; умножить это число на площадь одной клетки (рис. 172). Так получает-

ся значение площади S_{min}, *не превышающее* значения площади фигуры.

3. Подсчитать, какое число клеток **полностью** и **частично** (*см.* рис. 172) попадает внутрь контура фигуры; умножить это число на площадь одной клетки. Так получается значение площади S_{max}, *не меньшее* значения площади фигуры.
4. Таким образом, искомое значение площади фигуры S лежит в интервале, границы которого определены в п. 2 и 3:

$$S_{min} \leqslant S \leqslant S_{max}.$$

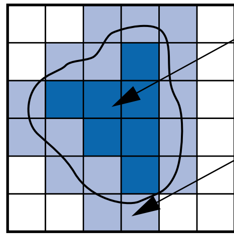


Рис. 172

Порядок выполнения

Задание 1. Измерение длины отрезка мерной лентой и линейкой.

1. Определите цены делений измерительных приборов: мерной ленты и линейки. Результаты запишите в табл. 6.
2. Проведите в тетради карандашом отрезок. Измерьте его длину с помощью мерной ленты. Для этого приложите ленту к отрезку, совместив её нулевую отметку с началом отрезка. Определите штрихи, между которыми оказался конец отрезка. Запишите результат измерения в табл. 6 в виде интервала с указанием единицы измерения ($L_{min} \leqslant L \leqslant L_{max}$).
3. Аналогичным образом измерьте длину отрезка с помощью линейки. Результат запишите в табл. 6 в виде интервала с указанием единицы измерения.

Таблица 6

Измерительный прибор	Цена деления измерительного прибора	Результат измерения $L_{min} \leqslant L \leqslant L_{max}$
Мерная лента		$\leqslant L \leqslant$
Линейка		$\leqslant L \leqslant$

Задание 2. Измерение площади фигуры палеткой.

1. Для измерения площади вырежите из листа картона фигуру произвольной формы. Она должна быть такого размера, чтобы не выступать за края листа миллиметровой (или клетчатой тетрадной) бумаги.
2. Положите вырезанную картонную фигуру на лист миллиметровой бумаги и обведите её контур карандашом. Определите интервал, которому принадлежит значение площади фигуры, используйте для измерения

большие клетки миллиметровой бумаги (размером 1 × 1 см), — **эксперимент 1**. Запишите результат измерения в табл. 7 в виде интервала с указанием единицы измерения: $S_{min} \leqslant S \leqslant S_{max}$.

3. Повторите измерение, используя маленькие клетки миллиметровой бумаги (1 × 1 мм), — **эксперимент 2**. Запишите результат измерения в табл. 7 в виде интервала с указанием единицы измерения.
   (При отсутствии миллиметровой бумаги эксперимент следует провести с бумагой в клетку (5 × 5 мм). При этом в первом опыте используйте квадраты, состоящие из четырёх клеток, а во втором — из одной клетки.)

Таблица 7

Номер эксперимента	Площадь клетки палетки	Число клеток, которые попали на фигуру		Площадь фигуры $S_{min} \leqslant S \leqslant S_{max}$
		полностью	полностью и частично	
1				$\leqslant S \leqslant$
2				$\leqslant S \leqslant$

Вопросы

1. Можно ли точно измерить длину отрезка с помощью мерной ленты, линейки?
2. Можно ли точно измерить площадь фигуры с помощью палетки?
3. Зависит ли точность измерения от цены деления мерной ленты (линейки) и от площади клетки палетки?

Лабораторная работа № 2

Изучение погрешностей измерения на примере измерения объёма твёрдого тела

Цели работы: 1) научиться оценивать погрешности измерения; 2) освоить метод измерения объёма твёрдого тела с помощью мензурки.

Средства измерения и материалы: мерный цилиндр (мензурка), твёрдое тело, помещающееся в мензурку, нить, жидкость (вода).

Дополнительные сведения

Чтобы измерить объём жидкости в мензурке и оценить точность измерения, необходимо:

1. Поставить мензурку на горизонтальный стол.
2. Определить цену деления мензурки. Вспомнить, что максимальная абсолютная погрешность прямого измерения равна цене деления шкалы прибора. (Например, для мензурки на рис. 173 цена деления равна 1 мл. Поэтому максимальная абсолютная погрешность измерения объёма этой мензуркой $\Delta V = 1$ мл.)
3. Расположить мензурку так, как показано на рис. 173 (чтобы видеть как линию свободную поверхность жидкости в мензурке).

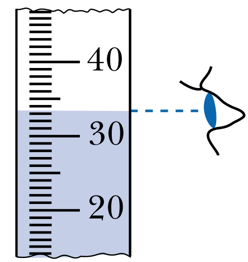


Рис. **173**

4. Определив номер штриха шкалы, ближайшего к положению плоской поверхности жидкостив мензурке, установить измеренный (определённый приблизительно) объём жидкости в мензурке. (Например, для жидкости в мензурке на рис. 173 номер ближайшего штриха равен 33. Поэтому измеренный объём следует считать равным $V_{\text{изм}} = 33$ мл.)
5. Записать результат измерения объёма жидкости в виде интервала с учётом установленного значения и максимальной абсолютной погрешности. Например, в показанном на рис. 173 случае получим:

$$V_{\text{изм}} - \Delta V \leqslant V \leqslant V_{\text{изм}} + \Delta V;$$

$$32 \text{ мл} \leqslant V \leqslant 34 \text{ мл}.$$

*6. Определить относительную ошибку измерения, поделив максимальную абсолютную погрешность на измеренное значение и округлив результат до одной значащей цифры.
Например, в показанном на рис. 173 случае получим:

$$\varepsilon = \Delta V / V_{\text{изм}} \approx 0{,}03.$$

Порядок выполнения

1. Определите цену деления мензурки и максимальную абсолютную погрешность ΔV измерения объёма.
2. Налейте в мензурку воду примерно наполовину и измерьте объём воды $V_{1\,\text{изм}}$. Запишите полученный результат V_1 с учётом погрешности ΔV в виде $V_1 = V_{1\,\text{изм}} \pm \Delta V$ в ячейку табл. 8, соответствующую начальному объёму.
3. Привяжите к телу нить. Удерживая тело за нить, аккуратно опустите его в мензурку, полностью погрузив тело в воду.

4. Измерьте суммарный объём $V_{2\ \text{изм}}$ воды и погружённого в неё тела. Запишите полученный результат V_2 с учётом погрешности ΔV в виде $V_2 = V_{2\ \text{изм}} \pm \Delta V$ в соответствующую ячейку табл. 8.
5. Рассчитайте измеренный объём тела по формуле: $V_{\text{т изм}} = V_{2\ \text{изм}} - V_{1\ \text{изм}}$.
6. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения объёма тела (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений): $\Delta V_{\text{т}} = \Delta V + \Delta V$.
7. Запишите полученный результат $V_{\text{т}}$ с учётом рассчитанной погрешности $\Delta V_{\text{т}}$ в виде $V_{\text{т}} = V_{\text{т изм}} \pm \Delta V_{\text{т}}$ в соответствующую ячейку табл. 8.

Таблица 8

Начальный объём воды V_1, мл	Суммарный объём воды и тела V_2, мл	Объём тела $V_{\text{т}}$, мл

*8. Определите относительную погрешность измерения объёма тела, поделив максимальную абсолютную погрешность $\Delta V_{\text{т}}$ на измеренное значение $V_{\text{т изм}}$ и округлив результат до одной значащей цифры.

Вопросы

1. Почему объём тела можно рассчитать как разность конечного и начального измеренных объёмов?
2. Изменится ли результат измерения, если вместо воды использовать другую жидкость?

*3. Как изменятся абсолютная и относительная погрешности измерения, если использовать мензурку, цена деления которой в 10 раз меньше (0,1 мл)?

Лабораторная работа № 3

Измерение размеров малых тел методом рядов

Цели работы: 1) научиться измерять размеры малых тел с помощью метода рядов; 2) оценивать погрешность таких измерений.

Средства измерения и материалы: линейка с миллиметровыми делениями, пшено (или горох, бусинки и т. п.).

Дополнительные сведения

Метод рядов используют для измерения размеров тел в случае, когда эти размеры меньше цены деления измерительного инструмента. Например, невозможно измерить толщину листа бумаги с помощью линейки с миллиметровыми делениями. Однако если измерить толщину пачки, содержащей достаточно большое число N таких листов, и разделить полученную величину на N, то мы определим среднюю толщину листа в пачке. При этом максимальная абсолютная погрешность измерения толщины листа (*см.* последнюю строку табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений для случая, когда $k = 1/N$) будет в N раз меньше максимальной абсолютной погрешности прямого измерения толщины пачки, т. е. в N раз меньше цены деления линейки.

Порядок выполнения

1. Определите цену деления линейки и максимальную абсолютную погрешность ΔL измерения с её помощью.
2. Расположите вдоль края линейки вплотную друг к другу N крупинок пшена (30–50 штук). Запишите число N в соответствующую ячейку табл. 9.
3. Определите длину $L_{изм}$ полученного ряда. Запишите полученный результат с учётом погрешности ΔL в виде $L = L_{изм} \pm \Delta L$ в соответствующую ячейку табл. 9.
4. Рассчитайте средний диаметр одной крупинки по формуле: $d_{изм} = L_{изм}/N$.
5. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения среднего диаметра крупинки (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений): $\Delta d = \Delta L/N$. Округлите рассчитанное значение Δd до одной значащей цифры.
6. Округлите полученное в п. 4 значение $d_{изм}$ до того же разряда, до которого вы округлили значение Δd в п. 5.
7. Запишите полученный результат с учётом значений, полученных в п. 5 и 6, в виде $d = d_{изм} \pm \Delta d$ в соответствующую ячейку табл. 9.

Таблица 9

Число N крупинок в ряду	Длина ряда $L = L_{изм} \pm \Delta L$, мм	Средний диаметр крупинки $d = d_{изм} \pm \Delta d$, мм

***8.** Определите максимальную относительную погрешность измерения среднего диаметра крупинки, поделив максимальную абсолютную погрешность Δd на измеренное значение $d_{изм}$ и округлив результат до одной значащей цифры.

Вопросы

1. Увеличивается или уменьшается точность измерения при увеличении числа предметов в ряду?
2. Как изменится максимальная абсолютная погрешность измерения среднего диаметра крупинки: а) при увеличении числа крупинок в 10 раз; б) при уменьшении числа крупинок в 2 раза?

*3. Как изменится относительная погрешность измерения среднего диаметра крупинки при условиях, рассмотренных в вопросе 2?

*4. Предложите способ измерения линейкой диаметра нити (тонкой проволоки и т. п.) с помощью метода рядов.

Лабораторная работа № **4**

Изучение равномерного прямолинейного движения

Цели работы: 1) изучить зависимость перемещения тела от времени при равномерном прямолинейном движении; 2) определить скорость этого движения.

Средства измерения и материалы: универсальный штатив с лапкой, жёлоб (или наклонная плоскость), тяжёлый металлический шарик (диаметр 1,5–2 см), карандаш, метроном, деревянный брусок, метровая линейка или рулетка.

Дополнительные сведения

Если движение шарика по горизонтальной плоскости можно считать равномерным, то изменения его координаты за равные промежутки времени должны быть одинаковыми. В этом случае если измерить изменение координаты шарика за данный промежуток времени и знать длительность этого промежутка, то можно рассчитать значение скорости.

Например, если за промежуток времени от t_1 до t_2 координата изменилась от x_1 до x_2, то значение скорости равно

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Порядок выполнения

В работе используют один метроном на весь класс. Метроном должен быть настроен на 120 ударов в минуту, т. е. между двумя последовательными ударами проходит время $t_м = 0,5$ с.

1. Соберите установку так, как показано на рис. 174. Наклон жёлоба подберите таким, чтобы шарик, скатывающийся с верхнего края жёлоба,

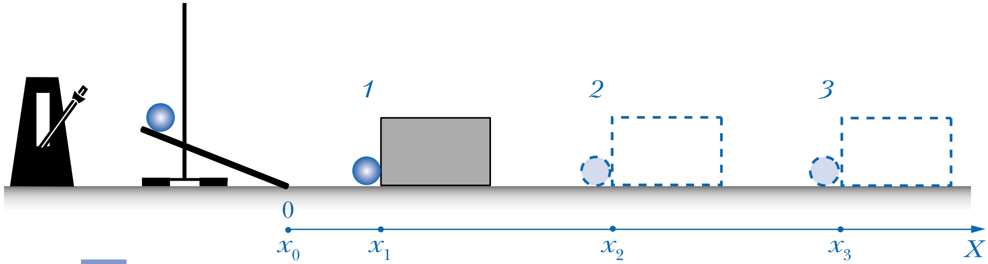


Рис. 174

прокатывался по горизонтальному столу не быстрее, чем за 5 ударов метронома.

2. В каждом эксперименте ставьте шарик на верхний край жёлоба и отпускайте его одновременно с ударом метронома.
3. Для определения мест нахождения шарика, движущегося по столу, в моменты, соответствующие последовательным ударам метронома, используйте деревянный брусок. Для этого проведите ряд экспериментов по скатыванию шарика, перемещая брусок от нижней точки жёлоба вдоль направления движения шарика. Отметьте все такие положения бруска, при которых удар катящегося шарика о переднюю поверхность бруска будет совпадать с ударом метронома. (Для примера на рис. 174 показаны три таких последовательных положения — *1*, *2*, *3* — и отмечены их координаты.) Вначале определите **положение *1*** бруска, затем **положение *2*** и т. д.
4. Измерьте расстояния между каждой парой отмеченных последовательных положений. Занесите результаты измерений в табл. 10.
5. Рассчитайте значения скоростей шарика на каждом из участков: v_1, v_2, v_3 и т. д. Результаты занесите в табл. 10.

Таблица 10

Расстояние, пройденное за время между двумя последовательными ударами метронома, м	Значение скорости, м/с
$x_2 - x_1 =$	$v_1 =$
$x_3 - x_2 =$	$v_2 =$
$x_4 - x_3 =$	$v_3 =$
$x_5 - x_4 =$	$v_4 =$

6. Измерьте расстояния от места первого удара шарика о брусок до мест последующих ударов. Занесите результаты измерений в табл. 11.
7. Рассчитайте промежутки времени движения шарика, соответствующие расстояниям из п. 6. Запишите результаты в табл. 11.

Таблица 11

Расстояние, пройденное за время между двумя ударами метронома, см	Промежутки времени, с
$x_2 - x_1 =$	$t_2 - t_1 =$
$x_3 - x_1 =$	$t_3 - t_1 =$
$x_4 - x_1 =$	$t_4 - t_1 =$
$x_5 - x_1 =$	$t_5 - t_1 =$

8. По данным табл. 11 постройте график зависимости расстояния, пройденного шариком, от времени.
*9. Определите максимальную абсолютную погрешность измерения расстояний, указанных в табл. 10 и 11. Считая, что промежутки времени между ударами метронома известны точно, оцените погрешность определения значений средней скорости движения шарика на каждом из рассмотренных отрезков.
10. Используя результаты табл. 10 и графика движения шарика, построенного по данным табл. 11, сделайте вывод о характере движения шарика при его движении по столу.
11. Используя построенный график движения, определите положение шарика в середине промежутка времени между третьим и четвёртым ударами метронома.
*12. Считая движение шарика по горизонтальной поверхности стола равномерным прямолинейным, запишите закон движения в аналитической форме.

Вопросы

1. Можно ли считать скорости движения шарика между нулевым и первым, первым и вторым, вторым и третьим ударами метронома равными?
2. Можно ли считать движение шарика по столу равномерным прямолинейным?
*3. Зависит ли точность измерения скорости от длительности рассматриваемого интервала времени?

Лабораторная работа № **5**

Измерение массы тела на рычажных весах

Цели работы: 1) научиться пользоваться рычажными весами; 2) измерять с их помощью массу тела.

Средства измерения и материалы: рычажные весы, футляр с набором гирь, набор тел (например, монеты 1, 2 и 5 рублей), электронные весы.

Дополнительные сведения

1. Перед началом взвешивания необходимо убедиться, что весы уравновешены. Если весы не уравновешены, то следует добиться их равновесия, положив на более лёгкую чашку полоски бумаги.
2. На уравновешенных весах определите массу самой лёгкой из гирь в наборе, которая нарушает равновесие весов. Массу этой гири будем считать равной максимальной абсолютной погрешности измерения массы с помощью этих весов.
3. Взвешиваемое тело аккуратно кладут на левую чашку весов, придерживая её рукой.
4. Не отпуская левой чашки, на правую чашку кладут гирю, масса которой близка, по вашему мнению, к измеряемой массе. Аккуратно отпуская чашку, определяют, какая из чашек перевешивает. В зависимости от результата гирю заменяют более лёгкой или добавляют к ней дополнительные гири. Продолжая эту процедуру, добиваются равновесия весов.
5. Суммируют массу всех гирь, лежащих на правой чашке. Полученный результат с учётом погрешности, например в виде интервала, записывают в таблицу.
6. После измерения необходимо убрать гири на соответствующие места в футляр.

Внимание! Масса взвешиваемого тела не должна превышать максимальную массу, на которую рассчитаны весы.

Нельзя класть непосредственно на чашки весов грязные, мокрые или горячие тела.

При измерении массы порошков и жидкостей следует использовать соответствующую посуду.

Мелкие гири (от 10 мг до 5 г) следует брать пинцетом.

Порядок выполнения

1. Поместите взвешиваемое тело на весы. Определите его массу с точностью до массы самой лёгкой из гирь, нарушающей равновесие весов.
2. Результаты измерения для нескольких тел запишите в табл. 12 с учётом погрешности измерений.

Таблица 12

Номер тела	Масса тела, г	
	Рычажные весы	Электронные весы
1		
2		
3		

3. Измерьте массы выбранных вами тел на электронных весах. Запишите полученные значения в табл. 12. Сравните результаты, полученные при использовании разных весов. Сформулируйте вывод и запишите его.

Вопросы

1. Чему равна максимальная абсолютная погрешность измерения массы в ваших экспериментах?
2. При взвешивании использовали набор гирь, масса самой лёгкой гири была равна 20 мг. В каком интервале лежит значение массы тела, если при его взвешивании были получены следующие результаты: при массе разновеса 12,70 г перетягивала левая чашка весов; при массе разновеса 12,90 г перетягивала правая чашка весов?

Лабораторная работа № 6

Измерение плотности твёрдого тела

Цель работы: научиться измерять плотность твёрдого тела с помощью рычажных весов и мензурки.

Средства измерения и материалы: рычажные весы, футляр с набором гирь, мензурка, твёрдое тело, помещающееся в мензурку, нить, вода.

Дополнительные сведения

Среднюю плотность тела рассчитывают по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V_т},$$

где m — масса тела, $V_т$ — его объём.

Поэтому для определения плотности тела необходимо измерить его массу и объём.

Порядок выполнения

1. Измерьте массу тела на весах (*см.* лабораторную работу № 5). Полученный результат с учётом погрешности измерения запишите в соответствующую ячейку табл. 13.
2. Измерьте объём тела с помощью мензурки с водой (*см.* лабораторную работу № 2). Полученные результаты с учётом погрешностей измерения запишите в соответствующие ячейки табл. 13.
3. По приведённой в начале работы формуле рассчитайте измеренную плотность $\rho_{изм}$ тела.

*4. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения плотности (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений):

$$\Delta\rho = \frac{m_{изм} \cdot \Delta V_т + V_{т\ изм} \cdot \Delta m}{V^2_{т\ изм}}.$$

Округлите рассчитанное значение $\Delta\rho$ до одной значащей цифры.

*5. Округлите полученное в п. 3 значение $\rho_{изм}$ до того же разряда, до которого вы округлили значение $\Delta\rho$.

*6. Запишите значение плотности с учётом значений, полученных в п. 3–5, в виде $\rho = \rho_{изм} \pm \Delta\rho$ в предпоследнюю и последнюю ячейки табл. 13.

Таблица 13

Масса тела m, г	Начальный объём воды $V_н$, см^3	Суммарный объём воды и тела $V_к$, см^3	Объём тела $V_т$, см^3	Плотность тела ρ, г/см^3	Плотность тела ρ, кг/м^3

Вопросы

1. Из какого материала могло быть изготовлено исследованное вами тело? Для ответа воспользуйтесь табл. 2 из § 31.

*2. Можно ли дать по результатам измерения однозначный ответ на вопрос п. 1? Ответ обоснуйте.

*3. От точности каких приборов зависит погрешность измерения плотности тела в проведённом эксперименте?

Лабораторная работа № 7

Градуировка пружины и измерение с её помощью веса тела неизвестной массы

Цели работы: 1) научиться градуировать пружину; 2) наносить шкалу с заданной ценой деления; 3) измерять с помощью полученного динамометра вес тела неизвестной массы.

Средства измерения и материалы: набор грузов массой 102 г, небольшое тело неизвестной массы, штатив с лапкой, школьный динамометр с заклеенной бумагой шкалой, карандаш, линейка с делениями.

Дополнительные сведения

Сила упругости пружины прямо пропорциональна её растяжению при малых (упругих) деформациях (закон Гука, *см.* § 36).

Физическую величину, равную отношению деформирующей пружину силы к удлинению пружины под действием этой силы, называют жёсткостью (коэффициентом жёсткости) данной пружины. По растяжению пружины известной жёсткости можно узнать модуль действующей на пружину силы.

Прибор, предназначенный для измерения сил, называют динамометром.

Висящий груз действует на удерживающий его неподвижным относительно Земли подвес с силой, модуль которой равен модулю силы тяжести, т. е. произведению массы m груза на модуль ускорения свободного падения g.

При выполнении данной работы считайте $g = 9{,}8$ м/с^2.

Градуировкой называют нанесение на прибор шкалы и значений измеряемой величины на этой шкале, которые получают в результате измерения этим прибором эталонных значений.

Порядок выполнения

1. Закрепите динамометр на штативе так, чтобы ось пружины была вертикальной. Отметьте на бумаге положение указателя динамометра при отсутствии груза. Около этой отметки (штриха) поставьте цифру 0.
2. Подвесьте на крючок динамометра один груз. Дождитесь, когда колебания груза прекратятся. Отметьте на бумаге положение указателя динамометра и поставьте рядом с отметкой (штрихом) цифру 1. После этого подвесьте к первому грузу второй. Дождитесь окончания колебаний. Отметьте новое положение указателя динамометра и поставьте рядом с этой отметкой (штрихом) цифру 2. Продолжайте эксперимент, увеличивая число подвешенных грузов, отмечая новые положения указателя и ставя соответствующие цифры.

3. Снимите с крючка динамометра все грузы. Затем снимите динамометр со штатива. Рассчитайте значения F сил, соответствующие сделанным вами отметкам. Запишите полученные значения в ньютонах, округлив их до целых величин.
4. Измерьте линейкой расстояния Δl между соседними отметками и запишите их в тетрадь. С помощью линейки разделите расстояния между каждой парой соседних отметок на десять равных частей. Определите: а) цену деления созданной вами шкалы динамометра; б) максимальную абсолютную погрешность ΔF измерения силы F этим динамометром. Округлите рассчитанное значение ΔF до одной значащей цифры. Полученное значение запишите в тетрадь.
5. Закрепите динамометр в штативе и подвесьте к нему тело неизвестной массы. Определите вес P этого тела с помощью созданной вами шкалы. Округлите полученное значение P до того же разряда, что и значение ΔF в п. 4. Результат измерения запишите в тетрадь в виде интервала.
6. По результатам п. 5 рассчитайте массу m тела и погрешность Δm её измерения. При этом округлите рассчитанное значение Δm до одной значащей цифры, а значение m — до того же разряда, что и значение Δm.
7. Запишите результат измерения массы тела в виде $m \pm \Delta m$ в тетрадь.

***8.** Определите максимальную относительную погрешность измерения веса и массы тела. Округлив полученные результаты до одной значащей цифры, запишите их в тетрадь.

Вопросы

1. Как называют силу, действующую на подвес со стороны висящего на нём неподвижно тела?
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Какой прибор называют динамометром?
4. Как соотносятся вес подвешенного к динамометру тела, действующая на него сила тяжести и сила упругости пружины динамометра?
5. Изобразите в тетради динамометр, подвешенное к нему тело и силы из вопроса 4.

Лабораторная работа № 8

Измерение силы трения с помощью динамометра

Цель работы: исследовать с помощью динамометра зависимость силы сухого трения от силы реакции опоры и материалов соприкасающихся тел.

Средства измерения и материалы: набор грузов известной массы, деревянный и металлический бруски известной массы, школьный динамометр (если массы грузов и брусков неизвестны, то для их определения необходимы весы и футляр с набором гирь).

Дополнительные сведения

Чтобы сдвинуть тело, лежащее на горизонтальной плоскости, к нему необходимо приложить в горизонтальном направлении силу, превышающую максимальную силу сухого трения покоя $\vec{F}_{тр}$ (*см.* § 39). Опыт показывает, что для поддержания неизменной скорости скольжения тела по горизонтальной плоскости необходимо продолжать действовать на это тело в направлении его движения определённой силой. Следовательно, и в этом случае на тело со стороны плоскости в горизонтальном направлении действует сила, компенсирующая силу, вызывающую скольжение тела. Эту силу называют силой сухого трения скольжения. Обычно силу сухого трения скольжения при малых скоростях считают равной максимальной силе сухого трения покоя.

Кроме силы сухого трения, в рассматриваемом случае со стороны плоскости на тело действует сила реакции опоры $\vec{N}$, компенсирующая действие на тело силы тяжести. Из законов Ньютона следует, что модуль силы реакции опоры N равен произведению массы m тела на модуль ускорения свободного падения g.

Отношение максимального модуля силы сухого трения покоя $F_{тр}$ к модулю силы реакции опоры N называют коэффициентом трения μ. Значение этого коэффициента зависит от материалов соприкасающихся тел и качества обработки их поверхностей.

При выполнении данной работы считайте $g = 9{,}8$ м/с^2.

Порядок выполнения

1. Положите на горизонтальную поверхность стола деревянный брусок. Прикрепите к нему динамометр. Удерживая динамометр так, чтобы ось его пружины была горизонтальна, постепенно увеличивайте натяжение пружины динамометра, пока брусок не начнёт равномерно скользить по столу. Определите показание $F_{тр}$ динамометра при равномерном движении и запишите его в соответствующую ячейку второй строки табл. 14.
2. Установите на брусок один груз. Повторите измерения, описанные в п. 1. Запишите результат в соответствующую ячейку табл. 14. Повторите эксперимент, установив на брусок два, а затем три груза. Полученные показания динамометра запишите в соответствующие ячейки табл. 14.

3. Повторите измерения п. 1 и 2, заменив деревянный брусок металлическим. Результаты измерений запишите в табл. 15.
4. Используя известные значения масс брусков и грузов, рассчитайте модули сил $\vec{N}$ для каждого случая. Запишите полученные результаты в соответствующие ячейки первых строк табл. 14 и 15.
5. Используя полученные значения модулей сил реакции опоры и сил трения, рассчитайте значения коэффициентов μ трения для каждого случая. Запишите полученные результаты в соответствующие ячейки табл. 14 и 15.
6. На основании полученных результатов сформулируйте вывод о значениях коэффициентов трения о поверхность стола деревянного и металлического брусков. Запишите этот вывод.

*7. Используя данные таблиц, постройте графики зависимости модуля силы сухого трения скольжения $F_{тр}$ от модуля силы реакции опоры N, действующей на деревянный и металлический бруски. Сделайте вывод о выполнимости закона Амонтона — Кулона.

Таблица 14

Величины	Брусок без грузов	Брусок с одним грузом	Брусок с двумя грузами	Брусок с тремя грузами
N				
$F_{тр}$				
μ				

Таблица 15

Величины	Брусок без грузов	Брусок с одним грузом	Брусок с двумя грузами	Брусок с тремя грузами
N				
$F_{тр}$				
μ				

Вопросы

1. Как соотносятся модули максимальной силы сухого трения покоя и силы сухого трения скольжения при малых скоростях?
2. Что называют коэффициентом трения? От чего зависит его значение?
3. От чего зависит модуль силы сухого трения скольжения?
4. В каких пределах может изменяться модуль силы сухого трения покоя?

Лабораторная работа № 9

Выяснение условия равновесия рычага

Цель работы: проверить, при каких соотношениях моментов сил рычаг находится в равновесии.

Средства измерения и материалы: три груза массой по 102 г ($m_г = 102$ г), рычаг с рядом отверстий, штатив с горизонтальной осью, школьный динамометр, линейка с делениями.

Дополнительные сведения

Рычагом называют твёрдое тело, способное вращаться вокруг неподвижной оси (или опоры).

Линией действия силы называют линию, вдоль которой действует эта сила.

Плечом силы называют расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Моментом M силы $\vec{F}$ относительно данной оси называют физическую величину, равную произведению модуля силы на её плечо L ($M = F \cdot L$). При этом если сила стремится раскручивать рычаг против часовой стрелки, то её момент считают положительным, в противном случае — отрицательным.

Рычаг находится в равновесии, если сумма моментов всех действующих на него сил относительно оси вращения (с учётом их знаков) равна нулю.

Порядок выполнения

1. Определите для линейки цену деления шкалы и максимальную абсолютную погрешность ΔL измерения длины.

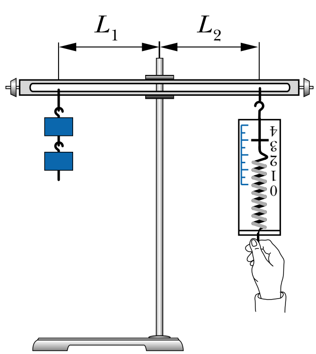


Рис. **175**

2. Определите для динамометра цену деления шкалы и максимальную абсолютную погрешность ΔF измерения силы.
3. Установите рычаг на штативе так, чтобы ось вращения проходила через отверстие в середине рычага. Добейтесь горизонтального равновесного положения рычага с помощью расположенных на его концах передвижных гаек (или навешивая на него небольшие кусочки проволоки).
4. Придерживая рычаг рукой, подвесьте на него два груза (рис. 175) на расстоянии примерно 20 см слева от оси вращения.

Прикрепите динамометр к точке рычага, находящейся на расстоянии примерно 10 см справа от оси вращения. Определите, какую по модулю силу следует приложить в вертикальном направлении, чтобы рычаг оставался в горизонтальном равновесном положении.

Внимание! Ось пружины динамометра должна быть расположена вертикально.

Запишите полученный результат F_2 с учётом погрешности ΔF в виде интервала в соответствующую ячейку табл. 16.

5. Отметив места крепления грузов и динамометра, снимите грузы и отсоедините динамометр.

6. Измерьте линейкой расстояния L_1 и L_2 от оси вращения рычага до отмеченных мест крепления грузов и динамометра. Запишите полученные результаты L_1 и L_2 с учётом погрешности ΔL в виде интервалов в соответствующие ячейки табл. 16.

7. Определите суммарную массу m подвешенных тел и запишите результат в табл. 16. Рассчитайте суммарную силу тяжести $F_1 = m \cdot g$, действовавшую на подвешенные к рычагу грузы. (Считайте, что $g = 9{,}8$ м/с².) Округлите полученный результат до разряда, соответствующего цене деления динамометра, и запишите его с учётом погрешности ΔF в виде интервала в соответствующую ячейку табл. 16.

8. Повторите эксперимент по п. 4–7, подвесив вместо двух грузов три на расстоянии примерно 10 см слева от оси вращения. При этом выберите точку крепления динамометра, находящуюся на расстоянии примерно 20 см справа от оси вращения. Запишите полученные результаты в соответствующие ячейки второй строки табл. 16.

9. По приведённой в начале работы формуле рассчитайте моменты сил, действовавших на рычаг в первом и втором экспериментах.

10. Сравните модули уравновешивающих друг друга моментов сил тяжести грузов и сил упругости пружины динамометра в первом эксперименте. Учитывая знаки этих моментов, сформулируйте условие равновесия рычага. Запишите его в тетрадь. Проверьте выполнимость этого правила по результатам второго эксперимента.

Таблица 16

Номер эксперимента	m, кг	$F_1 = m \cdot g$, Н	L_1, м	F_2, Н	L_2, м	M_1, Н · м	M_2, Н · м
1							
2							

Для дополнительного изучения

11. Рассчитайте максимальные абсолютные погрешности измерения моментов сил (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений): $\Delta M = F \cdot \Delta L + L \cdot \Delta F$. Округлите рассчитанные значения до одной значащей цифры.

12. Округлите полученные в п. 9 значения моментов сил до того же разряда.

13. Запишите значения моментов сил с учётом значений, полученных в п. 11 и 12, в виде интервалов в предпоследнюю и последнюю ячейки соответствующих строк табл. 16.

14. Нарисуйте горизонтальную числовую ось. Изобразите на ней синим цветом интервал, в пределах которого находится истинное значение модуля M_1, полученное в первом эксперименте. Изобразите на этой же оси чёрным цветом интервал, в пределах которого находится истинное значение модуля M_2, полученное в том же эксперименте.

15. Выполните задание, аналогичное п. 14, для результатов второго эксперимента.

16. По результатам, полученным в п. 14 и 15, сформулируйте вывод (условие равновесия рычага с учётом знаков моментов сил).

Вопросы

1. Почему при измерении силы динамометром в п. 4 ось его пружины должна быть расположена вертикально? Изменится ли показание динамометра, если ось его пружины не будет вертикальной?

2. Можно ли установить правило равновесия рычага в рассмотренном эксперименте, прикрепляя динамометр к рычагу с той же стороны от оси вращения, с которой подвешены грузы? Зарисуйте схему эксперимента в случае положительного ответа. Рычаг какого рода будет исследован в этом случае?

***3.** От точности каких приборов зависит погрешность измерения момента силы в проведённом эксперименте?

Лабораторная работа № 10

Измерение выталкивающей силы, действующей на погружаемое в жидкость тело

Цели работы: 1) измерить выталкивающую силу, действующую на тело, погружаемое в жидкость; 2) определить плотность жидкости.

Средства измерения и материалы: штатив с подвижной муфтой и лапкой для крепления динамометра, динамометр, мензурка, металлический цилиндр на нити, помещающийся в мензурку, вода.

Дополнительные сведения

Повторите материал § 54 учебника.

На тело, погружённое в жидкость и покоящееся относительно неё, со стороны жидкости действуют силы гидростатического давления. Если тело со всех сторон окружено жидкостью (т. е. не прилипло ко дну или стенке сосуда), то сумма этих сил направлена вертикально вверх. Поэтому эту сумму сил называют выталкивающей силой — силой Архимеда $\vec{F}_\text{А}$. По модулю она равна весу жидкости в объёме, равном объёму $V_\text{п}$ той части тела, которая погружена в жидкость, т. е. $F_\text{А} = \rho \cdot g \cdot V_\text{п}$, где ρ — плотность жидкости. Следовательно, если измерить силу Архимеда и объём погружённой части тела, то можно рассчитать плотность жидкости по формуле

$$\rho = \frac{F_\text{А}}{g \cdot V_\text{п}}.$$

Порядок выполнения

1. Определите цену деления мензурки и максимальную абсолютную погрешность ΔV измерения объёма с её помощью.
2. Определите цену деления шкалы динамометра и максимальную абсолютную погрешность ΔF измерения силы.
3. Закрепите в штативе динамометр. Подвесьте к нему цилиндр. По показанию динамометра определите вес P цилиндра в воздухе (*см.* лабораторную работу № 7). Результат измерения запишите в виде интервала в соответствующую ячейку табл. 17.
4. Налейте в мензурку воду примерно наполовину. Измерьте объём V_0 этой воды (*см.* лабораторную работу № 2). Запишите полученный результат в виде $V_0 \pm \Delta V$ в соответствующую ячейку табл. 17.
5. Поставьте мензурку под подвешенный к динамометру цилиндр. Плавно опускайте муфту, к которой прикреплён динамометр, пока цилиндр не погрузится в жидкость примерно на половину своего объёма. Закрепите муфту. Измерьте суммарный объём V_1 воды и погружённой в неё части цилиндра. Запишите полученный результат в виде $V_1 \pm \Delta V$ в соответствующую ячейку табл. 17.
6. Запишите показания динамометра в виде $F_1 \pm \Delta F$ в соответствующую ячейку табл. 17.
7. Повторите измерения, указанные в п. 5 и 6, погрузив цилиндр в воду полностью. Занесите в табл. 17 соответствующие этому опыту измеренные величины с учётом их погрешностей: $V_2 \pm \Delta V$ и $F_2 \pm \Delta F$.

8. Аккуратно разберите экспериментальную установку.
9. Рассчитайте объём погружённой в воду части цилиндра по формуле: $V_{п1} = (V_1 - V_0)$ и объём всего цилиндра по формуле: $V_{п2} = (V_2 - V_0)$.
10. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения объёма погружённой части цилиндра и всего цилиндра (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений): $\Delta V_п = \Delta V + \Delta V$.
11. Запишите полученные в п. 9 результаты с учётом рассчитанной в п. 10 погрешности $\Delta V_п$ в виде интервала в соответствующие ячейки табл. 18.
12. Рассчитайте выталкивающие силы, действовавшие на цилиндр, частично погружённый в воду, по формуле: $F_{A1} = (P - F_1)$ и на полностью погружённый в воду — по формуле: $F_{A2} = (P - F_2)$.
13. Запишите полученные в п. 12 результаты в соответствующие ячейки табл. 18.
14. По формуле, приведённой в разделе «Дополнительные сведения», рассчитайте плотность воды в каждом из экспериментов. Сравните полученные результаты.

Таблица 17

$P \pm \Delta F$, Н	$V_0 \pm \Delta V$, мл	$F_1 \pm \Delta F$, Н	$V_1 \pm \Delta V$, мл	$F_2 \pm \Delta F$, Н	$V_2 \pm \Delta V$, мл

Таблица 18

$V_{п1}$, мл	F_{A1}, Н	ρ_1, г/см^3	$V_{п2}$, мл	F_{A2}, Н	ρ_2, г/см^3

Вопросы

Зависит ли выталкивающая сила, действующая на тело, погружённое в жидкость:
а) от массы тела;
б) от плотности жидкости;
в) от плотности тела;
г) от объёма погружённой в жидкость части тела;
д) от всего объёма жидкости в сосуде;
е) от объёма части тела, выступающей над поверхностью жидкости?

Для дополнительного изучения

15. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения выталкивающих сил из п. 12 (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений): $\Delta F_A = \Delta F + \Delta F$.

16. Запишите полученные в п. 12 результаты с учётом рассчитанной в п. 15 погрешности в виде интервалов в соответствующие ячейки табл. 18.

17. По формуле, приведённой в разделе «Дополнительные сведения», рассчитайте плотность воды в каждом из экспериментов. Сравните полученные результаты.

18. Рассчитайте максимальные абсолютные погрешности измерения плотности воды в каждом из экспериментов (*см.* табл. 5 расчёта погрешностей косвенных измерений):

$$\Delta\rho = \frac{F_A \cdot \Delta V_п + V_п \cdot \Delta F_A}{g \cdot V_п^2}.$$

Полученные результаты округлите до одной значащей цифры. Сравните полученные результаты.

19. Запишите полученные в п. 17 результаты с учётом рассчитанной в п. 18 погрешности в виде интервалов в соответствующие ячейки табл. 18.

20. Нарисуйте горизонтальную числовую ось. Изобразите на ней синим цветом интервал, в пределах которого находится истинное значение ρ_1, полученное в первом эксперименте. Изобразите на этой же оси чёрным цветом интервал, в пределах которого находится истинное значение ρ_2, полученное во втором эксперименте. Сформулируйте вывод.

Ответы

§ 3. **1.** 25 мм. **2.** Да; нет; нет. **4.** Из-за наблюдения под углом. Да. Надо смотреть перпендикулярно линейке.

§ 5. **1. а)** 4 ш.; **б)** 8 ш.; **в)** 14 ш. — если в качестве начала отсчёта выбрана стена у ворот замка;
а) –10 ш.; **б)** –6 ш.; **в)** 0 ш. — если в качестве начала отсчёта выбран клад.

§ 6. **1. а)** В системе отсчёта, связанной с деревом: **1), 2)** движутся в положительном направлении оси X; **3)** зависит от движения автобуса и пассажиров; **4)** покоятся.
б) В системе отсчёта, связанной с автобусом: **1)**, **2)** покоятся; **3)**, **4)** движутся в отрицательном направлении оси X_1.

§ 7. **1. а)** 4 см; **б)** 6 см; **в)** 10 см; **г)** 7 см. **2. а)** 4 с; **б)** 6 с; **в)** 5 с; **г)** 3,5 с.

§ 8. **1. а)** 60 м; 110 м; 27,5 м; 17 м; 31 м; **б)** 13 с; 20 с; 2,8 с; 4,4 с; 2 с.

§ 9. **1. а)** $x(t) = 2 + 1t$; **б)** $x(t) = 7 - 1t$; **в)** $x(t) = 3$. **3.** *К упр. 1:* **а)** $\Delta x = 1$ м; **б)** $\Delta x = -1$ м; **в)** $\Delta x = 0$. *К упр. 2:* **а)** $\Delta x = 2$ м; **б)** $\Delta x = -5$ м; **в)** $\Delta x = 0$. **4.** *К упр. 1:* **а)** $v = 1$ м/с; **б)** $v = -1$ м/с; **в)** $v = 0$. *К упр. 2:* **а)** $v = 2$ м/с; **б)** $v = -5$ м/с; **в)** $v = 0$. **5.** 1 м/с; 10 м/с; 20 м/с. **6.** 36 км/ч; 72 км/ч; 90 км/ч.

§ 10. **1. а)** $t_в = 5$ с, $x_в = 15$ м; **б)** $t_в = 6$ с, $x_в = 6$ м. **3.** Бологое.

§ 11. **1. а)** $t_в = 4$ с, $x_в = 4$ м; **б)** $t_в = 2$ с, $x_в = 6$ м. **3.** $t_в = 16$ с, $x_в = 32$ м.
4. $t_в = 4$ ч, у столба 290.

§ 12. **2.** 2 ч. **3*.** Одновременно.

§ 13. **3.** 9 с.

§ 14. **1.** $t_п = L/(v_1 - v_2)$. **2. б)** Уменьшится с увеличением скорости полицейского, увеличится с увеличением скорости грабителя; **в)** да, нет, нет; **г)** да; **д)** $v_1 - v_2$. **3*.** $t_{об} = (l_1 + l_2)/(v_2 - v_1)$. **4. а)** Увеличится, увеличится; **б)** увеличится, уменьшится.

§ 15. **1.** 10 с. **2.** 6 с. **4*.** $t = L/(v_1 + v_2)$.

§ 16. **4.** $t = L/(v_1 + v_2)$.

§ 17. **2. а)** $x_э = -L < 0$; **б)** $V_3 = -v_п$ (в отрицательном); **в)** $V_э = v_э - v_п$.
4*. $v_{сбл} = v_э - v_п$.

§ 18. **2. а)** $\Delta x_{06} = 6$ м, $s_{06} = 18$ м; **б)** $s_{25} = 9$ м.

§ 19. **1. а)** 8 м; **б)** 8 м, 14 м, 16 м; s_{13}, s_{02}, s_{03}. **2*. а)** $v_{01} = 2$ м/с, $v_{12} = 5$ м/с, $v_{23} = -1$ м/с; **б)** $s_{01} = 6$ м, $s_{12} = 10$ м, $s_{02} = 16$ м, $s_{03} = 18$ м, $s_{13} = 12$ м, $s_{23} = 2$ м.

§ 20. **1. а)** 90 км/ч, 90 км/ч; **б)** 70 км/ч, –70 км/ч; **в)** 80 км/ч, 10 км/ч.
2. а) 40 км/ч; **б)** 0, $|\vec{v}| = 60$ км/ч, направлена на север. **3.** $v_{07} = \frac{2}{7}$ м/с; $v_{\text{ср. п}} = 2$ м/с.

§ 21. **а)** $|\vec{v}| = 60$ км/ч, направлена на север; **б)** $\vec{v} = 0$.

§ 22. **1.** 2 м/с^2. **2.** –4 м/с^2.

§ 23. **1.** $v_0 = 2$ м/с; разгонялся. **2*.** $a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1)$; в первом.

§ 24. **1.** 22 м; 44 м; 134 м. $s_3 = 18$ м; $s_5 = 40$ м; $s_{10} = 130$ м.
3. а) $x(t) = v_0 \cdot t + a \cdot t^2/2$; **б)** $x(t) = x_0 + a \cdot t^2/2$. **5. а), б), в), г)** Увеличится. При уменьшении — уменьшится.

§ 25. **3.** 73,5 м; 117,5 м; 206 м. **4. а)** 32 м; **б)** 128 м. **5*.** 61,5 м. **6*.** $a_1 = 2$ м/с^2; $a_2 = 4{,}5$ м/с^2.

§ 26. **3. а)** 80 м; **б)** 40 м/с.

§ 28. **1.** $-v$. **2.** Да. **3. а)** Нет; **б)** да. **4*.** Нет. **5. а)** Поезд тормозит; **б)** поезд ускоряется с тем же по модулю ускорением.

§ 30. **1.** 2, в отрицательном направлении оси X. **2.** 10, в положительном направлении оси X. **3.** $|\vec{F}| = 25$, в отрицательном направлении оси X. **4. а)** 0; **б)** не изменяется ($a = 0$), изменяется ($a \neq 0$), изменяется ($|\vec{a}| = g$); **в)** да, нет, нет.

§ 31. **2.** 2,5 кг. **3.** 2 кг. **4.** 1 кг; 2,7 кг; 19,3 кг. **5.** 1,1 дм^3; 0,128 дм^3; 0,088 дм^3. **6*.** 88,5 см^3.

§ 32. **1. а)** $a = F/m$, да; **б)** увеличиваться, ускоряться;
в) $v(t) = v_0 + (t - t_0) \cdot F/m$. **2. а)** $a = -F/m$, да; **б)** уменьшаться, тормозиться; **в)** $v(t) = v_0 - (t - t_0) \cdot F/m$. **3.** 4 кН. **4.** $F = -10$ кН. **5. а)** 10 м/с^2, 10 м/с, 20 м/с; **б)** 20 м/с^2, 20 м/с, 40 м/с; **в)** 100 м/с^2, 100 м/с, 200 м/с.
6. а) 5 м/с^2; **б)** 20 м/с^2; **в)** –10 м/с^2. **7.** $v(t) = 5t$; $x(t) = 2{,}5t^2$.
8*. а) $|\vec{a}| = 5$ м/с^2, против движения; **б)** 3 с; **в)** 22,5 м.

§ 33. **1.** 0,32 кН. **2.** 0,5 кН.

§ 34. **1. а)** 1 кН; **б)** 15 кН; **в)** 50 мН. **3.** $g_3 = -g$. **4.** $1{,}7 \cdot 10^{-24}$ м/с^2.

§ 36. **1.** 10 Н/см. **2.** 0,6 кг. **3. а)** $\left|\vec{F}_{\text{су}}\right| = \left|\vec{F}_{\text{ру}}\right|$; **б*)** $\left|\vec{F}_{\text{су}}\right| = \left|\vec{F}_{\text{ру}}\right| + |m \cdot \vec{g}|$, где m — масса пружины.

§ 37. **2.** 4. **3.** 4 кН; вес космонавта. **4. а)** 1 кН; **б)** 5 кН. **5.** Модули всех сил равны 20 кН. **6*. а), б)** 50 Н; **в), е)** 40 Н; **г), д)** 60 Н.

§ 38. **1.** 230 г $\leqslant m \leqslant 250$ г. **2.** $4{,}7$ кН $\leqslant F \leqslant 4{,}9$ кН. **3.** Ускорение лифта направлено вверх, его модуль равен $0{,}25g \approx 2{,}5$ м/с^2.

§ 39. **1.** $\mu \cdot m \cdot g$. **2.** 10 Н. **4.** 40 кг. **5*.** 8 кН $\leqslant F \leqslant 12$ кН. **6*.** Сила реакции дороги, сила трения и сила тяжести; 9 м/с^2 $\leqslant a \leqslant 10$ м/с^2. **7.** $2{,}5 < n < 4{,}7$.

§ 40. *К вопр.:* **4. а)** Увеличивается; **б)** уменьшается; **в)** остаётся неизменной. **5*.** Да.

§ 41. **1.** –1 МДж. **2.** 4 кДж. **3.** 5 кДж. **4*.** 450 Дж. **5. а)** 100 Дж; **б)** 0; **в)** –80 Дж; **г)** 20 Дж. Увеличится.

§ 42. *К вопр.:* **3.** $0{,}5m \cdot v^2$. **4.** Увеличивается; уменьшается; остаётся неизменной. **5.** $0{,}5m \cdot v^2$. *К упр.:* **1.** 6 Дж. **2.** –2 кДж. **3. а)** 0; **б)** 0,2 МДж. **4.** 4 кДж; 40 м/с. **5.** 1 МДж; 20 м/с. **6.** 1 км/с. **7.** 0,9 кДж. **8.** 2 м/с.

§ 43. *К вопр.:* **3.** Нет. **4.** Да. $-m \cdot g \cdot l$. *К упр.:* **1. а)** Уменьшается по мере уменьшения деформации шнура; **б)** положительна; **в)** увеличивается. **2. а)** $m \cdot g \cdot h_0$ во всех случаях; **б)** $m \cdot g \cdot h_к$ во всех случаях; **в)** в случае *а* уменьшается, в случае *б* возрастает, в случае *в* остаётся неизменной; **г)** $П_0 - П_к = m \cdot g \cdot (h_0 - h_к)$; **д)** $m \cdot g \cdot (h_0 - h_к)$; **е)** да. **3*.** –4 кДж. **4*.** 62,5 Дж.

§ 44. *К вопр.:* **3.** При «подъёме»: **а)** возрастает; **б)** уменьшается; **в)** остаётся неизменной. При «падении»: **а)** уменьшается; **б)** возрастает; **в)** остаётся неизменной. *К упр.:* **1.** 30 м/с. **2.** 5 м. **3.** 30 м/с. **4.** 60 м. **5.** 20 м/с; вверх или вниз. **6.** 2 м/с.

§ 45. **1.** $\approx 7{,}9 \cdot 10^{13}$ Дж. **2.** 50 Вт. **5.** 6,48 кН. **6.** 20 кВт.

§ 47. **1.** 600 кг. **4.** В случае *б*. **6.** 1,2 кН.

§ 48. **1.** 5. **2.** 8. **3.** 150 кг. **5.** 60 кг. **6.** 0,5. **7*.** 0,75.

§ 49. **1.** 500 Па; 35000 Па; 27 000 000 Па; 3 000 000 Па. **2.** Стороной, имеющей минимальную площадь. **3.** 6 МПа. **4*.** Уменьшится (увеличится) на треть.

§ 50. **1.** 15 МН. **3.** 0,45 МПа; 0,18 МПа.

§ 51. **1.** ≈0,11 МПа; ≈0,2 МПа; ≈1,1 МПа. **2.** ≈7,6 см. **3*.** 1 кг.

§ 52. *К вопр.:* **5*.** Нет. *К упр.:* **1.** В 2 раза. **3.** 5000; 3 МН. **4*.** 5 м. **5*.** 400 Н.

§ 53. *К вопр.:* **8.** Да. *К упр.:* **1.** ≈10 м. **2.** 98 642 Па; 99 442 Па; 100 242 Па. **4**. Уменьшится примерно на 3 кПа.

§ 54. *К вопр.:* **8*, 9*. а)** Нет; **б)** да. *К упр.:* **1.** Будут плавать шарики из алюминия, железа, меди, серебра и свинца. Шарики из урана, золота и платины будут тонуть. **2.** Десятая часть. **3.** Половина, если считать плотность берёзы равной 0,5 г/см^3. **5.** 3,5 МН. **6.** 20 т.

Алфавитно-предметный указатель

Оглавление

Учебное издание

Грачёв Александр Васильевич
Погожев Владимир Александрович
Селиверстов Алексей Валентинович

Физика

7 класс

Учебник

Центр физики и астрономии

Ответственный за выпуск *В. В. Кудрявцев*
Редакторы *А. И. Троицкий, В. В. Кудрявцев*
Художественный редактор *Е. В. Чайко*
Внешнее оформление *А. Б. Орешиной*
Компьютерная вёрстка *О. Г. Пононовой*
Технический редактор *Е. А. Урвачева*
Корректоры *Ю. С. Борисенко, О. А. Мерзликина*

Подписано в печать 12.11.2021. Формат 70×90/16.
Гарнитура NewBaskervilleC. Усл. печ. л. 21,06.
Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — **vopros@prosv.ru.**

1 секунда приближённо равна 1/31 556 926 части времени обращения Земли вокруг Солнца.

Возраст Вселенной ≈ 1 000 000 000 000 000 000 с = 10^{18} с.

Время, за которое свет проходит расстояние 1 метр, ≈ 0,000 000 003 с.

1 метр приближённо равен 1/40 000 000 части длины земного меридиана, проходящего через Париж.

Радиус нашей Галактики ≈ 1 000 000 000 000 000 000 000 м = 10^{21} м.

Радиус Земли ≈ 6 400 000 м = 6400 км.

Наибольшая глубина океана (Марианская впадина) ≈ 11 022 м = 11,022 км.

Радиус атома ≈ 0,000 000 0001 м.

1 килограмм приближённо равен массе 1 литра химически чистой воды при температуре 4 °C и нормальном атмосферном давлении.

Масса Солнца ≈ 2 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 кг = $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Масса Земли ≈ 6 000 000 000 000 000 000 000 000 кг = $6 \cdot 10^{24}$ кг.

Масса атома ≈ 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 кг.

Скорость света в воздухе ~ 300 000 км/с.

Скорость движения Земли вокруг Солнца ~ 30 км/с.

Скорость черепахи ~ 0,1 м/с.

Плотность вещества в центре Солнца ≈ 150 000 кг/м^3.

Плотность вещества в центре Земли ≈ 12 500 кг/м^3.

Плотность ртути ≈ 13 546 кг/м^3.

Плотность воздуха при нормальном атмосферном давлении и температуре 0 °C ≈ 1,29 кг/м^3.

Давление в центре Солнца ≈ 39 000 000 000 000 000 Па = $39 \cdot 10^{15}$ Па.

Давление в центре Земли ≈ 360 000 000 000 Па = $36 \cdot 10^{10}$ Па.

Давление, создаваемое столбом воды высотой 1 мм, ≈ 9,8 Па.

Мощность солнечного излучения, падающего на Землю, примерно равна 200 000 000 000 000 000 Вт ($2 \cdot 10^{17}$ Вт), что составляет ≈ 1/2 200 000 000 часть солнечного излучения.

Основные механические единицы СИ

Наименование величины	Наименование единицы	Единица измерения	Обозначение
Время	секунда	с	t, τ
Длина	метр	м	l
Масса	килограмм	кг	m

Производные механические единицы СИ

Наименование величины	Наименование единицы	Единица измерения	Обозначение
Площадь	квадратный метр	м^2	S
Объём	кубический метр	м^3	V
Скорость	метр в секунду	м/с	v
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/с^2	a
Плотность	килограмм на кубический метр	кг/м^3	ρ
Сила	ньютон	Н	F
Давление	паскаль	Па	p
Жёсткость	ньютон на метр	Н/м	k
Момент силы	ньютон-метр	Н · м	M
Работа	джоуль	Дж	A
Механическая энергия	джоуль	Дж	E
Кинетическая энергия	джоуль	Дж	K
Потенциальная энергия	джоуль	Дж	$П$
Мощность	ватт	Вт	N

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$\Pi = m \cdot g \cdot h$$

$$E = K + \Pi$$

$$\Pi_0 + K_0 = \Pi_к + K_к,$$

$$\text{если } A_{тр} + A_{ex} = 0$$

$$N = \frac{A}{\Delta t}$$

$$\text{КПД} = \frac{A_п}{A_з}$$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}; \quad v = v_0 + a \cdot t$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}; \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F_{\text{т}} = m \cdot g; \quad F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta l$$

$$F_{\text{тр}\,\max} = \mu \cdot N; \quad F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V$$

$$p = \frac{F}{S}; \quad p = p_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$M = l \cdot F$$